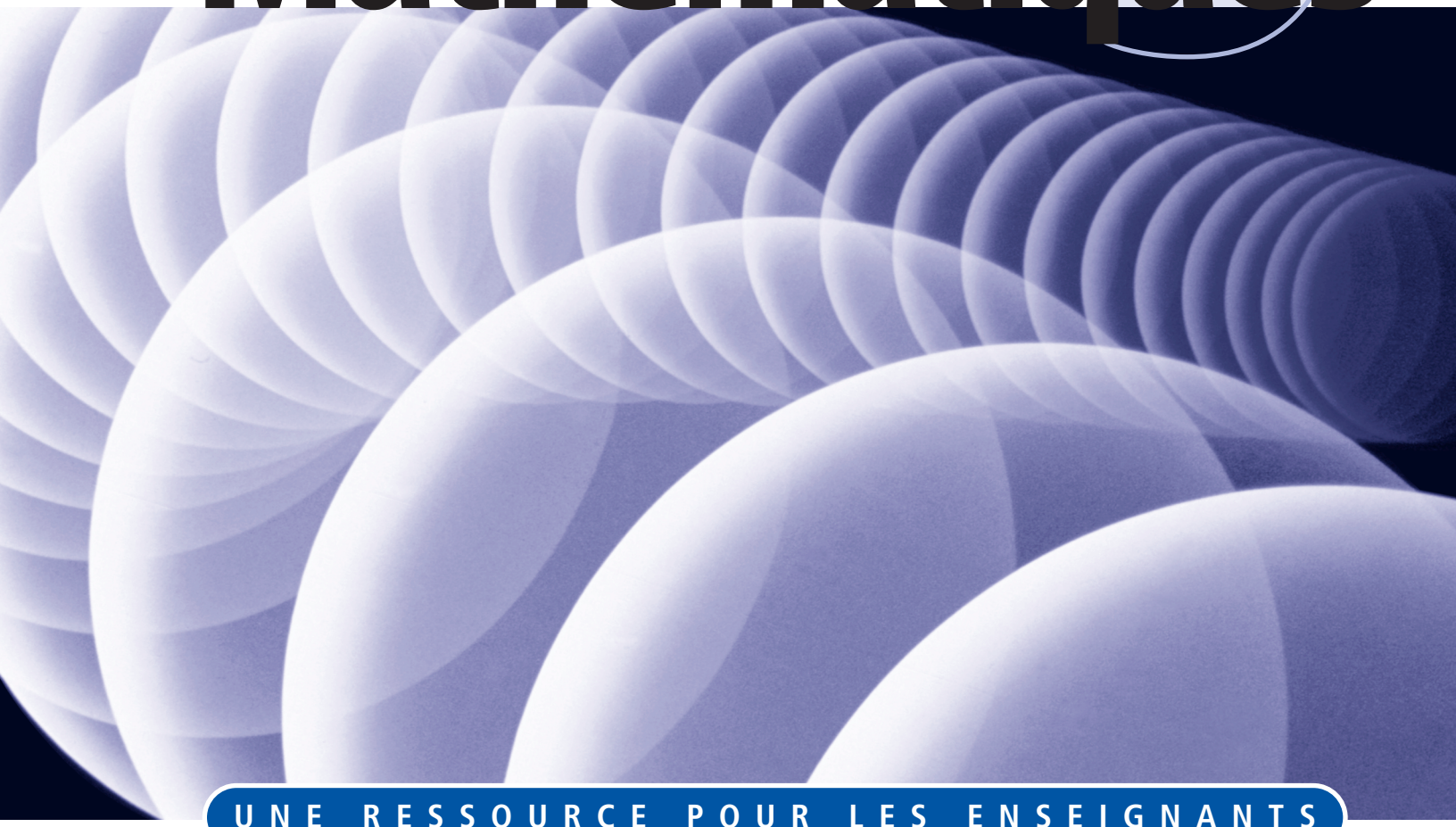
Mathématiques 9



UNE RESSOURCE POUR LES ENSEIGNANTS

L'application

renforce

le concept

RB0148

BRITISH COLUMBIA
Ministry of Education

Remerciements

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants répond aux besoins exprimés par de nombreux enseignants appelés à relever les défis de la mise en œuvre du nouveau programme. Cette ressource répond également à la volonté exprimée par les enseignants d'élargir leurs approches pédagogiques.

Ce projet est le fruit d'une vision collective et de l'expertise de nombreuses personnes au cours des deux dernières années. Parmi ces personnes,

Jean-Pierre LeRoy	rédacteur principal et consultant en éducation
Nell Ross	Centre for Curriculum Transfer and Technology
Dave Chowdhury	Centre for Applied Academics

Par ailleurs, certains enseignants de la Colombie-Britannique ont contribué à la révision et à l'expérimentation de certaines parties du document.

Le ministère de l'Éducation est heureux de reconnaître les efforts de chacun d'eux ainsi que la synergie collective qui a animé les personnes qui ont participé à ce projet.

Copyright 2001 Ministry of Education
Il est interdit de reproduire le document *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants* pour la vente.
La reproduction à des fins personnelles ou éducatives est permise.

M A T H É M A T I Q U E S 9

Table des matières

Au sujet de *Mathématiques 9 : Une ressource pour les enseignants*

En quoi consiste cette ressource? 3

Pourquoi a-t-on élaboré cette ressource? 3

Comment cette ressource est-elle structurée? 5

Comment cette ressource peut-elle servir à organiser le programme d'études? 8

Planification du programme d'études 8

Stratégies d'enseignement 12

L'évaluation 25

Commentaires 26

Introduction aux mathématiques

Quelles sont les différentes approches pédagogiques? 29

Quelle est la démarche utilisée lors de l'enseignement des mathématiques? 30

Quels sont les principes de l'apprentissage des mathématiques? 31

Qui sont les acteurs principaux dans le cours de *Mathématiques 9*? 34

Modèle de projet : Le comptage des kokanis

Vue d'ensemble du projet 39

Sommaire du projet 41

Partie I : Expérience 42

Partie II : Modélisation mathématique 43

Partie III : Vérification du modèle et discussion 49

Résumé de la méthode de modélisation mathématique 52

Projet A : Prédiction des collisions entre satellites artificiels

Vue d'ensemble du projet 63

Sommaire du projet 64

Partie I : Les débris spaciaux 67
Activité 1 : Introduction et révision 68
Activité 2 : Recherche 75
Activité 3 : Plan d'action 83

Partie II : Les haut-parleurs 85
Activité 1 : Les engrenages 86
1.1 : Engrenages et pignons 86
1.2 : Vitesse angulaire 87
Activité 2 : Les haut-parleurs 97
2.1 : Courbes de réponse aux fréquences 97
2.2 : Cordes vibrantes : le violon 99
2.3 : Nombres rationnels et nombres irrationnels 101
2.4 : Décibels et intensité du son 102
Activité 3 : Les ruches 111
3.1 : Carrés décroissants 111
3.2 : Figures géométriques régulières 116
3.3 : La ruche 121
3.4 : Le rendez-vous 128
3.5 : Les alvéoles hexagonales d'une ruche 131

Partie III : Orbites isosynchrones et géosynchrones 134
Activité 1 : Achille et la tortue 137
Activité 2 : Les planètes 138
Activité 3 : Andromède et le télescope à miroir liquide 139
Activité 4 : Le Big Bang 140
Activité 5 : Autopsie d'une collision 141

Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète

Vue d'ensemble du projet 145

Sommaire du projet 147

Partie I : Le diabète 148
Activité 1 : Recherche sur le diabète 148

Partie II : Instruments de surveillance du diabète 161
Activité 1 : Le carburant 161
Activité 2 : Le traitement du diabète 169
Activité 3 : Modélisation de deux processus compétitifs 186

Partie III : Résolution d'un problème de régime 201

Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet 205

Sommaire du projet 207

Partie I : Introduction 209

Partie II : Le sondage 211
Activité 1 : La construction d'un graphique 211
Activité 2 : La corrélation entre des variables statistiques 216
Activité 3 : Les relations linéaires 218
Activité 4 : Évaluation 222

Partie III : Application 225
Activité 1 : Application des concepts à l'étude des besoins communautaires 225
Activité 2 : Planification 234

Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet 237

Sommaire du projet 239

Partie I : La triangulation 240
Activité 1 : La triangulation 242
Activité 2 : Le théorème de Pythagore 249

Partie II : Résolution du problème 255

Partie II.1 : Résolution du problème par la trigonométrie 255
Activité 1 : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie) 258
Activité 2 : La scène d'un accident 264
Activité 3 : Rampes et pentes 267
Activité 4 : Chirurgie du cerveau 273
Activité 5 : La Grèce antique 274
Activité 6 : Les plans à l'échelle 275

Partie II.2 : Résolution du problème par la géométrie 277
Activité 7 : Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie) 281
Activité 8 : La mesure d'une pente 284
Activité 9 : Plans à l'échelle et similitude des triangles 285
Activité 10 : Plans à l'échelle et congruence des triangles 287

Partie III : La préparation du plan 288
Activité 1 : Le plan (première esquisse) 290
Activité 2 : Le plan à l'échelle 294

Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle

Vue d'ensemble du projet 297

Sommaire du projet 299

Partie I : Introduction 301
Activité 1 : Construction d'une tour de spagnettis et de guimauves 301

Partie II : Techniques de construction géométrique 309
Activité 1 : Construction d'arcs de cercle 310
Activité 2 : Construction d'angles droits 316
Activité 3 : Construction de tangentes à un cercle 326
Activité 4 : Construction de cercles tangents 332
Activité 5 : Transformations et logotypes 338
Activité 6 : Forces et leviers 343
Activité 7 : Construction d'un dôme géodésique 348
Activité 8 : Les solides géométriques 353
Activité 9 : Représentation de solides géométriques 360

Partie III : Construction d'un modèle 363

Annexes

A : Corrélations entre les résultats d'apprentissage prescrits et les activités des projets A-1

B : Feuilles reproductibles B-1

M A T H É M A T I Q U E S

9

Au sujet de *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants*

- En quoi consiste cette ressource? 3
- Pourquoi a-t-on élaboré cette ressource? 3
- Comment cette ressource est-elle structurée? 5
- Comment cette ressource peut-elle servir à organiser le programme d'études? 8
- Planification du programme d'études 8
- Stratégies d'enseignement 12
- L'évaluation 25
- Commentaires 26

Au sujet de *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants*

En quoi consiste cette ressource?

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants est une ressource d'apprentissage à l'appui du programme de Mathématiques 9. On y trouve des activités pratiques et du matériel pédagogique caractérisé par des démarches d'apprentissage qui s'adressent à un large éventail d'élèves. En donnant aux élèves des occasions de communiquer, de faire des liens, d'appliquer les mathématiques, de raisonner dans un contexte compréhensible et d'utiliser des moyens technologiques, ces démarches aident les élèves à acquérir les habiletés, les connaissances et l'attitude positive qui leur seront nécessaires pour utiliser les mathématiques dans leur carrière et dans leur vie en général.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants permet à l'enseignant d'ajouter du matériel pédagogique supplémentaire aux activités proposées. Ce document comprend une série de projets et d'activités que l'on peut prendre séparément et modifier pour répondre à des besoins spécifiques exprimés par les élèves. Les activités d'évaluation sont également assez flexibles pour s'adapter aux diverses façons d'apprendre des élèves.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants a été expérimenté dans plusieurs classes de mathématiques 9 à travers la province.

Pourquoi a-t-on élaboré cette ressource?

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants a été conçu en vue d'appuyer les enseignants dans leur tâche d'enseignement des mathématiques de 9^{e} année. Cette ressource permet aux enseignants d'élargir leur répertoire de stratégies d'enseignement afin de mieux atteindre tous les résultats d'apprentissage de ce programme d'études. Cette ressource porte notamment sur les résultats d'apprentissage touchant les applications des mathématiques, la prise de décisions, la pensée critique et la résolution de problèmes.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants comprend trois sections principales. La première section, « Au sujet de Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants », est une section d'orientation qui vise à présenter la ressource et qui propose diverses façons de l'utiliser.

La deuxième section, « Introduction aux Mathématiques 9 », a été conçue afin d'aider les enseignants à effectuer le « virage » vers une approche pédagogique plus appliquée des mathématiques. Cette section comprend :

- un aperçu de la ressource et certaines informations au sujet des mathématiques;
- une brève description des démarches pédagogiques utilisées dans l'enseignement des mathématiques;
- une brève description des principes gouvernant l'apprentissage des mathématiques en général;

- une brève description des partenaires impliqués dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques de 9e année : les élèves, les enseignants, les parents et la collectivité.

La dernière section est constituée d'un ensemble de situations d'apprentissage centrées sur des problèmes réels. On y a inclus l'information nécessaire à la compréhension des contextes. Les situations sont présentées sous forme de projets qui sont eux-mêmes organisés en séries d'activités. Au cours de chaque partie d'un projet, les élèves :

- prennent connaissance de problèmes ou imaginent leurs propres problèmes à partir de la situation qui leur est proposée;
- proposent des solutions aux problèmes;
- déterminent les habiletés et les concepts supplémentaires qui leur seront nécessaires pour trouver des solutions et évaluer la pertinence des résultats;
- acquièrent de nouvelles habiletés et de nouvelles façons de penser;
- appliquent leurs nouvelles habiletés et façons de penser ainsi que de nouveaux concepts à la résolution des problèmes de départ.

Les projets proposés dans cette ressource donnent aux élèves l'occasion d'acquérir des connaissances et habiletés en mathématiques, une attitude positive vis-à-vis des mathématiques et des façons de penser particulières qui leur seront indispensables pour aborder des problèmes réels.

La plupart des élèves ont besoin que l'enseignant leur explique la démarche d'apprentissage fondée sur la résolution de problèmes. En particulier, l'enseignant pourrait aider les élèves à :

- expliquer la portée des problèmes;
- poser des questions d'orientation;
- explorer et proposer des approches différentes;
- faire des choix;
- faire une recherche et planifier;
- explorer et proposer des produits concrets;
- évaluer le produit concret d'une activité;
- évaluer les différents choix et réfléchir sur leur validité;
- réfléchir sur la validité du produit final.

À la fin de chaque projet, les élèves devraient se rendre compte qu'ils ont acquis de nouveaux concepts, de nouvelles habiletés et de nouvelles démarches de résolution de problèmes.

Pour les élèves, l'enseignant et les parents, la façon dont l'apprentissage par la résolution de problèmes se rattache au stade de développement de l'élève est un des aspects les plus importants de cette démarche. En 9e année, les élèves commencent à examiner leur propre existence et leur place dans « l'univers ». Le programme de mathématiques de 9e année favorise un apprentissage au cours duquel les élèves utilisent leurs connaissances et leurs habiletés dans des contextes variés, tant à l'école qu'à l'extérieur de l'école, pour résoudre des problèmes réels ou fictifs, individuellement et en groupe. En appliquant les mathématiques à des situations réelles, les élèves décou-

vrent qu'il existe un certain ordre dans l'univers, qu'on peut parfois prédire l'évolution de systèmes et qu'il existe certaines structures qu'on peut exprimer par des régularités, tant dans le monde mathématique que dans le monde réel.

Comment cette ressource est-elle structurée?

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants est organisée de la façon suivante :

- Au sujet de *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants* (section 1)
- Introduction aux mathématiques (section 2)
- Modèle de projet : Le comptage des kokanis
- Projet A : Prédiction des collisions entre satellites artificiels
- Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète
- Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes
- Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes
- Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle
- Annexe A : Corrélations entre les résultats d'apprentissage prescrits et les activités des projets
- Annexe B : Feuilles reproductibles

Les deux premières sections jettent les bases de l'aventure de la démarche d'apprentissage des mathématiques centrée sur les applications.

Que cette démarche vous soit familière depuis plusieurs années ou que vous en soyez à votre première expérience en la matière, nous vous suggérons de prendre quelques minutes pour survoler ces deux premières sections.

La première section vous donne l'information nécessaire à propos du « bateau » sur lequel vous embarquez. La deuxième section vous informe de votre mission, de votre destination et de la composition de l'équipage.

La troisième section comprend un ensemble de six projets. Chaque projet est structuré en trois parties correspondant chacune à une phase d'apprentissage.

La première partie est une introduction au projet, où celui-ci est expliqué et où les problèmes à résoudre sont posés. Au cours de cette partie, on délimite les concepts et les techniques mathématiques (ce sont les outils mathématiques) qui seront nécessaires à la réalisation du projet ainsi qu'à la résolution des problèmes qui y sont posés.

La partie II est la phase d'acquisition des nouvelles connaissances, des habiletés et des concepts mathématiques nécessaires à la résolution des problèmes et à la réalisation du projet.

La partie III est la conclusion du projet. Dans cette partie, les élèves élaborent, évaluent et examinent divers produits qui pourraient constituer des réalisations possibles du projet ou des solutions possibles aux problèmes posés au cours de la première partie.

Nous présentons dans les pages suivantes un aperçu de chacun des projets présentés dans la troisième section de cette ressource.

Modèle de projet : Le comptage des kokanis

Beaucoup d'élèves de 9e année sont curieux de comprendre comment les médias peuvent déterminer le nombre de spectateurs à concert en plein air ou comment les agences gouvernementales peuvent déterminer le nombre de saumons qui reviennent à leur rivière natale pour y frayer. Au cours de ce projet type, les élèves se familiarisent avec des techniques d'échantillonnage et acquièrent de nouvelles habiletés reliées à l'estimation d'une quantité non mesurable par des moyens directs.

Le but principal de ce projet est de familiariser les élèves et l'enseignant avec l'approche pédagogique privilégiée dans cette ressource. Les connaissances et les techniques mathématiques requises pour ce projet se situent au niveau de la 8e année.

Le projet comprend une discussion en profondeur de la modélisation mathématique et des exemples permettant à l'enseignant d'expliquer aux élèves comment on peut décrire des situations réelles à l'aide de modèles mathématiques. La discussion comprend une partie théorique ainsi qu'un exemple concret.

Projet A : Prédiction des collisions entre satellites artificiels

En 9e année, beaucoup d'élèves pensent à acheter leurs premiers haut-parleurs ou un nouveau vélo de montagne. Les connaissances acquises au cours de ce projet les aideront à faire un choix plus éclairé lors de ces achats.

Ce projet a également pour objectif d'éveiller les élèves aux risques de collisions entre satellites artificiels ou entre des satellites et des débris de satellites ou de météorites. Le risque qu'une collision se produise augmente continuellement en raison de l'accroissement important du nombre de satellites placés sur les mêmes orbites.

Enfin, au cours de ce projet, les élèves revoient les concepts reliés aux nombres rationnels. Ils apprennent à modéliser des situations à l'aide de formules mathématiques impliquant des puissances et ils appliquent les propriétés des exposants.

Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète

La plupart des élèves se préoccupent de leur apparence physique et de leur santé. Au cours de ce projet, ils apprennent à prendre des décisions au sujet de leurs habitudes alimentaires et de la pratique de l'activité physique. Par la même occasion, ils acquièrent une meilleure compréhension de ce qui constitue un mode de vie sain.

Ce projet a pour but de renforcer l'aptitude des élèves à découvrir des régularités et à effectuer des calculs avec des nombres rationnels et des puissances. Par la même occasion, les élèves prennent conscience des conséquences et des effets du diabète et du rôle que joue l'insuline dans le traitement de cette maladie.

Les élèves apprennent à reconnaître des régularités, à les représenter graphiquement et à les appliquer à divers contextes. Ils analysent deux processus compétitifs en utilisant des modèles linéaires et ils comprennent mieux la signification des coefficients d'une fonction polynomiale.

Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes

En 9e année, les élèves acquièrent davantage d'autonomie au niveau de leurs activités hors de l'école. Au cours de ce projet, ils étudient les besoins associés à un centre récréatif et communautaire pour jeunes. Ils explorent le concept de sondage statistique, la façon de poser des questions et les aptitudes qui leur permettent d'interpréter les résultats d'un sondage.

Ce projet a pour objectif de déterminer les besoins exprimés par les jeunes relativement à l'utilisation d'un centre récréatif et communautaire.

Les élèves se familiarisent avec la conception et la réalisation d'un sondage et ils explorent l'utilisation d'un diagramme de dispersion pour tracer des courbes d'ajustement.

Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes

La plupart des élèves savent utiliser un plan ou une carte à l'échelle. Ils s'en sont déjà servis à l'occasion d'une randonnée pédestre ou d'un voyage. Ils se sont peut-être servis d'un patron pour coudre ou fabriquer une courtepointe ou bien ils ont suivi un plan pour aménager le gymnase pour une soirée dansante ou pour réorganiser leur chambre.

Au cours de ce projet, les élèves se familiarisent avec des techniques élémentaires d'arpentage.

Ils explorent en particulier la technique de triangulation, le concept de tangente, de sinus et de cosinus comme rapports des longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. Ils explorent de plus les concepts de similitude et de congruence de deux triangles. Ces nouvelles acquisitions leur permettent de tracer un plan à l'échelle d'un terrain et des immeubles qui s'y trouvent.

Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle

La construction d'une maquette à l'échelle s'avère souvent une étape intermédiaire essentielle de la construction d'une structure complexe, notamment lors de la conception des décors d'une pièce de théâtre, d'un chemin de fer miniature ou d'une maison de poupées.

Au cours de ce projet, les élèves construisent le modèle à l'échelle d'une structure. Ils résolvent des problèmes en appliquant des concepts de trigonométrie et de géométrie.

On notera que les projets C, D et E constituent les étapes successives de la préparation d'une proposition pour un nouveau centre récréatif pour jeunes. L'enseignant est libre de choisir un, deux ou trois de ces projets. Le dernier choix constitue bien sûr une entreprise de grande envergure devant s'échelonner sur la majeure partie du semestre.

Annexes

Les annexes contiennent du matériel supplémentaire qui aidera l'enseignant dans sa planification.

L'annexe A est un tableau de corrélations entre les résultats d'apprentissage prescrits et les activités des projets. L'enseignant peut consulter ce tableau pour planifier les activités supplémentaires qu'il jugera utiles.

L'annexe B contient quelques feuilles reproductibles.

Comment cette ressource peut-elle servir à organiser le programme d'études?

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants est un outil supplémentaire pour les enseignants de mathématiques 9. Ce n'est ni un manuel de mathématiques traditionnel à suivre à la lettre, ni un livre de recettes visant à créer des contextes d'enseignement des mathématiques.

En tant qu'enseignant, vous pouvez choisir le nombre de projets ou d'activités que vous jugez pertinents ou nécessaires et vous pouvez modifier l'ordre de présentation des activités (la plupart d'entre elles sont indépendantes les unes des autres). Le choix devrait être fondé sur la motivation, les habiletés, les intérêts, les besoins et les aptitudes de vos élèves. Nous indiquons pour chaque projet la durée approximative des activités, exprimée en nombre de périodes d'enseignement. Ces durées sont évidemment flexibles et vous pouvez les modifier selon vos propres besoins.

Essentiellement, trois possibilités s'offrent à vous :
1. Utiliser la ressource telle quelle, ce qui vous permet de couvrir l'ensemble du programme.
2. Choisir certaines activités ou projets afin de compléter ou de modifier votre cours.
3. Vous inspirer des activités ou des projets pour élaborer vos propres activités à partir du modèle proposé dans cette ressource.

Certains d'entre vous connaissez déjà bien cette démarche d'enseignement des mathématiques. Les activités et projets peuvent vous donner de nouvelles idées ou des points de départ pour des projets que vous avez en tête.

Certains peuvent choisir de mettre quelques projets à l'essai sur une base expérimentale afin d'acquérir plus de confiance dans ce type d'approche pédagogique.

Planification du programme d'études

Pour planifier votre cours de Mathématiques 9, il vous faudra :
- une évaluation de la motivation, des habiletés, des intérêts, des besoins et des connaissances de vos élèves;
- une évaluation de votre propre expertise, de vos intérêts et de votre expérience en tant qu'enseignant de mathématiques;
- le programme d'études de mathématiques 9;
- *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants* (que vous avez entre les mains).

Tableau 1

Corrélations entre les composantes du programme de mathématiques 9 et les projets

Composantes du programme	Projet A	Projet B	Projet C	Projet D	Projet E
Résolution de problèmes	•	•	•	•	•
Le nombre (les concepts numériques)	•	•			
Le nombre (les opérations numériques)	•	•			
Les régularités et les relations (les régularités)	•	•			•
Les régularités et les relations (les variables et les équations)	•	•		•	
La forme et l'espace (la mesure)				•	•
La forme et l'espace (objets à trois dimensions et figures à deux dimensions)				•	•
La forme et l'espace (les transformations)	•				•
La statistique et la probabilité (l'analyse de données)	•	•	•		
La statistique et la probabilité (le hasard et l'incertitude)	•				

Prenez l'ERI de Mathématiques 9 et le tableau de corrélations ci-dessus (tableau 1) comme point de départ pour vous familiariser avec les diverses composantes du programme et avec la façon dont elles sont couvertes dans les différents projets de cette ressource. Les résultats d'apprentissage sont reproduits dans l'annexe A en parallèle avec les activités des projets.

Vous pouvez par la suite planifier votre cours en vous fondant sur les principes généraux suivants :

- fournir aux élèves des occasions d'apprentissage qui leur permettront de comprendre les mathématiques de 9e année et d'intégrer ces connaissances dans leur vie quotidienne en préparation pour des études postsecondaires et leur éducation continue;
- impliquer les élèves dans leurs apprentissages;
- présenter chaque activité d'apprentissage dans un contexte pertinent;
- encourager les élèves à déceler la pertinence de leurs apprentissages en leur permettant de les centrer sur leurs propres passions;
- promouvoir l'utilisation de moyens technologiques en vue d'explorer des concepts et des techniques mathématiques importantes;
- appliquer la « règle des 4 C » (apprentissage en contexte, de type coopératif, constructiviste et communication) pour promouvoir une approche appliquée des mathématiques;
- fournir des opportunités et du soutien aux élèves afin de les inciter à prendre en main leur propre planification, à explorer de nouveaux concepts, à réaliser des projets et à faire des exercices;
- encourager les élèves à acquérir une attitude positive à l'égard d'un apprentissage durable des mathématiques et à comprendre le rôle de celles-ci dans la plupart des activités humaines.

Nous vous recommandons :
- de lire d'abord le modèle de projet, « Le comptage des kokanis », afin de vous faire une idée de la façon dont les autres projets sont construits;
- d'examiner le modèle de la figure 1 et de l'adapter en fonction du projet type;
- de lire complètement chacun des projets;
- d'évaluer la pertinence de chacun des projets par rapport aux motivations, aux intérêts, aux habiletés et aux connaissances antérieures des élèves ainsi que par rapport à leur état d'esprit;
- de choisir le ou les projets les plus pertinents;
- de décider de l'ampleur de chaque projet (en tout ou en partie);
- de déterminer quels projets vous voulez modifier et quelles modifications vous désirez apporter;
- de décider de l'ordre de présentation des projets.

Avant de mettre en application votre planification, vous devriez mettre en place les éléments suivants :
- un ensemble d'activités pour étayer vos projets;
- un ensemble de ressources d'apprentissage, tant pour l'enseignant que pour l'élève; la présente ressource ne constitue qu'une partie du matériel pédagogique à l'intention des élèves et de l'enseignant;
- un éventail de stratégies d'enseignement choisies en fonction des activités d'apprentissage particulières;
- un éventail de stratégies d'évaluation et une stratégie particulière d'évaluation globale;
- un plan de mesure et d'évaluation des apprentissages.

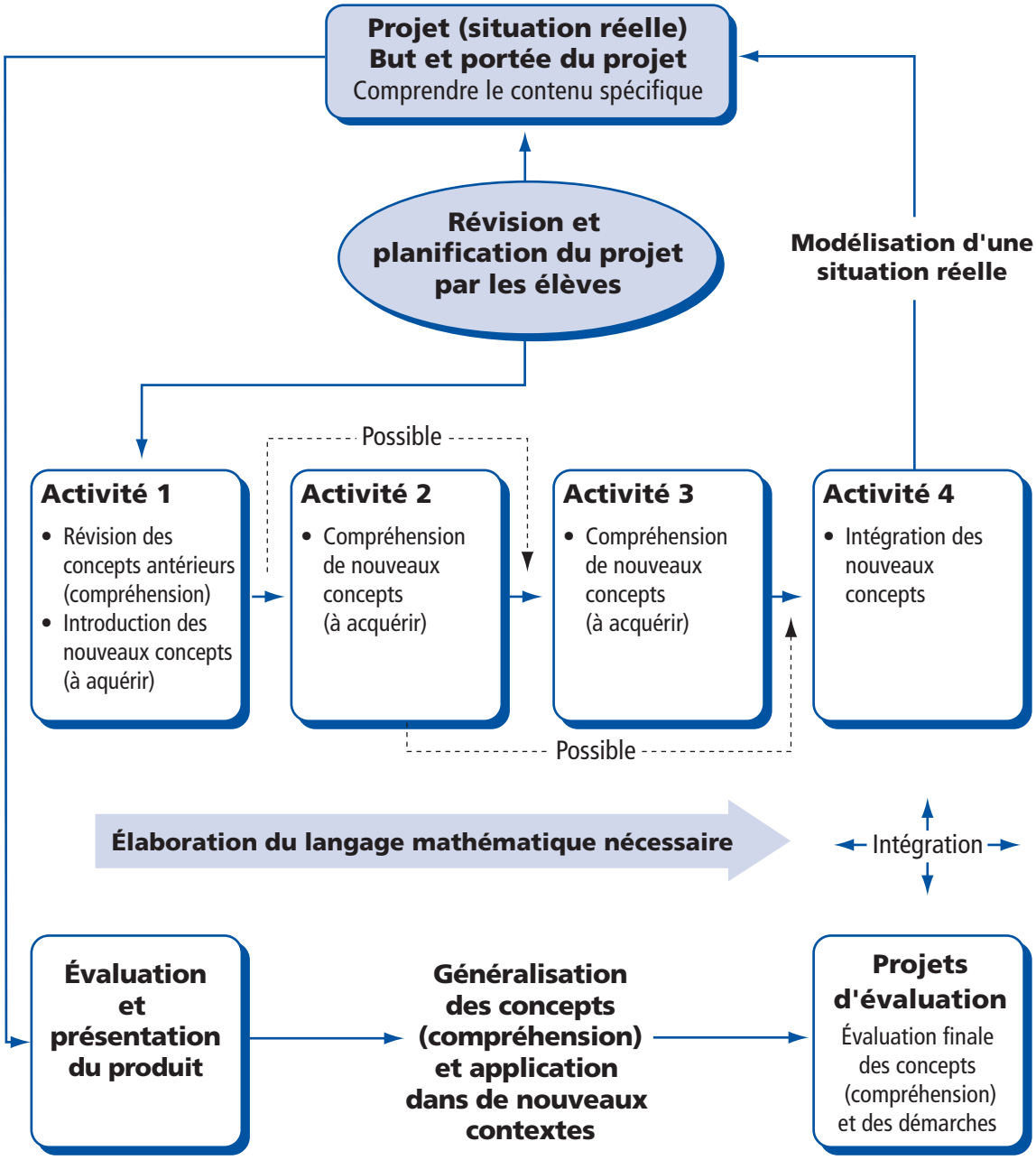
Les six projets présentés dans cette ressource offrent à vos élèves un large éventail d'activités pédagogiques en ce qui touche le contenu, les démarches d'enseignement et le produit final.

Comme point de départ, il serait bon de prendre en considération un projet à grande échelle comme la construction d'un centre récréatif et communautaire pour jeunes.

Chacun des projets peut servir de contexte pour apprendre :
- des concepts mathématiques;
- des techniques mathématiques;
- des démarches mathématiques;
- la modélisation mathématique;
- une attitude positive vis-à-vis des mathématiques;
- des façons de « voir » et de « comprendre » le monde réel à l'aide des mathématiques.

Nous avons également inclus des stratégies d'enseignement qui peuvent être utiles à chacune des phases du projet. L'utilisation de stratégies d'enseignement variées vous assure que la plupart des façons d'apprendre des élèves seront prises en considération.

Figure 1 : Organigramme de planification d'un projet



Stratégies d'enseignement

Les enseignants ont trouvé de nombreux types de stratégies d'enseignement particulièrement bien adaptés à l'enseignement de programmes appliqués. Nous espérons que l'information présentée ci-après vous sera utile dans votre planification.

Le rôle d'animateur, d'instructeur ou de mentor joué par l'enseignant est à la fois dynamique et flexible. Selon la situation, l'équilibre relatif à la responsabilité dans le démarrage et l'achèvement des tâches reliées à l'apprentissage se déplace soit vers l'enseignant, soit vers les élèves. En se centrant sur le style et le rythme d'apprentissage particulier des élèves, l'enseignant peut choisir et appliquer les stratégies d'enseignement pertinentes en vue d'augmenter les chances de succès dans sa tâche d'enseignement.

Le choix de stratégies d'enseignement devrait se fonder sur le potentiel que ces stratégies offrent quant à l'émergence d'une pensée critique et d'un apprentissage autonome. Les élèves seront plus enclins à prendre leur apprentissage en main si vous leur donnez l'occasion de concevoir leurs propres problèmes, d'appliquer des stratégies d'enseignement pertinentes et de trouver des solutions rationnellement défendables.

On peut approfondir et élargir l'apprentissage des élèves en combinant différentes stratégies d'enseignement. La façon dont les stratégies peuvent être appliquées dépend de plusieurs facteurs :

- la nature des activités imposées;
- la nature de la classe;
- les ressources disponibles;
- le temps disponible;
- l'expérience de l'enseignant;
- le support fourni par l'école, les parents et la collectivité;
- le but de l'enseignement;
- la motivation des élèves;
- le bon vouloir des élèves.

Diverses stratégies d'enseignement peuvent être utilisées de façon efficace dans un cours de mathématiques appliquées. Ces stratégies sont reprises ci-dessous. Il est fortement recommandé d'utiliser plusieurs stratégies différentes et de permettre des recoupements et des combinaisons entre elles. Ces stratégies sont :

- l'enquête sur un enjeu ou un problème;
- l'étude de cas;
- les centres d'apprentissage;
- l'enseignement magistral;
- l'étude sur le terrain;
- les laboratoires de mathématiques;
- le travail de groupe ou apprentissage coopératif;
- la simulation ou jeu de rôles;
- l'apprentissage individuel ou autonome.

L'enquête sur un enjeu ou un problème

En quoi consiste l'enquête sur un enjeu?

Cette stratégie consiste à trouver des sujets d'enquête stimulants qui inciteront les élèves à approfondir leur recherche sur un enjeu ou un problème. Les élèves formulent leurs propres questions, puis se demandent : « Que dois-je comprendre pour être en mesure de répondre à ces questions? ». Cette stratégie d'enseignement est fondamentale en mathématiques ainsi que dans toute activité basée sur la résolution de problèmes.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

L'enquête sur un enjeu ou un problème exige de l'élève qu'il fasse appel à ses habiletés en matière de pensée critique, de pensée créative, de résolution de problèmes et de communication. Le développement de ces habiletés permettra à l'élève de traiter avec confiance et efficacité la quantité toujours croissante d'information disponible dans les médias et dans Internet.

Enquêter sur un enjeu amène l'élève à explorer des questions qui sont motivantes en elles-mêmes. En explorant des enjeux et en répondant aux questions qu'il est amené à se poser, l'élève a l'occasion d'utiliser les mathématiques comme un outil qui lui permet de percevoir le monde de façon plus enrichissante.

Comment peut-on utiliser cette stratégie?

L'enquête sur un enjeu peut être lancée par l'enseignant ou par l'élève lui-même à partir, par exemple, d'une discussion relative à un fait d'actualité récent, de la présentation d'une énigme ou de l'intérêt suscité par un sujet de discussion controversé.

L'enquête sur un enjeu se trouve facilitée lorsque les élèves posent des questions qui stimulent différents aspects de la pensée :

- analyser
- mesurer
- classer
- comparer
- définir
- décrire
- évaluer
- faire des hypothèses
- inférer
- interpréter
- observer
- prédire
- rappeler
- reconnaître
- réfléchir
- faire une synthèse

De façon générale, la démarche fait intervenir les étapes suivantes dans un ordre qui peut être différent :

- décrire l'enjeu ou le problème;
- déterminer les critères et les méthodes de prise de décision;
- décider des contraintes à imposer comme par exemple, un temps limite;
- effectuer une recherche, choisir et organiser l'information;
- analyser l'information et en faire une synthèse pour déterminer les solutions de rechange;
- choisir des solutions de rechange en utilisant des critères relatifs à la prise de décision;
- présenter les solutions de rechange choisies et les justifier.

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- préparer les élèves en vue d'une enquête autonome;
- s'assurer que les enjeux présentent un intérêt suffisant pour motiver les élèves;
- organiser et structurer les groupes d'élèves de façon appropriée;
- encourager les élèves à explorer des solutions de rechange plutôt qu'à penser en termes d'une réponse correcte unique;
- orienter le questionnement pour s'assurer que les élèves explorent les avenues appropriées;
- aider les élèves à passer à un niveau supérieur de questionnement;
- guider les élèves dans l'élaboration de critères d'évaluation. Par exemple :
  - Dans quelle mesure votre recherche était-elle appropriée et efficace?
  - Quelles sont les limites de votre analyse?
  - Comment changeriez-vous votre analyse et pourquoi?
  - Comment changeriez-vous votre recherche si vous deviez la refaire et pourquoi?

Quel est le rôle de l'élève dans ce type de stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- choisir et s'approprier un sujet intéressant;
- reconnaître et mettre en cause des faits hypothétiques;
- élaborer des critères relatifs à la prise de décision;
- rassembler et évaluer des informations;
- analyser des données;
- trouver des solutions de rechange;
- choisir et justifier une solution de rechange.

L'étude de cas

En quoi consiste l'étude de cas?

L'étude de cas est une narration écrite (par exemple, une histoire, un drame, un article de journal) concernant un ensemble d'événements et mettant en relief un défi spécifique réel (par exemple, une situation concernant la gestion de ressources naturelles). On y examine des questions générales ainsi que différents points de vue au moyen d'un ensemble de questions ciblées.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

Dans une étude de cas, on met l'accent sur l'aptitude à prendre des décisions, à résoudre des problèmes et à penser de façon critique. On encourage les élèves à explorer des problèmes réels selon la vision qu'ils en ont.

Les élèves ont plus de facilité à comprendre et à se rappeler un exemple particulier issu d'un contexte signifiant que des principes généraux présentés isolément. Une étude de cas donne aux élèves l'occasion de voir comment les mathématiques peuvent permettre de comprendre un enjeu ou un problème, leur apporte des connaissances et leur fournit l'occasion d'appliquer des concepts et des habiletés mathématiques. Une étude de cas se rapportant à leur propre collectivité permet aux élèves d'accéder à des ressources d'apprentissage supplémentaires autres que celles qu'ils trouvent à l'école ou à la maison.

Quel est le rôle de l'enseignant dans une étude de cas?

Le rôle de l'enseignant est de préparer une étude pertinente qui :

- est spécifique et locale;
- est élaborée par les élèves et l'enseignant;
- comprend des graphiques, des cartes, des photos, du texte et des données;
- incite les élèves à recueillir du matériel supplémentaire;
- est centrée sur un problème ou une situation spécifique issue d'une situation plus globale;
- fait progresser la compréhension des concepts mathématiques;
- fait évoluer la pensée des élèves du particulier au général, du concret à l'abstrait et inversement;
- est contextualisée;
- permet une discussion en profondeur au sein de petits groupes;
- génère des questions encourageant les élèves à élargir leur pensée, par exemple des questions ouvertes auxquelles on ne peut répondre par un « oui » ou un « non »;
- facilite une discussion de classe ainsi qu'une présentation.

Quel est le rôle de l'élève dans une étude de cas?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- être intéressé à enquêter et à apprendre à partir d'un problème réel et local;
- utiliser les mathématiques pour penser de façon critique au sujet des questions issues d'une étude de cas;
- se former une opinion personnelle basée sur une analyse mathématique;
- discuter, communiquer et présenter une opinion personnelle;
- accepter d'autres perspectives et rechercher un consensus basé sur des preuves mathématiques.

Les centres d'apprentissage

En quoi consistent les centres d'apprentissage?

Les centres d'apprentissage sont des stations d'apprentissage autonomes. Ils peuvent être situés dans la salle de classe, à l'intérieur de l'école ou dans la collectivité. Ils peuvent être spécialisés dans l'usage de médias particuliers (p. ex. des logiciels, un site Web, une vidéo, des documents écrits), dans l'apprentissage d'habiletés particulières

ou dans l'intégration des connaissances et des habiletés. Des petits groupes de trois à cinq élèves peuvent circuler d'un centre à l'autre pour ensuite partager les idées et les connaissances glanées dans leur circuit.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

Les centres d'apprentissage peuvent correspondre à une gamme assez vaste de styles d'apprentissage, de forces et de centres d'intérêt. Ils permettent de plus d'aborder des habiletés particulières au moyen d'exercices répétitifs.

On encourage les élèves à acquérir des concepts et des habiletés pour ensuite les utiliser de façon créative en s'impliquant activement avec d'autres élèves. Les élèves peuvent contribuer à la richesse et à la diversité des centres d'apprentissage en apportant leur propre matériel tel que des photos, des échantillons, des données et des questions et par conséquent, enrichir leur propre expérience et celle des autres.

Comment utiliser cette stratégie?

Les centres d'apprentissage peuvent être utilisés plusieurs fois et améliorés d'année en année. L'organisation et la structure des centres peuvent rester relativement stables mais leur contenu et les données qu'ils renferment peuvent évoluer d'année en année.

Les enseignants devraient choisir des concepts et des habiletés qui peuvent être acquis et appliqués de façon relativement autonome. Commencer avec trois ou quatre centres d'apprentissage. Dans les classes comprenant de nombreux élèves, l'organisation de deux ou plusieurs centres identiques permet de minimiser les préparations et de faciliter la gestion de la salle de classe.

Les élèves peuvent également organiser leurs propres centres d'apprentissage à partir d'un modèle qui leur est fourni et y apporter l'information pertinente. Une fois les centres organisés, les groupes font une rotation et répondent aux questions posées par les autres élèves. L'enseignant peut suggérer aux élèves de se poser la question suivante : « Quelles sont les trois questions que je me pose au sujet de l'information présentée dans mon centre d'apprentissage? »

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- structurer les concepts et les habiletés dans le cadre des centres d'apprentissage;
- guider et encourager les élèves dans l'utilisation des centres;
- faciliter le travail des groupes d'élèves en discutant du type d'idées et de questions que les élèves devraient formuler;
- aider les élèves à réfléchir sur le travail accompli, à clarifier les objectifs qu'ils désirent atteindre et à élargir leur pensée mathématique;
- travailler avec les élèves à l'élaboration des critères d'évaluation.

Quel est le rôle de l'élève dans cette stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- acquérir certains concepts ou habiletés;
- partager ses connaissances et ses habiletés avec le groupe;
- compléter et enregistrer le travail individuel requis;
- réfléchir sur son apprentissage et l'évaluer.

L'enseignement magistral

En quoi consiste l'enseignement magistral?

L'enseignement magistral est certainement la stratégie d'enseignement la plus traditionnelle. Cette stratégie peut prendre plusieurs formes : un exposé, une démonstration ou la présentation d'une vidéo. Cette stratégie peut également être combinée avec succès à d'autres stratégies.

L'enseignement magistral peut être la méthode la plus pertinente lorsque l'enseignant doit présenter une liste de faits, de concepts ou de règles nécessaires à la poursuite de l'apprentissage. Toute discussion au sujet de l'à-propos ou de l'importance du matériel présenté est généralement limitée. Une période d'enseignement magistral est généralement suivie d'une séance d'exercices visant à consolider les apprentissages.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

C'est une façon efficace de transmettre l'information et les procédures nécessaires aux élèves pour leur permettre d'accomplir une tâche. Le niveau de rétention se trouve amélioré lorsque le succès d'une tâche exigée ne dépend que d'un contenu restreint.

Lorsque plusieurs élèves éprouvent les mêmes difficultés, il est souvent plus efficace de présenter le matériel devant la classe entière en utilisant l'enseignement magistral.

Les enseignants peuvent aider les élèves à préciser leur pensée en les encourageant à discuter de leurs perceptions et à présenter une vision plus globale du sujet étudié.

Comment utiliser cette stratégie?

L'enseignement magistral, combiné à d'autres stratégies, est particulièrement utile pour résumer le matériel couvert ou l'expérience effectuée. Il peut être également utilisé pour aborder de nouvelles activités, choisir une structure, expliquer ou clarifier des procédures, présenter de l'information sous une forme concise et résumer des apprentissages.

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- organiser et structurer le matériel;
- relier le matériel aux tâches que les élèves doivent accomplir;
- intégrer d'autres stratégies;
- proposer aux élèves des stratégies telles que la prise de notes, le résumé et l'association;
- évaluer l'efficacité de la stratégie.

Quel est le rôle de l'élève dans cette stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- écouter attentivement;
- prendre l'information en note et l'assimiler;
- récapituler l'information;
- donner suite à l'information;
- relier l'information à leurs connaissances antérieures.

L'étude sur le terrain

En quoi consiste l'étude sur le terrain?

L'étude sur le terrain est une excursion en groupe où les élèves ont des occasions d'effectuer une recherche, d'appliquer leurs connaissances et d'observer comment les concepts appris peuvent être mis en pratique en dehors de la salle de classe.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

L'étude sur le terrain permet de rendre l'apprentissage plus attrayant en aidant les élèves à établir le lien entre, d'une part, le pratique et le concret et, d'autre part, le théorique et l'abstrait. L'expérience acquise sur place est une excellente façon de transmettre des concepts mathématiques. Les élèves pourront plus facilement se rappeler et appliquer des concepts et des techniques s'ils ont eu l'occasion de manipuler du matériel concret et d'acquérir des habiletés spécifiques dans le cadre d'un contexte réel.

L'étude sur le terrain donne aux élèves l'occasion d'acquérir ou de perfectionner des habiletés dans un environnement qui diffère de celui de la salle de classe traditionnelle. Cette stratégie assure habituellement la réussite d'un plus grand nombre d'élèves.

Comment utiliser cette stratégie?

Les environs immédiats de l'école et la collectivité offrent diverses possibilités d'études sur le terrain.

L'étude sur le terrain doit avoir des objectifs spécifiques centrés sur l'expérience d'apprentissage et encourager l'acquisition ou le perfectionnement des habiletés liées à la résolution de problèmes et à des capacités de raisonnement de niveau supérieur. Elle devrait comprendre des instructions précises et des activités localisées dans des centres d'apprentissage.

L'étude sur le terrain peut être :

- menée par un expert et facilitée par l'enseignant;
- organisée par l'enseignant, les élèves suivant ses instructions dans leur moments de loisirs, et complétée dans un délai établi d'avance;
- une étude ciblée avec cueillette de données ou une observation sur une période limitée ou sur une période continue;
- une excursion incluant l'étude de diverses manifestations pertinentes, autant physiques qu'humaines, de concepts mathématiques.

Par exemple, les résultats d'apprentissage relatifs à la composante sur la forme et l'espace peuvent facilement prendre vie au cours d'une étude sur le terrain. L'apprentissage et l'application des techniques élémentaires d'arpentage permet aux élèves de reconnaître l'importance des mesures et de la trigonométrie dans de nombreuses situations réelles.

Quel est le rôle de l'enseignant dans une étude sur le terrain?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- planifier et organiser une étude pertinente;
- délimiter les tâches et clarifier l'objectif (inclure les critères d'évaluation);

- prendre les dispositions nécessaires pour que les élèves puissent utiliser les ressources communautaires;
- prendre les dispositions nécessaires pour le transport et la sécurité;
- préparer les élèves pour leur expérience d'apprentissage en les incitant à :
  - discuter des méthodes de cueillette de données et des observations qui seront requises,
  - envisager des entrevues, des mesures et des prises d'échantillon,
  - émettre des hypothèses, analyser et faire une synthèse;
- faire un retour sur l'expérience, en discuter et réfléchir.

Quel est le rôle de l'élève dans une étude sur le terrain?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- effectuer l'étude sur le terrain;
- exercer sa pensée critique au sujet des objectifs et des tâches;
- participer à la planification de l'étude;
- observer et recueillir les données;
- émettre des hypothèses et analyser les résultats;
- discuter, réfléchir et évaluer;
- évaluer l'impact de l'étude sur sa compréhension du monde en termes mathématiques.

Les laboratoires de mathématiques

En quoi consiste le laboratoire de mathématiques?

Le laboratoire de mathématiques est un milieu d'expérimentation, d'exploration et d'analyse. Le laboratoire de mathématiques fournit aux élèves des occasions d'utiliser une vaste gamme d'outils mathématiques tels que du matériel de manipulation, des modèles, des cartes, des photos, des appareils permettant de recueillir des données, des calculatrices, et des logiciels graphiques ou symboliques, en vue d'explorer des concepts mathématiques dans un environnement contrôlé.

Le laboratoire de mathématiques est un endroit où les habiletés de base peuvent être acquises ou perfectionnées et où des idées, des habiletés et des outils peuvent être utilisés ou appliqués pour donner un sens à des données issues du monde réel.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

Le laboratoire de mathématiques permet une interaction concrète avec du matériel et des objets. Cette interaction permet aux élèves de comprendre le sens de concepts mathématiques. C'est aussi une occasion pour les élèves de développer des habiletés spécifiques dans le cadre d'une étude plus globale.

Le laboratoire de mathématiques permet aux élèves de comprendre comment les mathématiques constituent une discipline vivante et indispensable qui permet de mieux comprendre et d'élargir leur horizon. Le laboratoire de mathématiques offre de plus aux élèves l'occasion de perfectionner leur mode de pensée et d'acquérir une gamme d'habiletés et de démarches pouvant inclure :

- l'utilisation de moyens technologiques,
- la visualisation,
- le raisonnement,

- la résolution de problèmes,
- l'estimation,
- l'établissement de liens,
- la communication.

Comment utiliser cette stratégie?

Le laboratoire de mathématiques peut être combiné avec une étude sur le terrain pour aborder l'apprentissage d'habiletés requises, les techniques d'étude sur le terrain et l'analyse de données. Le laboratoire de mathématiques peut servir à modéliser des situations réelles. Les élèves peuvent alors analyser les résultats d'une étude empirique et discuter des différences et des ressemblances entre un modèle mathématique et une situation réelle.

Le lien entre les mathématiques et d'autres disciplines comme les arts visuels, les sciences et l'histoire peuvent facilement être explorés dans le cadre d'un laboratoire de mathématiques.

Quel est le rôle de l'enseignant dans un laboratoire de mathématiques?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- bien choisir l'équipement de laboratoire;
- mettre sur pied le laboratoire et en organiser l'accès;
- déterminer le contexte des activités de laboratoire;
- évaluer et discuter le travail de laboratoire avec les élèves.

Quel est le rôle de l'élève dans un laboratoire de mathématiques?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- émettre des hypothèses et les vérifier;
- observer, mesurer et classer;
- prédire, inférer et interpréter;
- concevoir des modèles, des expériences et contrôler les variables;
- évaluer les données et les résultats;
- communiquer et présenter les résultats des expériences.

Le travail en groupe ou apprentissage coopératif

En quoi consiste le travail en groupe ou apprentissage coopératif?

On parle de travail en groupe ou d'apprentissage coopératif lorsque deux ou plusieurs élèves établissent un stratégie commune en vue de résoudre des problèmes de façon coopérative dans le cadre de la poursuite d'un objectif commun.

Comme membres du groupe, les élèves présentent et défendent leurs points de vue, résument la position du groupe, élaborent une stratégie commune pour accomplir une tâche et interagissent de façon synergique pour atteindre un objectif fixé.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

Le travail en groupe ou apprentissage coopératif procure aux élèves l'occasion de parfaire leurs habiletés à communiquer au sein d'un petit groupe et d'assumer leurs propres responsabilités. Pour de nombreux élèves, travailler en groupe ou apprendre

de façon coopérative représente une occasion de vivre une expérience dans un contexte d'apprentissage caractérisé par une interdépendance constructive et un support mutuel.

Le travail en groupe ou apprentissage coopératif devient de plus en plus important lorsque les individus assument de plus grandes responsabilités en tant que travailleur, employeur, parent ou citoyen et font preuve d'une attitude positive envers les contributions des autres.

Comment utiliser cette stratégie?

Le travail en groupe ou apprentissage coopératif peut être intégré dans de nombreuses autres activités d'apprentissage. En distribuant des rôles, par exemple ceux de lecteur, de vérificateur, d'observateur ou de rapporteur, on peut tenir compte des différents styles d'apprentissage et des habilités propres à chacun des élèves.

Le travail en groupe ou apprentissage coopératif permet l'étude de problèmes d'envergure qui ne pourraient pas être étudiés autrement. Les élèves reconnaissent les avantages de l'étude coopérative et se rendent compte de la gamme d'habiletés et de points de vue des différents élèves constituant leur groupe.

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- insister sur l'importance des habiletés d'ordre social comme communiquer, prendre des responsabilités et négocier pour atteindre un accord;
- travailler avec les élèves en vue de former des groupes en fonction de la tâche particulière à accomplir;
- encourager les élèves à discuter de la tâche à accomplir en faisant appel à leurs capacités de raisonnement de niveau supérieur;
- faciliter et apporter le support nécessaire aux élèves dans leurs interactions au cours de leur démarche d'apprentissage et de support mutuel;
- donner des occasions aux élèves, tant au niveau du groupe qu'individuellement, de participer à la dynamique du groupe et de valoriser les diverses contributions individuelles au succès du groupe ou de l'équipe;
- proposer aux élèves des stratégies pour fonctionner au sein de groupes dysfonctionnels;
- évaluer le travail de groupe de façon adéquate en tenant compte tant de la démarche que du produit.

Quel est le rôle de l'élève dans cette stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- bien choisir ses partenaires;
- assumer ses propres responsabilités et celles du groupe;
- réfléchir sur la façon dont le groupe fonctionne;
- modifier au besoin ses propres comportements;
- évaluer son propre travail et celui du groupe.

La simulation ou jeu de rôle

En quoi consiste une simulation ou jeu de rôle?

Une simulation ou jeu de rôle est un scénario au cours duquel les élèves interagissent dans le cadre d'un contexte structuré. Les règles régissant les interactions ainsi que le début du scénario sont d'abord présentés à la classe. Les élèves deviennent les acteurs d'une histoire en utilisant les éléments d'information fournis et leurs connaissances mathématiques. Cette stratégie est essentielle dans le cadre de l'enseignement des mathématiques centré sur les applications.

Les trois volets de cette stratégie sont :
1. la préparation, où les élèves prennent connaissance du scénario;
2. la simulation en tant que telle au cours de laquelle les élèves jouent leur rôle;
3. un retour critique sur la simulation.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

La simulation ou jeu de rôle donne aux élèves l'occasion d'explorer le monde réel ou des situations imaginaires en s'y plongeant totalement, ce qu'ils ne pourraient faire autrement. En interagissant à l'intérieur de contraintes données, les élèves sont tenus d'analyser leurs pensées à la lumière d'autres idées. La simulation ou jeu de rôle aide les élèves à voir les choses d'un point de vue différent, à reconnaître qu'il existe d'autres façons d'envisager une situation et de nombreuses façons différentes de résoudre un problème.

La pensée critique, la prise de décision, la résolution de problèmes et la communication sont des habiletés qui interviennent dans une simulation ou jeu de rôle. Les conséquences d'une suite de décisions, qui ne sont pas nécessairement évidentes en début de simulation, peuvent être explorées et discutées par la suite.

Comment utiliser cette stratégie?

Une simulation ou jeu de rôle peut être utilisée pour résumer une activité ou mettre un point final. Les rôles peuvent être distribués en tenant compte des intérêts et des forces de chacun des élèves.

L'élève qui ne participe pas directement à la simulation en tant qu'acteur peut se voir attribuer le rôle de reporteur, par exemple pour Much Music. L'élève peut alors choisir de faire un reportage écrit, audio ou vidéo ou sur un site Web. Le reportage devrait être centré sur les points saillants et sur les discussions qui ont émergé au cours de l'activité de simulation.

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie d'enseignement?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :
- élaborer le scénario :
  - présenter les détails de la simulation,
  - faire ressortir les caractéristiques de chacun des personnages,
  - établir un objectif d'apprentissage pour chacun des personnages,
  - établir les règles de la simulation;
- s'assurer que les élèves ont suffisamment de temps et d'information pour se préparer à l'activité;

- guider les élèves lors de leur préparation;
- faciliter les interactions au cours de la simulation;
- aider les élèves lors du retour sur la simulation.

Quel est le rôle de l'élève dans cette stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- se préparer pour son rôle en recueillant l'information nécessaire et en acquérant les connaissances mathématiques requises pour donner un sens à l'information;
- s'investir dans la simulation en interagissant et en explorant diverses possibilités;
- réfléchir sur la simulation en vue de parvenir à des conclusions sensées au sujet de l'importance des mathématiques dans le monde réel.

L'apprentissage individuel ou autonome

En quoi consiste l'apprentissage individuel ou autonome?

L'apprentissage individuel ou autonome consiste en une recherche ou un projet, limité dans le temps, choisi par les élèves après consultation avec l'enseignant. Ce type d'apprentissage devrait toujours être une option offerte aux élèves.

Pourquoi utiliser cette stratégie?

Cette stratégie offre aux élèves l'occasion de prendre leurs responsabilités :

- en déterminant des objectifs d'apprentissage;
- en travaillant de façon indépendante dans le but d'atteindre ces objectifs;
- en évaluant activement leurs résultats en fonction de critères d'évaluation établis à l'avance.

Cette stratégie présente les avantages supplémentaires suivants :

- elle est attrayante pour de nombreux élèves car elle leur permet d'assouvir la passion qu'ils éprouvent pour un sujet donné;
- elle est attrayante pour les nombreux d'élèves qui ne fonctionnent pas efficacement en groupe;
- elle permet aux élèves d'acquérir des habiletés relatives au travail de recherche qui leur seront utiles dans le futur.

Comment utiliser cette stratégie?

L'apprentissage indépendant ou autonome s'appuie sur un contrat avec lequel les élèves doivent être à l'aise avant de commencer le projet. Les élèves doivent concevoir une vision de leur projet, délimiter un but et choisir un défi particulier à relever par rapport à ce but.

Les élèves rédigent un contrat en concevant leur propre plan d'action ou à partir d'une banque de défis fournie par l'enseignant. Le contrat devrait être conçu sur le modèle suivant : « J'ai choisi ce sujet ou ce défi à relever; je m'engage à accomplir les tâches suivantes et voici comment je vais m'y prendre pour y arriver; j'aurai terminé à telle date et je livrerai un produit final (sous forme de rapport, de présentation, de vidéo ou de modèle) qui fera état de mon apprentissage.

Une évaluation de l'expérience peut également être ajoutée au contrat. Par exemple, « En menant ce projet à terme, j'ai constaté comment les mathématiques m'ont permis de mieux comprendre le monde réel… ». Si l'évaluation a été effectuée de façon continue, elle devrait être terminée aussitôt que le projet est terminé.

Quel est le rôle de l'enseignant dans cette stratégie?

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :

- guider les élèves dans l'élaboration de leur plan d'action et de leur calendrier en tenant compte de leurs styles d'apprentissage; le plan d'action devrait mentionner des étapes ainsi que les obstacles possibles que les élèves peuvent rencontrer;
- faciliter la mise en oeuvre du plan d'action;
- contrôler l'apprentissage;
- évaluer les apprentissages de façon continue en respectant les critères établis à l'avance.

Quel est le rôle de l'élève dans cette stratégie?

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :

- travailler avec l'enseignant en vue de reconnaître son style d'apprentissage préféré;
- concevoir un plan d'apprentissage centré sur un sujet qui le passionne et incluant des critères d'évaluation adéquats;
- rédiger un projet de contrat;
- travailler au projet et livrer le produit à temps.

Une note au sujet des moyens technologiques

Les moyens technologiques constituent un support pour les stratégies d'enseignement discutées ci-dessus. Ils permettent aussi d'en rehausser leur efficacité.

Non seulement les moyens technologiques sont-ils attrayants aux yeux des élèves, ils permettent aussi à ces derniers de faire des rapprochements entre leurs connaissances antérieures et les apprentissages en cours. De plus, les mathématiques sont intimement liées et indispensables au développement des moyens technologiques tels que les logiciels. En utilisant ces moyens technologiques, les élèves apprécient le rôle fondamental que jouent les mathématiques dans nos vies. L'emploi de moyens technologiques aide également les élèves à se préparer pour le marché du travail. Enfin, différents styles d'apprentissage peuvent bénéficier de l'emploi de moyens technologiques.

Le cours de mathématiques prévoit l'emploi de moyens technologiques pour aider les élèves à comprendre de nouveaux concepts mathématiques et à résoudre des problèmes complexes.

Les moyens technologiques peuvent être utilisés pour :

- faciliter la communication (par exemple, le courriel, Internet, la télécopie);
- faire des simulations;
- faire des exercices répétitifs;
- traiter l'information (par exemple, avec des tableurs, des banques de données ou une calculatrice);
- recueillir des données (instruments de mesure);

- modéliser et analyser des phénomènes réels;
- stimuler l'esprit critique, la résolution de problèmes et la prise de décision.

Le rôle de l'enseignant comprend les tâches suivantes :
- faciliter aux élèves l'accès à différents moyens technologiques;
- trouver des moyens technologiques disponibles;
- reconnaître l'usage approprié des moyens technologiques selon les circonstances;
- organiser l'accès aux moyens technologiques ainsi que leur utilisation;
- fournir un contexte d'utilisation des moyens technologiques en tant que support à l'apprentissage des mathématiques;
- utiliser les moyens technologiques appropriés pour rendre les applications des mathématiques plus accessibles;
- suggérer des solutions de remplacement pour chaque moyen technologique.

Le rôle de l'élève comprend les tâches suivantes :
- se centrer sur les mathématiques plutôt que sur l'outil technologique lui-même;
- choisir et utiliser les moyens technologiques les plus appropriés;
- utiliser les moyens technologiques de façon efficace.

L'évaluation

L'évaluation est le processus systématique de cueillette d'information en vue de fournir aux élèves une rétroaction continue au sujet des aspects importants de leur apprentissage. L'évaluation s'avère bénéfique lorsque les élèves comprennent clairement les objectifs d'apprentissage et les attentes de l'enseignant.

L'évaluation du rendement de l'élève se fonde sur de nombreuses méthodes et sur l'emploi d'instruments divers allant de l'évaluation d'un portfolio et aux épreuves écrites. L'annexe C (Mesure et évaluation) des ERI contient une description détaillée des méthodes et des outils de mesure et d'évaluation.

Les cadres de référence de la Province peuvent également vous aider dans votre évaluation des connaissances et des habiletés que les élèves acquièrent tout au long du cours. Voyez en particulier :
- Cadre de référence pour l'évaluation de la communication (RB0051)
- Cadre de référence pour l'évaluation de la compétence en mathématiques (RB0052)
- Cadre de référence pour l'évaluation de la résolution de problèmes (RB0053)

Voyez également l'ensemble des guides d'évaluation visant à guider les enseignants dans leur recherche en vue d'élargir leur banque d'outils d'évaluation :
- *Rencontres centrées sur l'élève* (XX0292)
- *Évaluation du rendement* (XX0293)
- *Évaluation de portfolios* (XX0294)
- *Autoévaluation de l'élève* (XX0295)

Les stratégies d'évaluation sont proposées dans la colonne 3 de la section Programme d'études de l'ERI en vue de vous aider à recueillir l'information au sujet de la performance de vos élèves. Ces stratégies d'évaluation ont été élaborées par des spécialistes

et des enseignants généralistes en vue d'aider leurs collègues. Vous pouvez construire une banque de stratégies d'évaluation à partir des sections précédentes et en vous inspirant des stratégies proposées dans chacune des colonnes 3 de l'ERI *Mathématiques 9*.

Commentaires

Nous apprécions tout commentaire ou question concernant cette ressource et nous vous encourageons à partager avec nous vos expériences relativement à l'utilisation de cette ressource par le biais du site Web ou autrement.

Veuillez communiquer avec :

Mathematics Coordinator
Ministry of Education

M A T H É M A T I Q U E S

9

Introduction aux mathématiques

- Quelles sont les différentes approches pédagogiques en mathématiques? 29
- Quelle est la démarche d'enseignement des mathématiques? 30
- Quels sont les principes de base de l'apprentissage des mathématiques? 31
- Qui sont les acteurs principaux dans le cours de mathématiques 9? 34

Introduction aux mathématiques

Les enseignants et les élèves, aussi bien que les parents, découvrent le pouvoir extraordinaire des mathématiques grâce à leurs applications.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants est un outil pédagogique rigoureux. Cet outil, conçu pour rendre les mathématiques accessibles à tous les élèves, a remis l'accent sur la pédagogie et, qui plus est, sur la relation entre les mathématiques, l'apprenant et le monde réel.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants est un outil pédagogique axé sur les applications. Il est basé sur une compréhension holistique du processus d'apprentissage et fournit une approche pédagogique qui rejoint un grand nombre d'élèves.

Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants cible particulièrement la relation entre des habiletés ou des aspects de la compréhension et les contextes dans lesquels ils sont utilisés. Les applications rapprochent la théorie de la pratique et l'abstrait du concret. Elles permettent aux élèves de relier ce qu'ils savent déjà et ce qu'ils perçoivent du monde réel à ce qu'ils sont sur le point d'apprendre. Les élèves comprennent ainsi comment ils peuvent utiliser ce qu'ils apprennent.

Quelles sont les différentes approches pédagogiques?

Les leçons se fondent sur les connaissances préalables des élèves. Il est essentiel que les élèves perçoivent chacune des leçons comme une extension ou une reformulation de ce qu'ils savent déjà. Ceci peut mener à la découverte de nouveaux principes, d'une nouvelle théorie ainsi qu'au renforcement ou à l'apprentissage d'habiletés nécessaires à la compréhension de nouvelles théories. Ainsi, lorsque des concepts mathématiques servent à la prise de décision et à la pensée critique dans des contextes nouveaux, ils sont intégrés dans le bagage de connaissances et d'habiletés des élèves. La réflexion sur le monde réel permet à l'élève de comprendre l'importance des mathématiques, qui dès lors cessent d'être perçues comme une obligation.

La qualité première d'une leçon de mathématiques est l'intérêt. La leçon devrait piquer la curiosité de l'élève et le motiver à se poser des questions et à se sentir concerné; lui faire prendre conscience que les mathématiques sont une activité pratique et nécessaire à laquelle s'adonnent d'une façon ou d'une autre tous les êtres humains.

Pour susciter l'enthousiasme et l'intérêt, il est bon d'ouvrir un débat au cours duquel les élèves peuvent explorer des idées et des questions sans avoir le sentiment qu'il n'y a qu'une réponse correcte et, par conséquent, prévisible.

Lors d'une leçon pratique de mathématiques, il importe également de déterminer clairement les concepts, le contexte, les calculs et la pensée critique pertinents au sujet

étudié. Les élèves sont d'autant plus enclins à se plier à des exercices d'application répétitifs s'ils comprennent que cette pratique leur sera utile dans l'accomplissement d'une activité qui les intéresse. À cet égard, les mathématiques sont semblables aux sports comme le basket-ball, où de nombreux exercices et répétitions sont essentiels. Et l'enseignant, comme l'entraîneur, doit donner aux élèves la possibilité d'utiliser ce qu'ils ont appris dans une situation pratique.

Quelle est la démarche utilisée lors de l'enseignement des mathématiques?

En enseignant les mathématiques, les enseignants aident les élèves à comprendre le monde qui les entoure ainsi que leurs rôles et responsabilités présents et futurs en tant qu'élèves, membres d'une famille, citoyens et travailleurs.

Une démarche d'enseignement des mathématiques devrait comprendre :

- une description du contexte dans lequel un problème se situe et de ce qu'implique la réalisation d'un projet particulier en vue de bien saisir la portée du problème étudié;
- la conception d'un plan d'action et la désignation des activités importantes, y compris :
  - l'importance de chacune des activités,
  - ce qui sera réalisé au cours de l'activité,
  - la façon dont l'activité sera évaluée et mesurée une fois complétée;
- la création d'un produit;
- l'évaluation et la mesure du produit en utilisant des méthodes à la fois formatives et sommatives;
- l'évaluation et la mesure des apprentissages inhérents à la réalisation du produit.

De nombreux élèves trouvent utile que l'enseignant décrive les étapes de la démarche basée sur la résolution de problèmes dans laquelle ils s'engagent lors de la réalisation de projets. Ces étapes sont les suivantes :

- poser des questions;
- formuler des problèmes;
- proposer et reconnaître d'autres solutions;
- faire des choix;
- effectuer une recherche et planifier;
- proposer ou réaliser des produits;
- évaluer des produits;
- évaluer des choix ou réfléchir sur des décisions;
- réfléchir sur la pertinence des produits.

En fin de démarche, les élèves devraient avoir acquis de nouveaux concepts mathématiques, de nouvelles habiletés et de nouvelles démarches et devraient être en mesure de communiquer les connaissances récemment acquises.

Quels sont les principes de l'apprentissage des mathématiques?

L'un des buts principaux de *Mathématiques 9, une ressource pour les enseignants* est de faire le lien entre le cours de mathématiques et les questions que se posent les élèves à l'école aussi bien que dans la vie de tous les jours. On peut faire ce rapprochement en suivant les principes de base de l'apprentissage des mathématiques que voici :

- l'acquisition d'une attitude positive au sujet des mathématiques;
- la résolution de problèmes;
- la communication en termes mathématiques;
- l'application des idées mathématiques et leurs ramifications;
- l'acquisition d'idées mathématiques dans leur contexte;
- le raisonnement mathématique;
- l'emploi d'outils technologiques;
- l'estimation et le calcul mental;
- la modélisation.

Ces principes de base sont détaillés ci-dessous.

L'acquisition d'une attitude positive au sujet des mathématiques

Les résultats de recherches, tout comme les évaluations provinciales, mettent en relief le lien direct entre l'attitude des élèves au sujet des mathématiques et leur niveau de performance. La classe de mathématiques devrait être un lieu d'apprentissage qui stimule l'intérêt et l'imagination de tous les élèves sans exception. Lorsque les élèves acquièrent une attitude positive au sujet des mathématiques, ils sont enclins à prendre des risques et à accroître leur niveau de tolérance relativement à ce qui peut être ambigu. Ils sont moins portés à dire « Je ne suis pas capable de faire des mathématiques. »

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes devrait être intégrée à tous les domaines d'apprentissage. La résolution de problèmes vise à offrir aux élèves des occasions d'explorer de nouveaux concepts mathématiques en s'appuyant sur leur expérience et leurs connaissances antérieures. Les élèves devraient pouvoir :

- lire et analyser un problème et en reconnaître les éléments importants;
- choisir une stratégie adéquate permettant de produire une ou des solutions;
- mettre à profit des habiletés et des concepts appris dans diverses branches des mathématiques et dans d'autres disciplines;
- travailler individuellement et en groupes;
- vérifier une solution et en juger la plausibilité;
- communiquer de façon mathématique avec divers auditoires.

La communication en termes mathématiques

L'habileté à communiquer en termes mathématiques s'acquiert lorsque les élèves explorent, approfondissent, décrivent, et justifient des décisions, expliquent et résolvent des problèmes au sein d'un groupe. Il est important que les élèves arrivent à expliquer avec confiance les concepts mathématiques qu'ils ont appris.

L'application des idées mathématiques et leurs ramifications

Les activités d'apprentissage devraient aider les élèves à comprendre que les mathématiques sont une discipline qui évolue et qui est le fruit de contributions provenant de différentes cultures. L'enseignement des mathématiques devrait aider les élèves à relier cette discipline à leur propre vécu ainsi qu'à leur choix de carrière.

L'acquisition d'idées mathématiques dans leur contexte

Les activités d'apprentissage devraient inciter les élèves à acquérir des concepts et des habiletés mathématiques dans le cadre de situations réelles. Ces activités devraient également montrer que les idées mathématiques constituent des outils puissants permettant de comprendre le monde réel et d'agir sur lui. Les élèves devraient voir dans les mathématiques une activité humaine essentielle qui évolue grâce à l'approximation, au perfectionnement et à la communication.

Le raisonnement mathématique

Les mathématiques devraient aider les élèves à augmenter leur confiance dans leur habileté à raisonner et à justifier leur pensée. Les élèves ont besoin d'être libres d'explorer, d'émettre des hypothèses, de valider des solutions et de convaincre d'autres personnes pour développer leur raisonnement mathématique. Il est primordial que leur aptitude à raisonner et à prendre des risques soit valorisée autant que leur aptitude à trouver des réponses correctes.

L'emploi d'outils technologiques

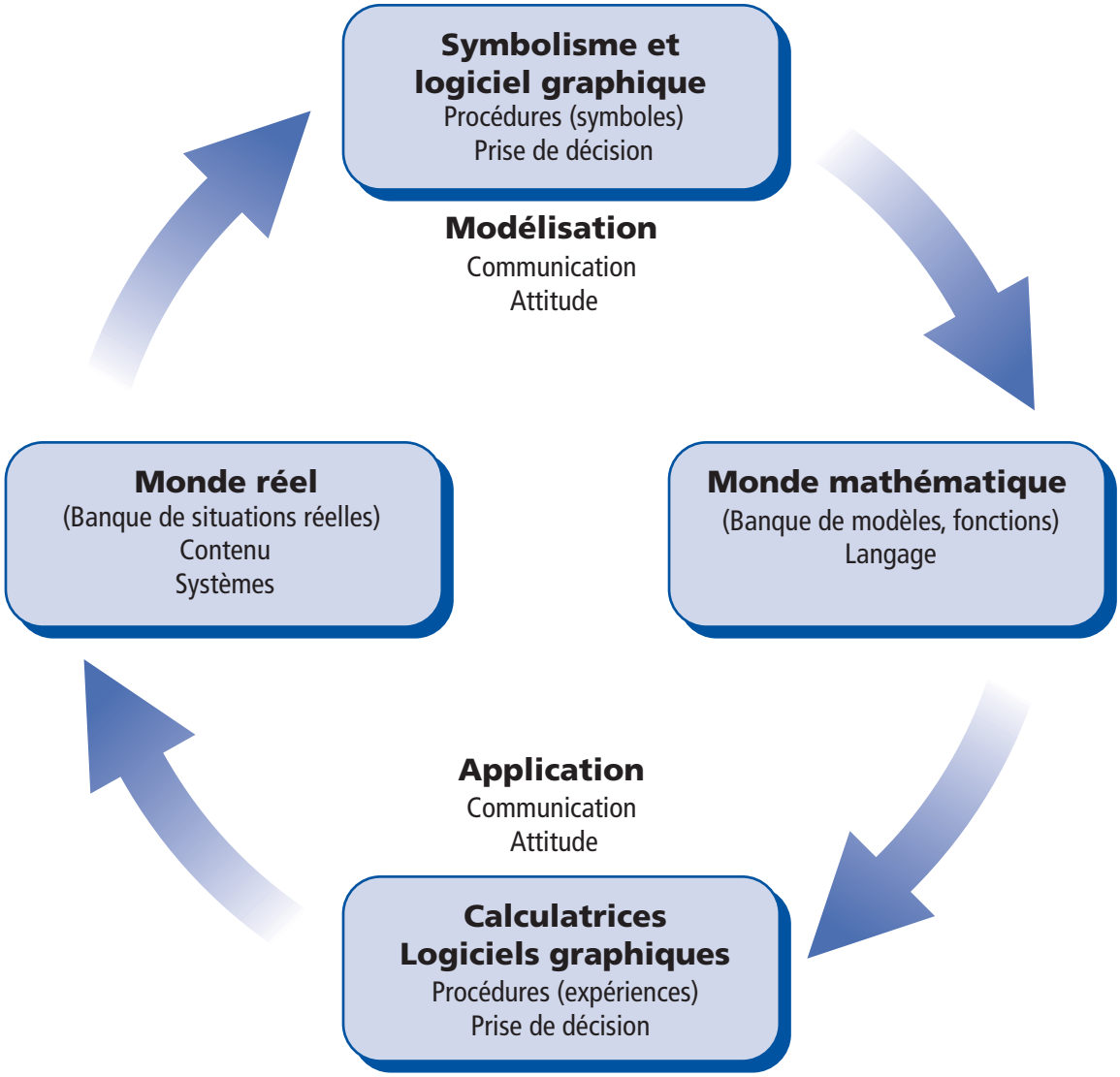
La curiosité naturelle des élèves peut s'épanouir lorsqu'il leur est permis d'utiliser des outils technologiques tels que les calculatrices, les ordinateurs et les instruments de mesure. Ces outils permettent aux élèves d'explorer des situations impliquant des calculs complexes tout en se concentrant sur les relations mathématiques sous-jacentes. Les élèves devraient être en mesure de choisir et d'utiliser les outils technologiques les plus pertinents pour recueillir des données, les analyser et les présenter.

L'estimation et le calcul mental

L'enseignement devrait mettre l'accent sur l'importance de l'estimation. Cet exercice fait appel au raisonnement, au jugement et à la prise de décision. Les élèves améliorent leur confiance en soi et leur précision mathématique lorsqu'ils peuvent effectuer mentalement des opérations mathématiques simples.

Figure 1 : La modélisation mathématique

Modélisation
Modéliser une situation signifie traduire cette situation en langage mathématique de façon à mieux comprendre le monde réel comme par exemple, modéliser la trajectoire d'un projectile par une fonction quadratique.



La modélisation

L'apprentissage basé sur la résolution de problèmes permet aux élèves de créer et d'utiliser des modèles mathématiques pour représenter des situations réelles. Modéliser une situation signifie traduire cette situation en langage mathématique de façon à mieux comprendre le monde réel, par exemple modéliser la trajectoire d'un projectile par une fonction quadratique (voir la figure 1 : Modélisation mathématique).

Qui sont les acteurs principaux dans le cours de *Mathématiques 9*?

L'apprenant

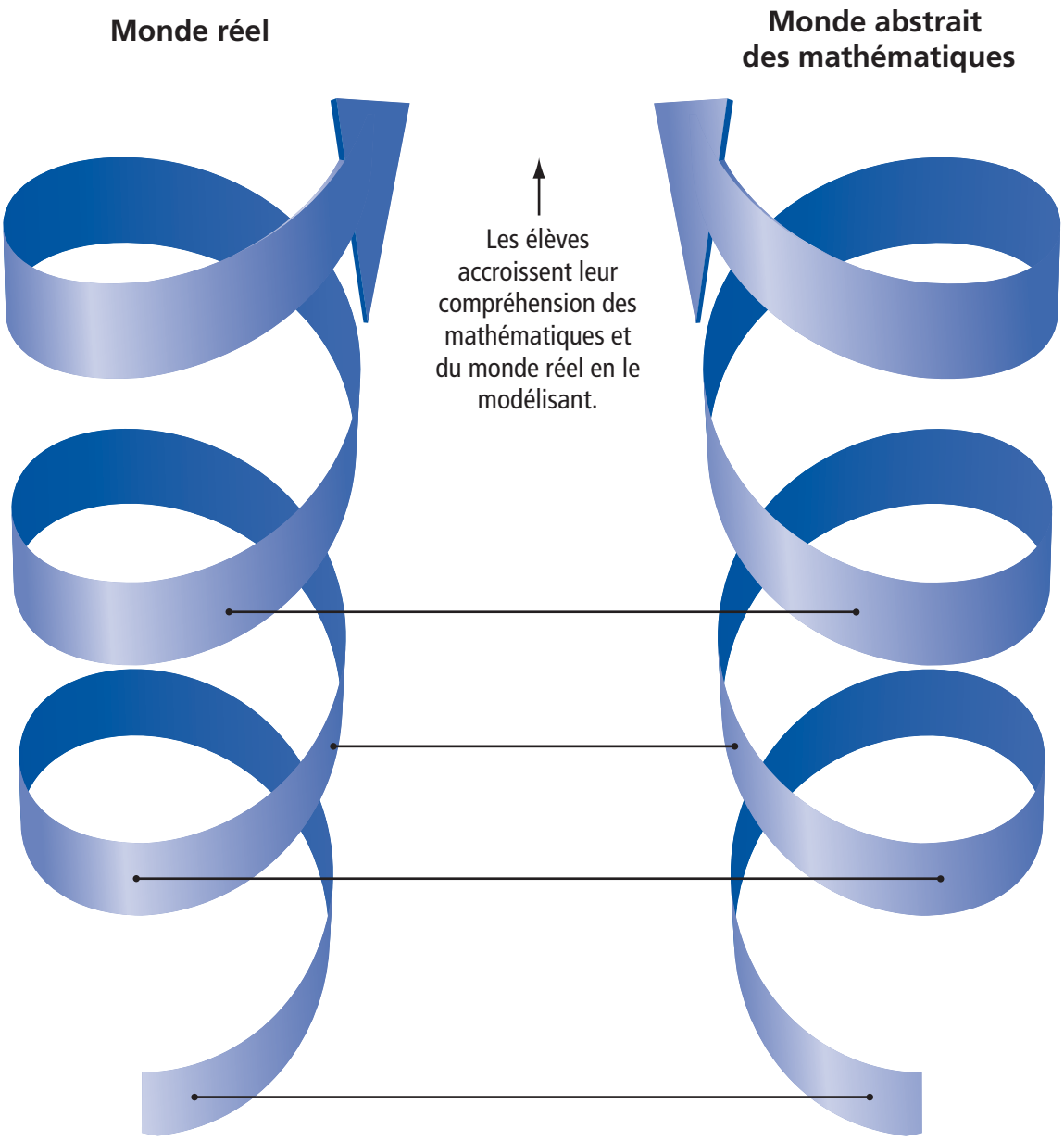
Le cours de *Mathématiques 9* est centré sur l'élève. Il est conçu de façon à donner à tous les élèves, sans exception, l'occasion de comprendre, d'apprécier et, ultimement, d'utiliser les mathématiques dans leur vie quotidienne présente et future. Il permet aux élèves de faire usage de leur intuition mathématique pour établir des liens valides et utiles entre des concepts abstraits et des situations concrètes. Armés d'une telle expérience, les élèves seront capables d'explorer des applications possibles dans différents domaines d'activité humaine, du monde de l'économie et de la finance au monde scientifique et au génie. Dans plusieurs cas, l'intérêt de l'élève pour ce genre de mathématiques provient de son intérêt pour une carrière particulière; mais cet intérêt peut aussi être éveillé par un passe-temps ou par cette nouvelle façon d'apprendre les mathématiques.

Les élèves d'un cours de mathématiques proviennent en général de divers groupes et comprennent des élèves exceptionnellement brillants et désireux apprendre les mathématiques d'un point de vue contextuel et à partir d'activités pratiques ainsi que des élèves pour qui une approche purement algorithmique constitue un obstacle et pour lesquels les mathématiques n'ont pas beaucoup de sens. Ces élèves ont besoin de comprendre comment les mathématiques se rapportent à eux plutôt qu'à quelque chose d'extérieur à eux ou à leur monde. Plus les mathématiques se rapportent à eux personnellement, plus ils peuvent concevoir les mathématiques comme une partie d'eux-mêmes (voir la figure 2 : Naviguer entre le monde réel et le monde abstrait des mathématiques).

L'enseignant

L'enseignant d'un cours de mathématiques se doit de savoir comment les mathématiques sont appliquées dans le monde réel. Il voit et aide les élèves à voir la situation d'ensemble en gardant à l'esprit que les mathématiques ne consistent pas uniquement à apprendre un ensemble d'opérations à effectuer mais aussi à comprendre comment elles sont utiles pour la prise de décisions et la compréhension du monde réel. Il conçoit l'enseignement des mathématiques comme une responsabilité vaste et profonde. Il sait que si les mathématiques ne comportent que de purs calculs, la plupart des élèves ne pourront pas acquérir un sens profond de la littératie mathématique et les habiletés afférentes.

Figure 2 : Naviguer entre le monde réel et le monde abstrait des mathématiques



L'enseignant de mathématiques commence à enseigner un concept en le plaçant dans le contexte du vécu propre de l'élève, un contexte que l'élève peut facilement comprendre.

L'enseignant de mathématiques fait preuve d'ouverture au sujet de l'apprentissage des mathématiques et il fait appel aux ressources et au matériel appropriés. Cependant, l'enseignant n'est pas tenu de changer radicalement sa façon de faire. Il cherche plutôt à constamment améliorer son répertoire personnel de stratégies d'enseignement. Par exemple, l'enseignant utilise plus d'une démarche pour stimuler l'apprentissage individuel de chaque élève. Lorsqu'un élève dit « Je ne comprends pas », l'enseignant essait une autre façon d'aborder le problème, puis une autre et ainsi de suite. Cette recherche constante de nouvelles démarches d'enseignement des mathématiques, à la fois innovatrices et efficaces, permet de rendre les mathématiques accessibles à tous les élèves.

Les parents et la collectivité

L'enthousiasme généré dans les classes de mathématiques se transmet hors du cadre de la salle de classe. Ce que les élèves produisent est important dans leur perception du monde réel et il est donc nécessaire de leur permettre d'explorer ce monde, d'y effectuer des recherches et de lui donner un sens mathématique.

La nature même de ce cours de mathématiques élargit la notion de la classe de mathématiques. Les limites de la salle de classe se situent aux confins de l'univers. Les parents et les membres de la collectivité vont trouver que de telles salles de classe ne ressemblent en rien à ce qu'ils connaissaient auparavant.

Les enseignants trouvent une façon réelle de décrire les applications aux parents. Les devoirs à domicile incluent des questions d'application des mathématiques qui engendrent des discussions et des débats avec les parents et les frères et sœurs.

Les parents peuvent devenir des personnes-ressources pour l'explication d'idées mathématiques dans la salle de classe. De nombreux parents possèdent un bagage mathématique ou connaissent des personnes pouvant partager leurs connaissances en la matière.

Cette approche de l'enseignement des mathématiques est caractérisée particulièrement par sa flexibilité. Elle prendra des formes différentes selon la collectivité, l'école et la salle de classe où elle sera utilisée. Avec cette approche, les mathématiques ne sont plus cette discipline sèche et insipide ne s'adressant qu'aux initiés; elles deviennent, au contraire, une aventure exaltante.

MATHÉMATIQUES

9

Modèle de projet : Le comptage des kokanis

Vue d'ensemble du projet 39

Sommaire du projet 41

Partie I : Expérience 42

Partie II : Modélisation mathématique 43

Partie III : Vérification du modèle et discussion 49

Résumé de la méthode de modélisation mathématique 52

Modèle de projet : Le comptage des kokanis

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

Partie I : Expérience ..... 1 période d'enseignement
Partie II : Modélisation mathématique ..... 1 période d'enseignement
Partie III : Vérification du modèle et discussion ..... 1 période d'enseignement

Stratégies d'enseignement :

- Étude de cas
- Enseignement magistral
- Travail d'équipe
- Simulation

Applications concrètes :

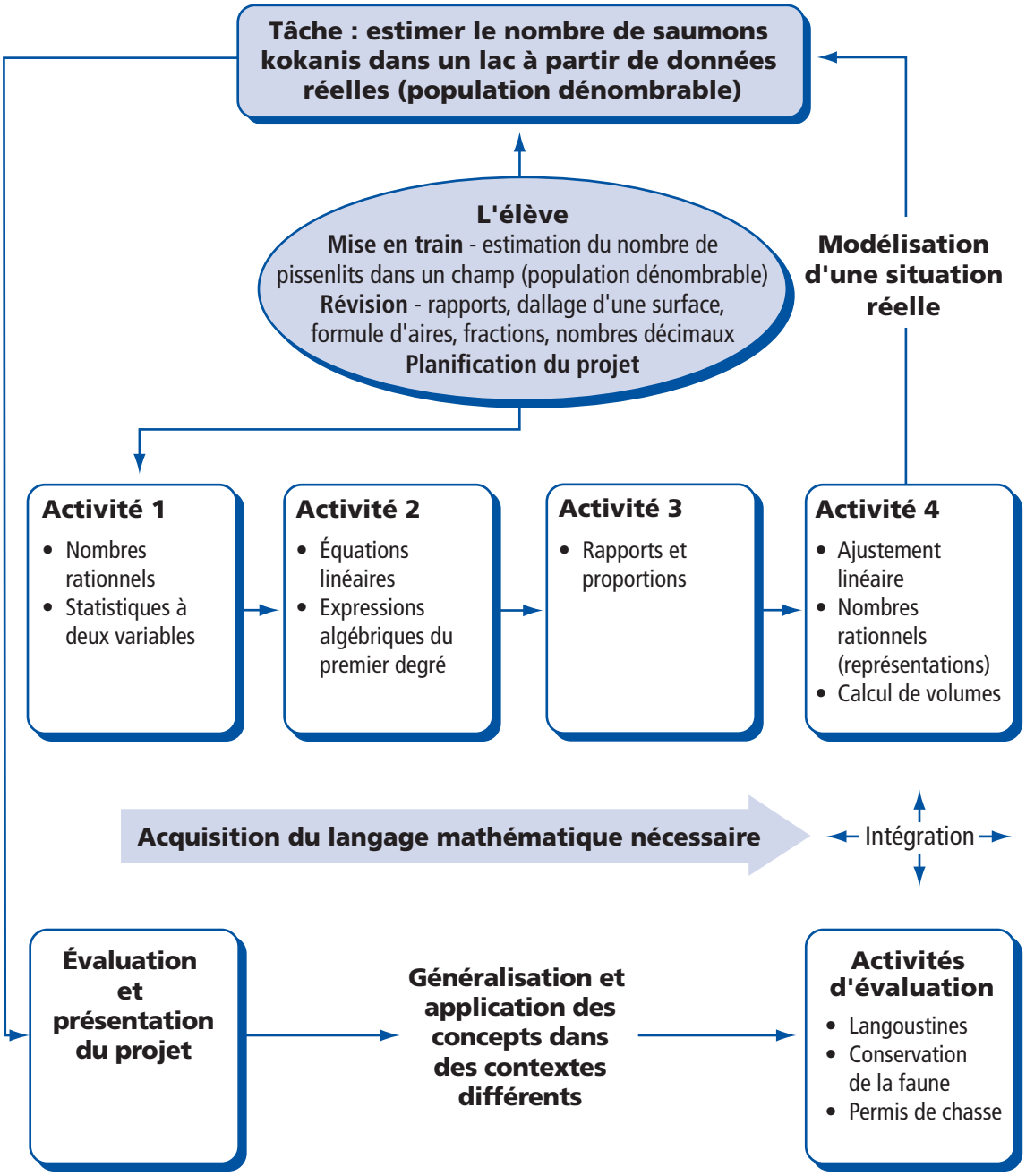
Voici quelques applications concrètes des connaissances et des techniques abordées dans cette unité :

- estimer le nombre de personnes assistant à un concert rock en plein air;
- estimer le nombre de saumons qui ont remonté une rivière pour frayer;
- déterminer le nombre de vêtements à la mode à garder en inventaire dans un magasin;
- effectuer un contrôle de la qualité dans une usine;
- réaliser un sondage d'opinion au sujet d'une question d'actualité;
- reconnaître des tendances sociales;
- élaborer des modèles pour prédire l'évolution d'un système;
- choisir des techniques d'échantillonnage de populations;
- représenter de l'information sous forme graphique.

Schéma du projet :

Le schéma conceptuel (figure 1) de la page suivante vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques présentés ou révisés dans cette unité modèle. Ce schéma vous aidera aussi à planifier le projet avec vos élèves. Une discussion et un résumé de la méthode de modélisation mathématique sont présentés en fin d'unité. Nous vous suggérons de discuter de ce résumé avec les élèves avant d'entreprendre le projet proprement dit.

Figure 1 : Modèle de projet : Le comptage des kokanis — *« Comment tout compter sans compter tout »*



Sommaire du projet

Ce projet de quelques heures (2 à 3 périodes d'enseignement) vous permet de vous familiariser avec le style d'activités présentés dans *Mathématiques 9 : une ressource pour les enseignants.* Les concepts et techniques mathématiques utilisés dans ce projet sont du niveau de la 8e année; ils peuvent servir de révision des notions de rapport et de proportion.

Ce projet permet aux élèves de comprendre la façon dont ces concepts sont utilisés dans un contexte réel.

Au cours du projet, les élèves élaborent un modèle mathématique qui leur permettra d'estimer le nombre de saumons kokanis dans un lac. Par extension, cette méthode peut servir à dénombrer une population dont on ne peut compter les individus un par un.

En travaillant à ce projet, les élèves devraient porter une attention particulière à établir un climat de travail d'équipe et à observer le processus de modélisation en posant des questions au besoin.

Dès le début du projet, l'enseignant devrait discuter avec les élèves de la démarche de modélisation présentée en fin d'unité; il devrait en outre s'assurer qu'ils en comprennent toutes les étapes et en réalisent l'importance et la nécessité. Tout au long de ce projet et des projets subséquents, il serait souhaitable que les élèves puissent avoir continuellement accès à l'organigramme présenté à la figure 6 : Organigramme de la démarche de modélisation, pour être en mesure de reconnaître à quelle étape particulière ils se situent en tout temps.

Au cours de la première partie, les élèves utilisent la technique CMR (« Capture – Marquage – Recapture ») pour estimer une population. Dans un contexte de laboratoire de mathématiques, les élèves représentent les saumons par des fèves et estiment le nombre de fèves présentes dans un récipient en appliquant la technique CMR. Ils peuvent ensuite vérifier la validité de la technique.

Au cours de la deuxième partie, les élèves apprennent à « dénombrer l'indénombrable » en élaborant un modèle mathématique. Ce modèle leur servira à estimer le nombre de saumons kokanis dans un lac.

Au cours de la troisième partie, les élèves vérifient et discutent les modèles qu'ils ont élaborés.

Dans ce projet, les élèves explorent une démarche comportant six étapes qui permettent de modéliser n'importe quelle situation réelle :

1. décrire et formuler la situation ou le problème;
2. choisir les variables pertinentes;
3. faire des hypothèses et déterminer les relations entre les variables;
4. représenter les relations entre les variables de façon :
   - numérique,
   - graphique,
   - symbolique (sous forme d'expression algébrique);

5. vérifier le modèle dans une situation simplifiée;
6. valider le modèle en le vérifiant dans des situations réelles.

Les questions suivantes peuvent aider l'enseignant à guider les élèves dans leur discussion au sujet de ce projet modèle :

- Connaissez-vous des situations où il est important d'estimer une population (par exemple, le nombre de spectateurs lors d'un concert rock en plein air, la population d'oiseaux d'une certaine espèce)?
- Existe-t-il des techniques plus simples, plus rapides et plus faciles pour estimer une population que de compter un par un les individus de cette population? Lesquelles?
- Existe-t-il des méthodes indirectes qui permettent de dénombrer une population lorsqu'on est dans l'impossibilité de compter les individus un par un? Lesquelles?

Résumez la discussion en expliquant qu'on pourrait :

- modéliser le monde réel par une expérience de laboratoire;
- vérifier et confirmer des hypothèses;
- appliquer les concepts nouvellement appris au monde réel.

Partie I : Expérience

But :

Au cours de cette partie, les élèves trouvent des situations où il est important d'estimer des populations et apprennent une technique qui leur permettra d'accomplir cette tâche.

Matériel et équipement :

(par équipe de deux élèves)

- Un sac contenant de 400 à 500 fèves (le nombre n'est pas révélé aux élèves)
- Un petit sac contenant de 15 à 20 fèves d'une autre couleur
- Un récipient ou un bol à salade (suffisamment grand pour permettre de mélanger les fèves)

Démarche :

- Groupez les élèves en équipes de deux et distribuez le matériel.
- Commencez par demander aux élèves de nommer plusieurs situations où il est nécessaire d'estimer une population.
- Demandez aux élèves de nommer des techniques de comptage indirect (estimation) et de discuter de l'à-propos de ces techniques pour dénombrer une population de poissons.
- Expliquez aux élèves qu'ils vont utiliser une technique employée couramment par les agents de conservation de la faune. Cette technique consiste à prendre un nom-

bre donné de poissons au filet, à les marquer, puis à les relâcher dans leur milieu. Après une période de temps suffisante (au cours de laquelle les poissons peuvent se mélanger de façon naturelle aux autres poissons), on récolte un échantillon de même taille et on compte le nombre de poissons marqués.

- Expliquez que les fèves représentent la population de poissons d'un lac. Les élèves peuvent faire une première approximation du nombre de fèves que contient le récipient et noter leur estimation ainsi que la démarche utilisée.
- Les groupes d'élèves prennent des échantillons de taille différente (de 15 à 40 fèves) et les comptent. Les fèves représentent les poissons pêchés. Les résultats sont inscrits dans un tableau.
- Une fois compté, l'échantillon est remplacé dans le bol par un nombre égal de fèves d'une autre couleur. Ce sont les poissons « marqués ».
- Les fèves sont alors mélangées vigoureusement. Cette opération correspond au processus d'homogénéisation naturelle des poissons une fois de retour dans le lac. À ce stade, les élèves devraient discuter des effets d'un mélange incomplet.
- Sans regarder dans le bol, les élèves retirent un nombre de fèves égal à la taille du premier échantillon. La plupart des fèves retirées seront « normales » et certaines seront de couleur différente.
- Les élèves comptent le nombre de fèves de couleur différente. Celles-ci représentent les poissons repêchés portant une marque. Ils prennent le résultat en note.
- Les élèves peuvent communiquer leurs résultats à la classe et discuter de la façon de les utiliser pour élaborer un modèle de dénombrement. L'enseignant devrait guider les élèves vers une conclusion concernant la taille de l'échantillon et la précision de l'estimation de la population.

Partie II : Modélisation mathématique

But :

Au cours de cette phase, les élèves apprennent et appliquent les principes de base relatifs à l'élaboration de modèles et à la validité de ceux-ci.

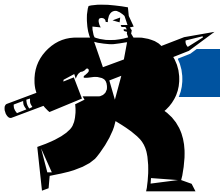
Matériel et équipement :

(par groupe de deux élèves)

- Un sac contenant de 400 à 500 fèves (le nombre n'est pas révélé aux élèves)
- Un petit sac contenant de 15 à 20 fèves d'une autre couleur
- Un récipient ou un bol à salade (suffisamment grand pour permettre de mélanger les fèves)

Démarche :

- Guidez les élèves en posant les questions suivantes :
  - Quelle est la quantité que vous voulez déterminer?
    Réponse : le nombre total (*N*) de fèves de couleur normale que contient le sac à l'origine.
  - Quelles sont les quantités connues ou déterminées lors de l'expérience?
    Réponse : le nombre de fèves du premier échantillon (*P*) et le nombre de fèves de couleur dans le deuxième échantillon (*D*).
  - Connaissant *P* et *D*, comment pouvons-nous déterminer *N*?
- Faites remarquer aux élèves que plus l'échantillon *P* est grand, plus le nombre de fèves de couleur *D* sera grand. Ceci peut se déduire de l'observation générale des résultats de la classe entière (certains groupes ont pris 15 fèves, d'autres en ont pris 40, et il est assez vraisemblable que les plus grands échantillons contiendront davantage de fèves de couleur). Les élèves peuvent remplir le tableau 1 de la feuille d'activités « Modèle mathématique – Tableau des résultats » et représenter les résultats sur un graphique comme celui de la page 46, « Modèle mathématique – Graphique des résultats ».



Feuille d'activités : Modèle mathématique – Tableau des résultats

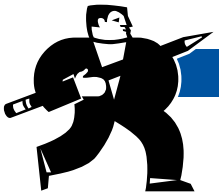
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Tableau 1

Modèle mathématique – Tableau des résultats

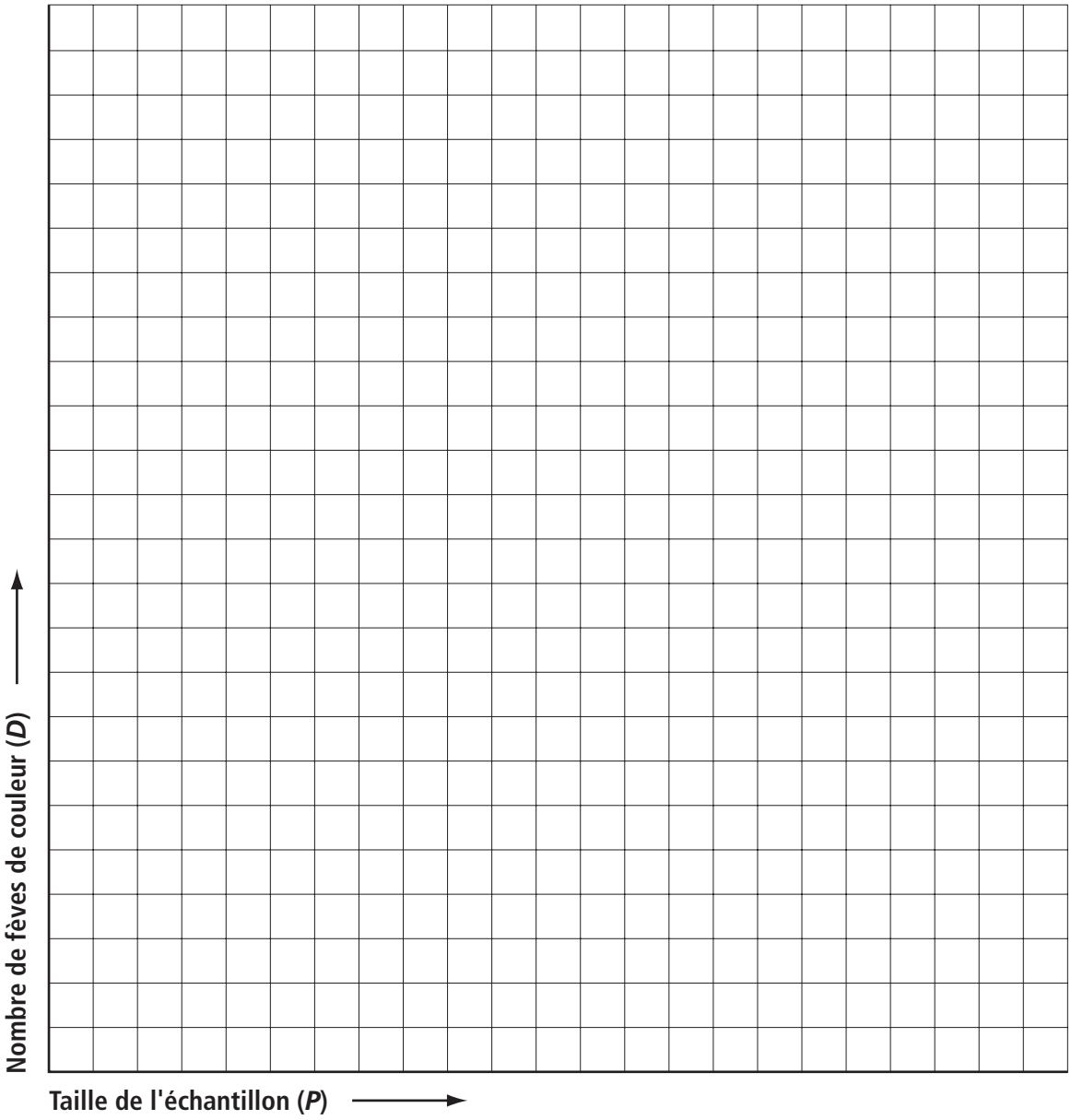
Nom du groupe d'élèves	Taille de l'échantillon (*P*)	Nombre de fèves d'une autre couleur (*D*)	Rapport $\frac{D}{P}$

Conclusions :



Feuille d'activités : Modèle mathématique – Graphique des résultats

Nom de l'élève : _____ Date : _____



- Aidez les élèves à interpréter les représentations (tableau et graphique) du modèle mathématique en posant des questions comme celles-ci :
  - Dans le tableau, le rapport $\frac{D}{P}$ de la dernière colonne est relativement constant; quelle est la relation entre la taille de l'échantillon et le nombre total de fèves (population)?
  - Dans la représentation graphique, les points sont-ils plus ou moins situés sur une droite? Quel serait le nombre de fèves de couleur pour un échantillon de taille …? Quel serait le nombre de fèves de couleur pour un échantillon de plus grande taille? Quel serait le nombre de fèves de couleur pour la population entière? Lorsque les élèves sont capables de répondre à cette question, ils réalisent que le rapport $\frac{D}{P}$ est constant et peuvent formuler le modèle de façon algébrique.
- Aidez les élèves à formuler le modèle de façon symbolique à partir des observations suivantes :

  Le rapport $\frac{D}{P}$ est constant, car il ne varie pas pour des valeurs différentes de P; en fait, si P augmente, D augmente en conséquence.

  Donc, D divisé par P est toujours le même nombre (constante), que l'on pourrait appeler k.

  En algèbre, $\frac{D}{P} = k$, où k est un nombre constant.

Hypothèse

Considérant qu'il est raisonnable de croire que le rapport entre le nombre de fèves de couleur et le nombre total de fèves dans l'échantillon (rapport $\frac{D}{P}$) est le même que le rapport entre le nombre de fèves dans l'échantillon et le nombre total de fèves (population), c'est-à-dire le rapport $\frac{P}{N}$, on peut écrire :

$$\frac{D}{P} = \frac{P}{N}$$

Cette hypothèse est en accord avec les représentations (tableau, graphique et équation). On pourrait de plus écrire que la constante k est égale à $\frac{P}{N}$.

Solution du modèle mathématique

- Demandez aux élèves de résoudre l'équation pour chacune des valeurs trouvées par la classe.

Exemple 1 :

Taille de l'échantillon : $P = 20$
Nombre de fèves de couleur : $D = 2$
Remplacer dans l'équation : $\frac{D}{P} = \frac{P}{N}$ pour trouver N.

$$\frac{2}{20} = 0{,}1 = \frac{20}{N}$$

$$N \times 0{,}1 = 20$$

$$N = \frac{20}{0{,}1}$$

$$N = 200$$

Exemple 2 :

Taille de l'échantillon : $P = 35$
Nombre de fèves de couleur : $D = 5$
Remplacer dans l'équation : $\frac{D}{P} = \frac{P}{N}$ pour trouver N.

$$\frac{5}{35} = 0{,}14 = \frac{35}{N}$$

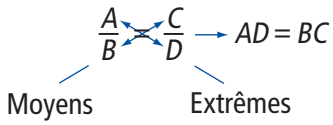
$$N \times 0{,}14 = 35$$

$$N = \frac{35}{0{,}14}$$

$$N = 250$$

- Encouragez les élèves à trouver une règle systématique pour évaluer la proportion comme par exemple, en utilisant la propriété des proportions illustrée ci-dessous; si $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, alors A × D = C × B, ou « le produit des moyens égale le produit des extrêmes ».

Figure 2 : Propriété des proportions



- Donnez aux élèves d'autres exemples de proportions (par exemple des résultats trouvés par d'autres élèves de la classe). Les élèves peuvent alors compléter le tableau de la feuille d'activités « Utilisation et vérification du modèle CMR » :
  - Dans la première colonne, les élèves inscrivent la taille de l'échantillon.
  - Dans la colonne 2, ils inscrivent le nombre de fèves d'une autre couleur.
  - Dans la colonne 3, ils inscrivent la taille de la population évaluée à partir du tableau ou du graphique.
  - Dans la colonne 4, ils inscrivent la taille de la population calculée par le modèle mathématique (la formule).
  - Finalement, dans la colonne 5, ils inscrivent l'écart E entre les résultats expérimentaux et le résultat calculé.

Les élèves peuvent exprimer cet écart sous forme de pourcentage (écart par rapport à la taille de l'échantillon).

- Au cours d'une discussion de classe, invitez les élèves à discuter de l'importance de la taille de l'échantillon pour la précision de l'estimation de la population.

Partie III : Vérification du modèle et discussion

But :

Dans cette partie, les élèves vérifient leur modèle et discutent de sa validité ainsi que de la possibilité de le généraliser à d'autres contextes.

Matériel et équipement :

- Copies du « Résumé de la méthode de modélisation mathématique » des pages 52 et suivantes
- Figure 6 : Organigramme de la démarche de modélisation
- Feuille d'activités « Utilisation et vérification du modèle CMR »

Démarche :

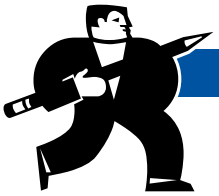
- La modélisation est un processus en six étapes :
  1. décrire et formuler la situation ou le problème;
  2. choisir les variables pertinentes;
  3. faire des hypothèses et déterminer les relations entre les variables;
  4. représenter les relations entre les variables de façon:
     - numérique,
     - graphique,
     - symbolique (sous forme d'expression algébrique);
  5. vérifier le modèle dans une situation simplifiée;
  6. valider le modèle en le vérifiant dans des situations réelles.
- Le problème à résoudre : dénombrer une population de poissons qui ne peut être comptée de façon directe, à moins de vider le lac et de compter des poissons morts. On fait l'hypothèse que la population peut être estimée par échantillonnage et que la validité de la méthode peut être vérifiée par une simulation au moyen de fèves.
- Les variables : la taille de l'échantillon P, le nombre de fèves de couleur D et la variable dépendante, N, la population.
- La relation entre les variables a été reconnue par expérimentation et en posant l'hypothèse que l'échantillon était représentatif de la population.
- La relation a été représentée sous forme de tableau, de graphique et de symboles :

  $$\left(\frac{D}{P} = \frac{P}{N}\right)$$

- Le modèle est vérifiable : on peut par exemple compter le nombre total de fèves dans le contenant de façon indirecte. Prendre un certain volume (10 ml) et compter

le nombre de fèves (par exemple, 52 fèves), mesurer le volume total (par exemple 250 ml), puis faire le rapport : 52 fèves dans 10 ml, donc 25 fois plus dans 250 ml, soit environ 1300 fèves. On pourrait également utiliser la masse d'un petit échantillon, compter les fèves de cet échantillon, peser la population et faire le rapport.

- Les élèves devraient être en mesure de suggérer des situations où le modèle peut être utilisé ou adapté et de décrire les étapes à suivre dans chaque nouveau contexte.
- Posez les questions suivantes aux élèves afin de vérifier s'ils ont compris la démarche.
  - Pourquoi ce modèle est-il réaliste?
  - Pourquoi le rapport doit-il être constant quelle que soit la grandeur de l'échantillon?
  - Qu'arrivera-t-il si on ne mélange pas assez les fèves?
  - Comment peut-on systématiser le modèle afin de déterminer une quantité inconnue?
  - Le modèle résiste-t-il au test de la vérification?
  - Comment pouvez-vous savoir si le modèle est suffisamment précis?
  - Quelles sont les limites du modèle?
  - Comment pourriez-vous améliorer le modèle?
  - Comment pourrait-on valider le modèle dans d'autres situations réelles?



Feuille d'activités : Utilisation et vérification du modèle CMR

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Tableau 2

Validation du modèle CMR

Taille de l'échantillon (P)	Nombre de fèves d'une autre couleur (D)	Taille de la population (N_E) déterminée expérimentalement (à partir du tableau ou du graphique)	Taille de la population (N_M) (par le modèle)	Écart $E = N_M - N_E$	Écart en % $\frac{E}{P} \times 100$

Conclusions :

Résumé de la méthode de modélisation mathématique

Le but de cette section est de discuter du processus de formulation en langage mathématique de situations réelles dans le but de mieux comprendre la réalité.

Une situation réelle est un système, c'est-à-dire un ensemble d'objets qui interagissent entre eux (par exemple, le système solaire, l'économie mondiale, la population de poissons d'un lac).

Concevoir et analyser un modèle mathématique peut servir à comprendre :
- le fonctionnement d'un système;
- les facteurs de changement dans un système;
- la sensibilité d'un système à certains changements.

Un modèle mathématique peut aussi servir à prédire :
- les changements les plus probables d'un système dans le futur;
- le moment le plus vraisemblable de ces changements.

Une démarche de modélisation comprend en général six étapes principales :
1. décrire et formuler la situation ou le problème;
2. choisir les variables pertinentes;
3. faire des hypothèses et déterminer les relations entre les variables;
4. représenter les relations entre les variables de façon :
   - numérique,
   - graphique,
   - symbolique (sous forme d'expression algébrique);
5. vérifier le modèle dans une situation simplifiée;
6. valider le modèle en le vérifiant dans des situations réelles.

La modélisation mathématique peut servir à comprendre une vaste gamme de situations réelles. Par exemple :
- Supposons qu'un objet tombe d'une certaine hauteur. Comment peut-on décrire sa chute?
- Dans combien d'années n'y aura-t-il plus de pétrole?
- À quelle distance un joueur de golf peut-il lancer une balle?
- Lorsqu'un médicament est administré à un patient, quelle est la dose nécessaire et quels sont les intervalles de temps requis pour que le médicament soit à la fois efficace et sans danger?
- Un produit chimique déversé dans un lac a causé un dangereux niveau de pollution. Le lac est alimenté par de l'eau fraîche provenant d'une rivière et le surplus d'eau s'écoule au même taux par une décharge. En combien de temps le lac sera-t-il nettoyé à 10 % de son niveau de pollution original?
- Dans les cours de conduite automobile, on enseigne aux élèves la règle de sécurité routière empirique suivante : « Dans des conditions normales de conduite, garder une distance équivalente à une longueur d'auto par rapport au véhicule qui précède pour chaque 15 km/h ». Quelle est la valeur de cette règle?

Description des étapes :

1. Décrire et formuler la situation ou le problème

La formulation du problème ou de la situation doit être aussi précise que possible pour permettre une traduction adéquate en langage mathématique.

Dans l'étude de la chute libre d'un corps, on peut se poser les questions suivantes :
- Est-ce qu'un objet tombe plus vite s'il est plus lourd?
- La vitesse de chute d'un objet est-elle constante?
- Si la vitesse d'un objet varie au cours de sa chute, à quelle vitesse atteindra-t-il le sol?
- Est-ce que tout objet atteint une vitesse limite lors de sa chute?
- Est-ce que le temps nécessaire pour tomber de la moitié de la hauteur est égal à la moitié du temps de chute total?
- En combien de temps l'objet atteint-il le sol?

Afin de modéliser correctement la situation, il est souvent nécessaire d'apporter des précisions ou des restrictions supplémentaires. Par exemple :
- De quelle hauteur l'objet tombe-t-il?
- Est-il lâché d'un avion ou commence-t-il sa chute de la position de repos?
- Considère-t-on la résistance de l'air?

De telles précisions servent à cerner sans équivoque le cadre de la question. Elles doivent être formulées sous la forme d'hypothèses ou d'énoncés tels que les suivants :
- Nous étudions la chute d'un objet tombant de différents étages d'un immeuble.
- Nous négligeons l'effet des forces agissant à l'encontre du mouvement de l'objet.

2. Choisir les variables pertinentes

Les variables pertinentes sont les facteurs qui affectent la situation de façon significative. Il n'est pas toujours possible de prendre en considération tous les facteurs affectant l'évolution d'un système, ceci ne permettrait pas de formuler un modèle mathématique pouvant être résolu. Le but est de simplifier la situation en réduisant le nombre de facteurs (c'est-à-dire, en les considérant temporairement comme constants) pour permettre d'établir une relation entre les facteurs les plus pertinents. Il est de bonne pratique de débuter le processus de modélisation en considérant des relations simples (relations linéaire, quadratique) et ensuite de raffiner en employant des relations plus complexes.

Variables indépendantes et variable dépendante

Les variables indépendantes sont les facteurs retenus comme ayant un effet important sur le système compte tenu des hypothèses émises. La variable dépendante est généralement la variable dont on cherche à déterminer la valeur pour répondre à la question. Les autres variables sont indépendantes; certaines variables pourront être omises.

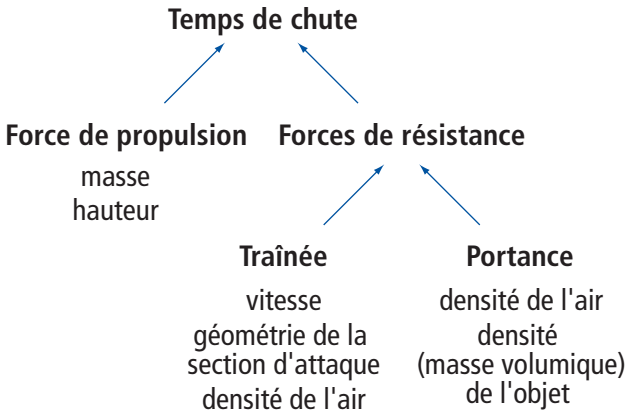
Lorsque des variables sont considérées comme constantes dans le cadre de la simplification de la situation, on les nomme « paramètres » (lors d'une généralisation du modèle, ces paramètres pourront être considérés comme de nouvelles variables).

Dans le cas de situations relativement complexes, il est nécessaire de créer des sous-modèles, c'est-à-dire des modèles plus simples dans lesquels certaines variables sont temporairement considérées comme des paramètres. Les sous-modèles seront par la suite combinés pour former le modèle plus général.

Dans l'exemple de la chute d'un objet, le temps de chute est la variable dépendante lorsque l'on se pose des questions telles que « Combien de temps faudra-t-il….? ». La hauteur de laquelle l'objet tombe est une variable indépendante. En effet, le temps « dépend » de la hauteur de la chute. Si le problème a été simplifié en faisant l'hypothèse que la chute s'effectue le long d'une trajectoire rectiligne, les autres facteurs pouvant modifier le temps de chute seront reliés aux forces de frottement dues à la résistance de l'air lors de la chute. La force de propulsion(pesanteur) imprime à l'objet un mouvement vers le bas tandis que les forces de résistance ralentissent ce mouvement. ces forces sont causées par divers facteurs tels que la forme géométrique de l'objet, la densité de l'air et la densité de l'objet, la vitesse de l'objet. On peut regrouper ces forces sous les termes de « traînée » et de « portance ».

Le schéma suivant représente l'effet des forces agissant sur le système ainsi que les variables ayant une incidence sur le mouvement.

Figure 3 : Variables pertinentes dans la chute d'un objet



3. Faire des hypothèses et déterminer les relations entre les variables

Avant d'entreprendre le travail de reconnaissance des relations de façon plus rigoureuse, il est recommandé de dresser un organigramme tel que celui de la figure 4 et d'indiquer de façon informelle la façon dont chaque variable va contribuer à l'évolution du système (par exemple, si la densité de l'air augmente, la traînée augmentera).

On simplifiera temporairement, le problème en imposant les restrictions de la façon suivante :

- Ignorer certaines des variables indépendantes. Par exemple, lorsque l'effet d'une variable est négligeable par rapport aux autres. On peut également mettre de côté une variable parce qu'on veut étudier la situation en l'absence de celle-ci.

- Simplifier les relations entre les variables en faisant, par exemple, l'hypothèse que la force propulsive est directement proportionnelle à la masse ou que la traînée est directement proportionnelle à la vitesse de l'objet. Si, lors de tests ultérieurs, il s'avère que le modèle n'est pas conforme à la réalité, on pourra toujours le raffiner en modifiant les hypothèses.

4. Représenter les relations entre les variables de façon :

- numérique
- graphique
- symbolique (sous forme d'expression algébrique)

Tous les sous-modèles sont regroupés pour constituer le modèle général que l'on peut représenter de façon numérique, graphique et algébrique. Il se peut que le modèle soit incomplet ou trop compliqué pour être interprété et résolu algébriquement. Le cas échéant, on devrait reprendre la deuxième étape et soit intégrer de nouvelles variables, soit faire des hypothèses supplémentaires. Il s'avère parfois nécessaire de retourner à l'étape 1 pour redéfinir ou préciser le problème. L'aptitude à simplifier ou à raffiner un modèle est la partie la plus importante du processus de modélisation; cette démarche nécessite une bonne compréhension de la situation.

Dans le cas de la chute des corps, si l'on se contente des hypothèses mises de l'avant à l'étape 2 et si l'on néglige tous les autres facteurs, la représentation algébrique est :

$t = kH/m$ où k est une constante de proportionnalité regroupant l'effet de tous les autres facteurs
H est la hauteur de la chute
M est la masse de l'objet
t est le temps

Note : ce modèle est bien sûr erroné car, en réalité, t ne dépend pas de la masse dans les conditions imposées dans ce modèle; t ne dépend que de la hauteur (en fait de la racine carrée de la hauteur).

5. Vérifier le modèle dans une situation simplifiée

Avant d'appliquer le modèle dans une situation réelle et de tirer des conclusions, le modèle doit être testé.

On peut se poser certaines questions avant d'entamer les procédures expérimentales et de recueillir les données :

- Est-ce que le modèle permet de résoudre le problème tel que posé à l'étape 1 ou s'est-on écarté du problème original en concevant le modèle?
- Le modèle est-il réaliste, a-t-il du sens?
- Peut-on tester le modèle avec une expérience qui fournira les résultats nécessaires?
- Est-ce que le modèle résiste à l'expérience?

En concevant un test ou une expérience permettant de vérifier le modèle, on devrait s'assurer que les observations couvrent la totalité des valeurs des variables indépendantes que l'on retrouverait dans la réalité. Les hypothèses formulées lors de l'étape 2

peuvent être raisonnables dans un domaine restreint mais s'avérer erronées pour l'ensemble du domaine de définition correspondant à la réalité.

Dans l'exemple de la chute d'un objet, le modèle permet de déterminer le temps de chute lorsque l'objet est lâché d'une certaine hauteur. Le modèle résiste à des expériences où la hauteur est augmentée. Cependant, il n'est pas certain que le modèle reste valable pour une hauteur quelconque (10 000 km par exemple). De plus, il semble raisonnable de croire que plus l'objet est pesant, plus rapidement il tombera et plus le temps sera court. Il reste cependant à vérifier ces hypothèses.

On peut réaliser une expérience consistant à mesurer le temps de chute de plusieurs billes d'acier de diamètres différents (donc de masses différentes) tombant de différentes hauteurs à proximité de la surface de la Terre en séparant l'expérience en deux parties indépendantes : d'abord, la même bille tombant de différentes hauteurs, ensuite, des billes différentes tombant de la même hauteur. Après avoir effectué les mesures (H, M et t), on pourra les comparer avec le modèle et tirer les conclusions qui s'imposent. Il semble que ce type d'expérience permette de représenter assez fidèlement les contraintes (hypothèses) imposées sur toutes les variables.

Les représentations numérique et graphique sont des outils précieux pour évaluer la validité d'un modèle. Le tableau 3 ci-dessous représente les résultats expérimentaux où l'on a mesuré le temps t de chute d'une même bille tombant de différentes hauteurs.

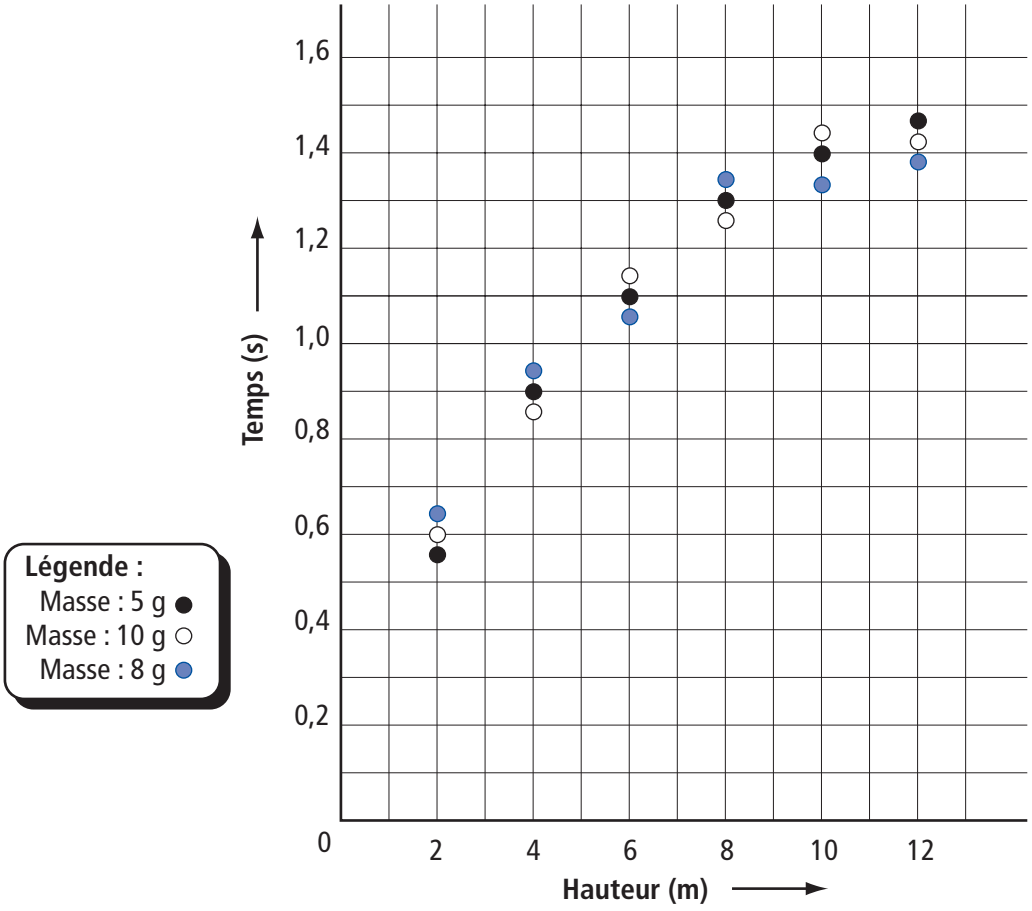
Tableau 3

Bille d'acier tombant de différentes hauteurs

Hauteur (m)	0	2	4	6	8	10	12
Temps (s)	0	0,6	0,9	1,1	1,3	1,4	1,5

La figure 4 représente graphiquement les résultats obtenus dans trois situations différentes (3 billes de masses différentes).

Figure 4 : Tester le modèle : billes d'acier différentes tombant de différentes hauteurs



Les résultats démontrent que le modèle s'avère correct jusqu'à une certaine hauteur (environ 8 m), car les points sont situés plus ou moins sur une ligne droite. Au-delà de cette hauteur, il semble que le modèle ne tienne plus, les points s'écartent de la droite. De plus, cette expérience ne semble pas confirmer l'existence d'une relation entre la masse et le temps, c'est-à-dire que le temps est indépendant de la masse.

Le modèle ne semble pas être conforme à la réalité et il faut le raffiner.

Note : on doit faire preuve de prudence lors de l'analyse de résultats expérimentaux, en particulier lorsqu'on est tenté de faire des généralisations : un modèle ne devient pas une loi générale même s'il est vérifié dans des circonstances particulières.

Vu les circonstances, il s'avère nécessaire de revoir le modèle et de le modifier à la lumière des résultats obtenus. Le modèle était le plus simple possible (relation linéaire), on pourrait donc envisager un modèle basé sur une relation quadratique et ne

plus inclure la masse comme variable indépendante (puisqu'il ne semble pas que la masse ait une influence).

Le modèle raffiné sera donc :

$$t^2 = kH$$

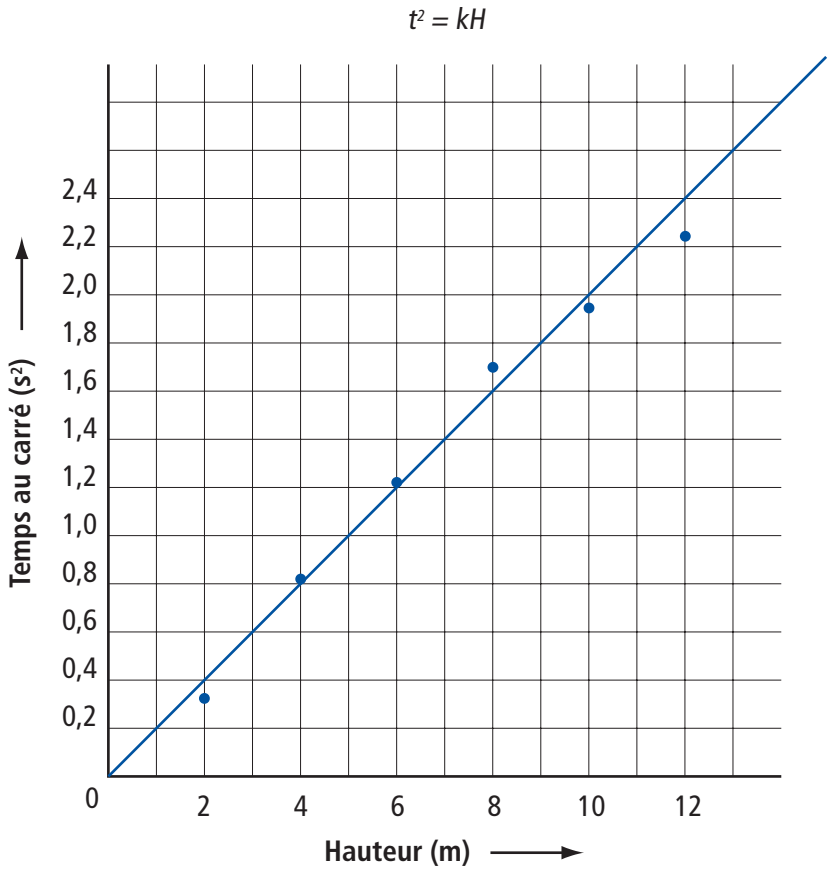
Lorsqu'on utilise les données figurant dans le tableau suivant et qu'on les représente graphiquement, on obtient la Figure 5 : Représenter graphiquement le modèle raffiné.

Tableau 4

Vérifier le modèle raffiné

Hauteur (m)	0	2	4	6	8	10	12
Temps au carré (s^2)	0	0,36	0,81	1,21	1,69	1,96	2,25

Figure 5 : Représenter graphiquement le modèle raffiné



Raffinement du modèle (extension)

Lorsqu'on examine avec attention le graphe ci-contre, on s'aperçoit que les points commencent à s'écarter de la droite à partir d'une certaine hauteur. Si ce comportement est confirmé par d'autres expériences (hauteurs de plus en plus en plus grandes), il devient nécessaire de raffiner de nouveau le modèle pour tenir compte de ce nouvel aspect. On pourrait alors émettre l'hypothèse que les forces de frottement deviennent de plus en plus importantes et on devrait inclure cette nouvelle variable dans un modèle plus général. Cet aspect sort du cadre d'un cours de 9e année mais il sera repris plus tard.

6. Valider le modèle en le vérifiant dans des situations réelles

Prédire le comportement d'un système réel est l'une des raisons pour lesquelles nous concevons des modèles mathématiques.

Afin de vérifier si le modèle est conforme à la réalité, les élèves pourraient tester ce modèle sur différents objets pour vérifier les résultats expérimentaux obtenus en mesurant le temps de chute d'objets divers (balle de tennis, basketball, objets non symétriques, objets de faible densité).

Nature itérative de la conception d'un modèle mathématique

La conception de modèles mathématiques est de nature itérative. L'organigramme ci-dessous représente le cheminement général. Cet organigramme devrait être présent dans l'esprit des élèves chaque fois qu'ils conçoivent un modèle ou qu'ils l'appliquent.

Figure 6 : Modélisation mathématique : processus itératif

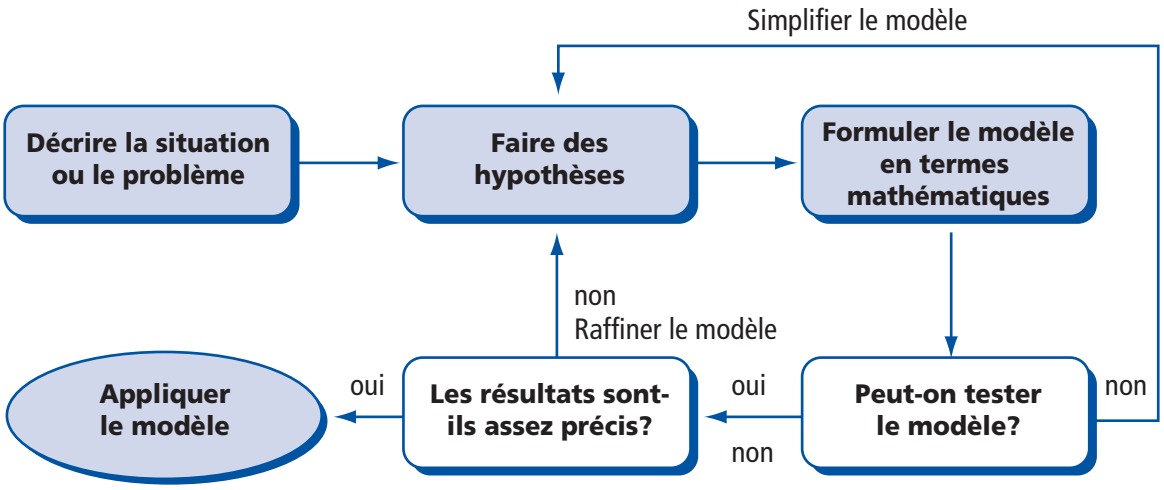


Tableau 5

Simplifier ou raffiner un modèle mathématique

Simplifier le modèle	Raffiner le modèle
• restreindre la portée du problème	• élargir la portée du problème
• négliger des variables	• ajouter de nouvelles variables
• combiner l'effet de plusieurs variables	• considérer chaque variable individuellement
• fixer la valeur de certaines variables	• considérer des paramètres comme des variables
• utiliser des relations plus simples (linéaires)	• considérer des relations non linéaires (quadratiques)
• ajouter de nouvelles contraintes	• réduire le nombre de contraintes

MATHÉMATIQUES 9

Projet A : Prédiction des collisions entre satellites artificiels

Vue d'ensemble du projet 63

Sommaire du projet 64

Partie I : Les débris spaciaux 67

Activité 1 : Introduction et révision 68
Activité 2 : Recherche 75
Activité 3 : Plan d'action 83

Partie II : Les haut-parleurs 85

Activité 1 : Les engrenages 86
1.1 : Engrenages droits
1.2 : Vitesse angulaire
Activité 2 : Les haut-parleurs 97
2.1 : Courbes de réponse des fréquences
2.2 : Cordes vibrantes : le violon
2.3 : Nombres rationnels et irrationnels
2.4 : Décibels et intensité du son
Activité 3 : Les ruches 111
3.1 : Carrés décroissants
3.2 : Figures géométriques
3.3 : La ruche
3.4 : Le rendez-vous
3.5 : Les alvéoles d'une ruche

Partie III : Les orbites iso- et géosynchrones 134

Activité 1 : Achille et la tortue 137
Activité 2 : Les planètes 138
Activité 3 : Andromède et le télescope à miroir liquide 139
Activité 4 : Le Big Bang 140
Activité 5 : Autopsie d'une collision 141

Projet A : Prédiction des collisions entre satellites artificiels

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

Partie I : Les débris spatiaux

Introduction et révision ..... 1 période
Recherche ..... 2 périodes
Plan d'action ..... 1 période

Partie II : Les haut-parleurs

Les engrenages ..... 1 période
Les haut-parleurs ..... 2 périodes
Les ruches ..... 2 périodes

Partie III : Orbites iso- et géosynchrones

Achille et la tortue ..... 1 période
Les planètes ..... 2 périodes
Andromède et le télescope à miroir liquide ..... 1 à 2 périodes
Le Big Bang ..... 2 périodes
Autopsie d'une collision ..... 1 période ou plus

Stratégies d'enseignement :

- Enseignement magistral
- Étude de cas
- Simulation
- Sondages et enquêtes

Applications concrètes :

Voici quelques applications concrètes des connaissances et des techniques acquises dans cette unité :

- comprendre un article scientifique dans une revue;
- prédire des tendances dans le marché de l'emploi, le marché immobilier, les ventes au détail;
- décrire la croissance ou du déclin d'une population;
- prédire l'augmentation de la valeur d'articles de collection (cartes de hockey, bandes dessinées, poupées Barbie);
- prendre une décision éclairée dans l'achat d'un vélo de montagne ou de haut-parleurs;
- comprendre des échelles logarithmiques comme l'échelle de Richter;

- mesurer avec précision et exactitude;
- l'optimisation de l'espace physique;
- ranger efficacement l'équipement de camping;
- utiliser des exposants et reconnaître leur efficacité.

Schéma du projet :

L'organigramme conceptuel (figure 1) de la page suivante vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques et scientifiques abordés dans cette unité. Vous pourrez de plus planifier le projet avec vos élèves à l'aide de ce schéma.

Sommaire du projet

Au cours de ce projet, les élèves en apprennent davantage sur le risque de collision entre satellites artificiels et entre ceux-ci et les débris de météorites ou d'autres satellites. Le risque d'une collision a augmenté de façon importante principalement en raison du nombre accru de satellites placés sur des orbites spécifiques. Cette situation revêt une importance de plus en plus grande et nous devons nous préparer à y faire face dans un avenir rapproché.

À partir de la lecture d'un article scientifique et d'une recherche personnelle sur le sujet, les élèves explorent de façon scientifique une situation réelle d'ordre sociotechnologique. Il leur est demandé de lire et de rechercher de l'information au sujet de cette situation et de se faire une opinion. En cours de route, les élèves se rendent compte de l'importance d'avoir un bagage d'outils mathématiques et scientifiques adéquats pour pouvoir discuter d'une situation de façon éclairée. Ils s'aperçoivent notamment que le calcul de la probabilité d'une collision nécessite l'emploi systématique d'exposants et la compréhension de formules impliquant des nombres rationnels.

Après avoir revu les concepts relatifs aux diverses représentations des nombres rationnels, la compréhension de ceux-ci est élargie en explorant les limites des nombres rationnels. En travaillant sur des situations réelles, les élèves explorent la notion de continuité de l'ensemble des nombres par l'introduction des nombres irrationnels. En modélisant des situations à l'aide de formules mettant en jeu des puissances et en appliquant les propriétés des exposants, les élèves élargissent leur aptitude à utiliser des techniques mathématiques, raffinent leur aptitude à reconnaître des régularités et approfondissent leur compréhension d'une question sociotechnologique d'actualité.

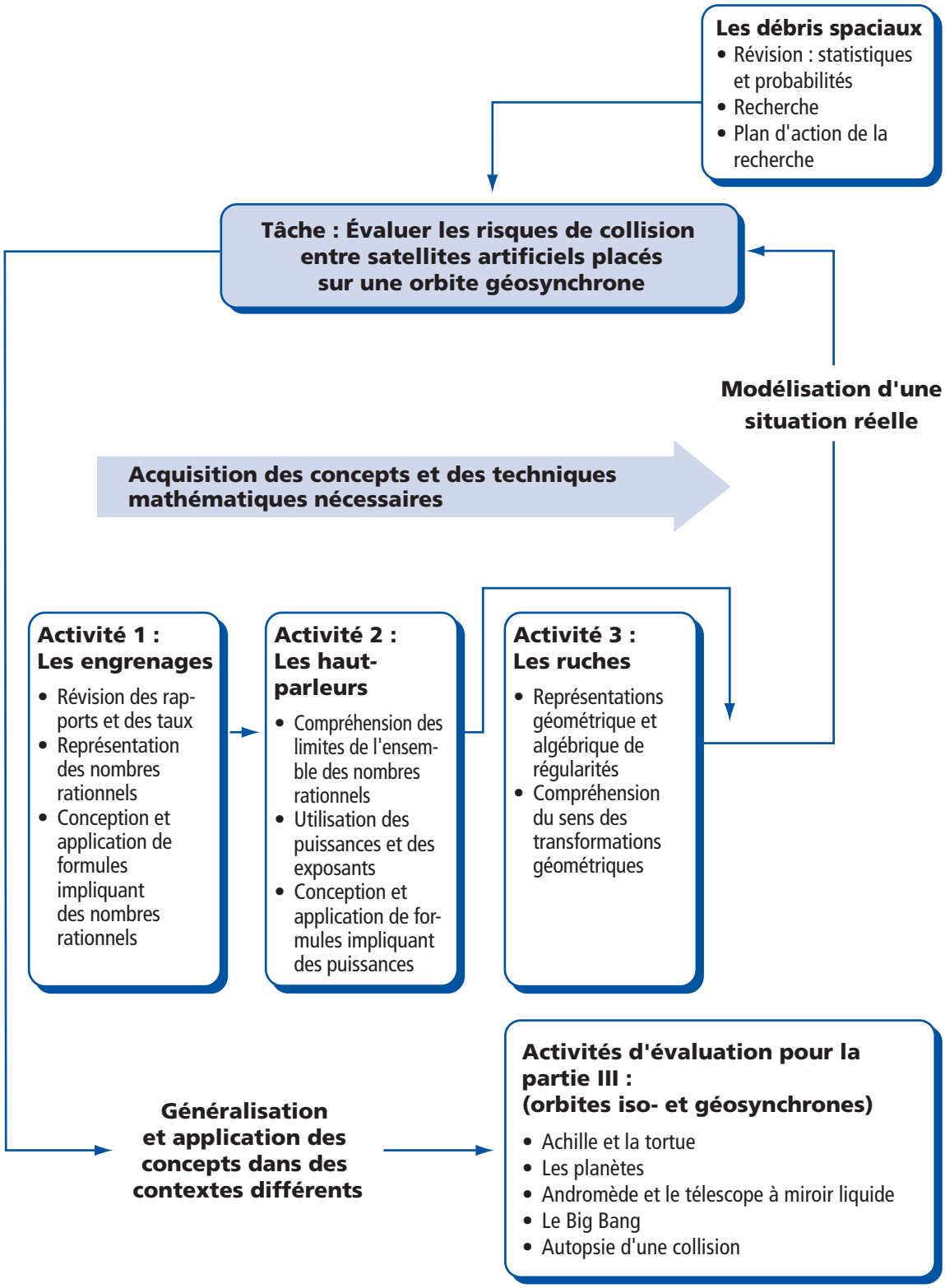
Sommaire des parties

Le projet se compose de trois parties :

Partie I : Les débris spatiaux. Les élèves lisent un article scientifique afin de décrire et d'analyser une situation. Ils proposent ensuite un plan d'action pour le projet.

Partie II : Les haut-parleurs. Les élèves modélisent des situations réelles impliquant des nombres rationnels et acquièrent les nouvelles connaissances et techniques mathématiques nécessaires pour concevoir ou raffiner leur modèle. Au cours des trois activités, ils explorent les limites des nombres rationnels afin de traiter des situations

Figure 1 : Projet A – Prédiction des collisions entre satellites artificiels



impliquant une continuité. Cette suite d'activités est conçue de façon à ce que les élèves se rendent compte progressivement des limites de modèles ne faisant appel qu'à des nombres rationnels.

Partie III : Orbites iso- et géosynchrones. Les élèves deviennent plus conscients de la nécessité de modéliser des situations à l'aide de formules impliquant des puissances pour représenter des régularités. Ils raffinent leurs techniques en manipulant des expressions contenant des puissances dont la base est rationnelle et l'exposant entier comme outil de simplification. Dans cette partie, l'accent est mis sur la compréhension du sens des expressions algébriques plutôt que sur leur manipulation. Les élèves font systématiquement appel à leur calculatrice pour résoudre les équations et ils explorent des logiciels symboliques afin de s'initier à la simplification d'expressions algébriques au moyen d'un logiciel. Finalement, les élèves proposent un modèle plus détaillé en appliquant leurs nouvelles connaissances à une représentation améliorée des données réelles.

Partie I : Les débris spaciaux

Activité 1 : Introduction et révision
Activité 2 : Recherche
Activité 3 : Plan d'action

Dans cette partie, on demande aux élèves de recueillir les données nécessaires provenant de sources aussi variées que possible et de préparer un rapport sur l'encombrement de l'espace. Ces données doivent être représentées sous forme graphique. Les élèves concluent leur rapport par une discussion des implications de ce problème environnemental.

La partie I a deux objectifs principaux. Il s'agit d'abord de revoir les concepts acquis en 8e année au sujet des nombres, des régularités, des statistiques et des probabilités, puis de soumettre aux élèves une étude de cas afin de les motiver à acquérir de nouveaux concepts et à approfondir leur compréhension de la situation réelle.

Deux options se présentent aux élèves dans leur plan d'action :

Option A :
Préparer un rapport incluant les éléments suivants :
- une présentation de la problématique et un aperçu des préoccupations actuelles;
- des représentations graphiques de données telles que la population de satellites et de débris en fonction de leur grosseur, la population de satellites en fonction de l'altitude (orbites) et l'accroissement de la population en fonction du temps;
- une discussion illustrée par des graphiques des processus de nettoyage de l'espace (effets solaires et retour naturel sur la Terre);
- une conclusion.

Option B :
Les élèves peuvent aussi inclure dans leur rapport :
- un aperçu des concepts et techniques mathématiques et scientifiques nécessaires pour concevoir ou améliorer le modèle;
- un graphique illustrant le processus de désintégration d'un satellite et celui d'une collision entre deux satellites;
- une discussion portant sur les systèmes de surveillance actuellement utilisés et leur efficacité à prévoir les collisions;
- un organigramme illustrant les liens entre les divers aspects du problème.

Cette partie se compose de trois activités :

Activité 1 : Introduction et révision. L'enseignant présente le sujet, en souligne les incidences, explique aux élèves ce qu'il attend d'eux et leur propose des types de données à recueillir ainsi que diverses sources.

Cette période peut servir à évaluer de façon informelle si les élèves ont acquis les connaissances nécessaires à la réalisation du projet :

- la connaissance et l'utilisation de la notation scientifique;
- la connaissance des concepts relatifs aux statistiques et aux probabilités;
- l'utilisation de techniques graphiques pour représenter des données et reconnaître des régularités;
- l'utilisation de calculatrices scientifique et graphique (facultatif);
- la connaissance des concepts de force et d'énergie (voir le programme de sciences pour intégration).

Activité 2 : Recherche. L'enseignant illustre par des exemples les avantages et les inconvénients de l'utilisation de représentations graphiques. En particulier, les élèves sont exposés aux limites des représentations graphiques à des fins d'extrapolation.

L'enseignant donne des exemples qui illustrent l'importance de la notation scientifique et de la modélisation mathématique par des formules ne contenant que des nombres rationnels.

Les élèves sont censés préparer leur rapport à partir des informations recueillies. L'enseignant les aidera :

- à décider quel type de résultat ils chercheront à obtenir;
- à trouver la meilleure façon de représenter graphiquement leurs données afin de repérer les régularités;
- à déterminer le poids respectif des différents facteurs.

Activité 3 : Plan d'action. Les élèves présentent leur rapport à la classe. L'enseignant dresse la liste séquentielle des concepts et des techniques mathématiques et scientifiques utiles à la compréhension de cette situation ou de situations semblables.

En conclusion, l'enseignant présente aux élèves le plan du projet en indiquant quels concepts et techniques seront explorés au cours de la partie II et de la partie III.

Activité 1 : Introduction et révision

But :

Cette activité vise trois objectifs principaux. D'abord, les élèves auront une compréhension suffisante des aspects importants de la question. En particulier, ils seront en mesure de reconnaître les facteurs à considérer dans l'accroissement de la quantité de débris et de satellites artificiels. Ensuite, les élèves réviseront des concepts antérieurs (nombres et opérations). Enfin, les élèves augmenteront leur confiance en leur aptitude à lire et à comprendre un article scientifique.

Matériel et équipement :

- Reproduction de l'article de Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998
- Feuille d'activités « Les débris spatiaux : introduction et révision »

Démarche :

- Présentez l'activité et demandez aux élèves de lire l'article du magazine *Pour la Science*. Aidez-les à comprendre l'article en orientant une discussion sur les principaux aspects traités.
- Utilisez les données présentées dans l'article pour :
  - vérifier si les élèves utilisent correctement leur calculatrice;
  - réviser la notation scientifique, les rapports, les proportions, les propriétés du cercle et les notions de masse, de distance, de temps et de vitesse.
- Demandez aux élèves de compléter la feuille d'activités et de remplir les tableaux à partir de leur analyse du graphique en trois dimensions de la figure 1.
- Les élèves peuvent soit créer un modèle en carton du graphique en trois dimensions, soit le reproduire à l'aide d'un logiciel d'infographie.

Résumé de l'article :

> Le 3 juin 1996, l'étage supérieur d'une fusée Pegasus lancée en 1994, en se désintégrant, a créé le plus grand nuage de débris connu : plus de 700 morceaux assez gros pour être détectés, en orbite à des altitudes variant entre 250 et 2 500 km. Ce simple incident a eu pour effet de doubler la probabilité officielle de collision du télescope spatial Hubble, en orbite 25 km plus bas. Des observations radar ont révélé par la suite la présence d'environ 300 000 débris d'une taille supérieure à 4 mm, donc assez gros pour endommager sérieusement un vaisseau spatial. Lors de la deuxième mission d'entretien de Hubble en février 1997, il a fallu manoeuvrer la navette spatiale Discovery afin d'éviter une collision avec un morceau de Pegasus qui devait passer à moins de 1,5 km de là. Les astronautes ont également remarqué de petits trous dans la structure de Hubble ainsi qu'un trou dans une de ses antennes, vraisemblablement causés par une collision avec un objet de l'espace survenue avant 1993. (Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998)

Renseignements supplémentaires :

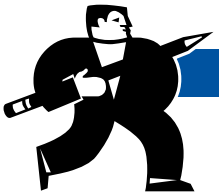
Les satellites gravitent autour de la Terre sur des orbites particulières. Les orbites les plus encombrées se situent dans le plan de l'équateur, aux altitudes de 850 km et de 1 000 km, à l'altitude semi-géosynchrone de 20 000 km et à l'altitude géosynchrone de 36 000 km. La durée de vie d'un satellite artificiel est relativement courte et il n'existe actuellement aucun moyen systématique et efficace d'éliminer les satellites hors d'usage.

Les satellites se détériorent de façon naturelle et produisent des débris. Ces morceaux entrent en collision les uns avec les autres, ce qui accroît le nombre de débris. Même des morceaux microscopiques comme des particules de peinture de moins de 0,1 mm présentent des risques de collision. Par exemple, les panneaux solaires de Hubble sont littéralement criblés de trous provoqués par des débris de peinture et par des particules microscopiques résultant de la combustion du carburant des fusées. Ces perfora-

tions réduisent de beaucoup l'efficacité des panneaux solaires. Tous ces facteurs contribuent à accroître le risque d'une collision importante entre un satellite en activité et des débris.

À l'heure actuelle, la probabilité qu'un satellite de taille moyenne (10 m^2) soit détruit est environ de 1/50 000 par année et la probabilité croît de façon exponentielle (en 1995, la probabilité était de 1/100 000). Cette probabilité dépend de la densité des satellites sur une orbite donnée (c'est-à-dire, à une altitude donnée). De fait, un satellite en orbite à une altitude comprise entre 800 km et 1 000 km serait détruit au cours des dix prochaines années.

Le risque de collision est pris très au sérieux par les scientifiques responsables de la construction et de l'entretien de la Station spatiale internationale : un objet, même microscopique, pourrait être fatal à un astronaute travaillant à l'extérieur de la station.

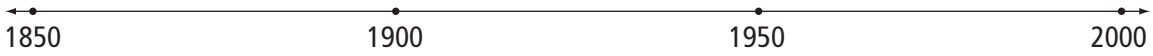


Feuille d'activités : Les débris spaciaux : introduction et révision

Nom de l'élève : _____ Date : _____

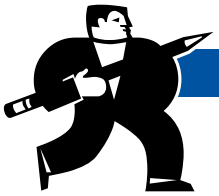
- Après avoir lu l'article (Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998), complétez la ligne de temps suivante en indiquant le nombre d'objets reconnaissables dans l'espace à chacune des dates indiquées.

Figure 2 : Exploration de l'espace



Environ 9 000 objets (de 10 cm ou plus de long) sont en orbite autour de la Terre. Environ 550 d'entre eux sont des satellites en activité. Cinquante-quatre de ces satellites sont munis de réacteurs électronucléaires. Ces réacteurs utilisent du carburant nucléaire (de l'uranium 235 dans les satellites russes et du plutonium 238 dans les satellites nord-américains). Ce carburant nucléaire a une masse totale de 1,45 tonne.

- À partir de l'information ci-dessus, tirée de l'article, estimez ce qui suit :
  - le rapport entre nombre de satellites en activité et le nombre total d'objets en orbite dans l'espace
  - le rapport entre le nombre de satellites nucléaires et le nombre total de satellites
  - la masse moyenne d'un objet en orbite dans l'espace
  - la masse moyenne (en kilogrammes) d'un satellite en activité
  - la masse de carburant nucléaire (en kilogrammes) que contient en moyenne un satellite nucléaire



Feuille d'activités : Les débris spaciaux : introduction et révision

- l'orbite la plus proche de la Terre

- l'altitude de l'orbite géosynchrone (en kilomètres)

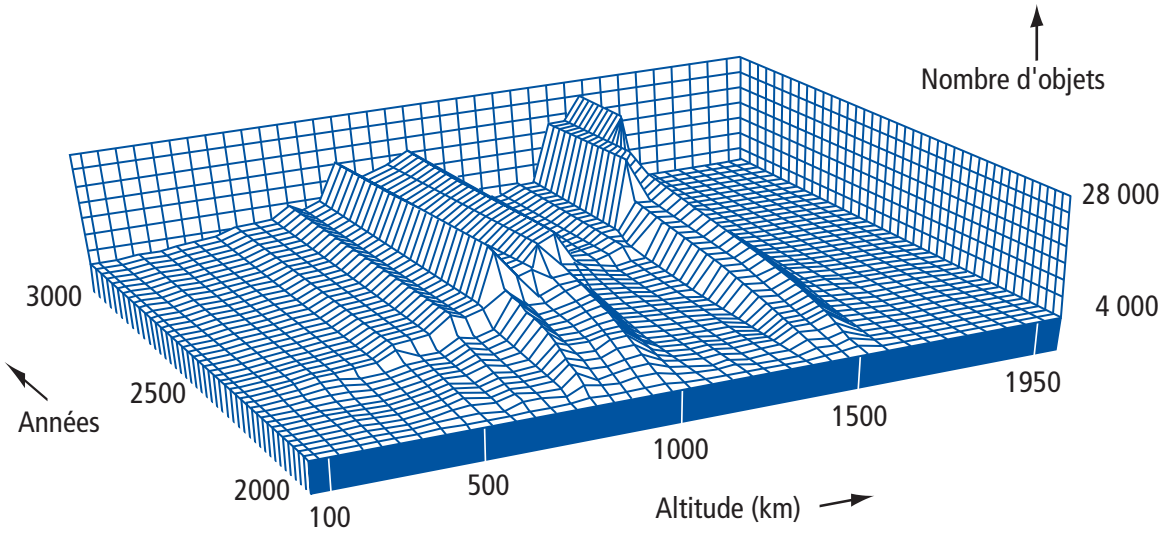
- la vitesse d'un satellite en orbite à une altitude de 1 000 km

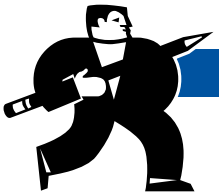
- la vitesse d'un satellite en orbite à une altitude de 2 000 km

- la vitesse d'un satellite en orbite à une altitude de 36 000 km

- À partir de l'information donnée à la figure 3 ci-dessous, complétez les tableaux 1 à 4 et commentez les tableaux 3 et 4.

Figure 3 : Nombre d'objets en orbite dans l'espace





Feuille d'activités : Les débris spaciaux : introduction et révision

Tableau 1

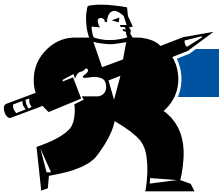
Les débris spaciaux en 1998

Altitude (km)	Nombre d'objets	Masse des objets (tonnes)
100		
500		
750		
1 000		
1 250		
1 500		
1 750		
2 000		
35 785		

Tableau 2

Les débris spaciaux : projection pour 2050

Altitude (km)	Nombre d'objets	Masse des objets (tonnes)
100		
500		
750		
1 000		
1 250		
1 500		
1 750		
2 000		
35 785		



Feuille d'activités : Les débris spaciaux : introduction et révision

Tableau 3

Les débris spaciaux : accroissement de la densité entre 1997 et 2050

Altitude (km)	Accroissement du nombre d'objets (%)	Accroissement de la masse des objets (%)
100		
500		
750		
1 000		
1 250		
1 500		
1 750		
2 000		
35 785		

Commentaires :

Tableau 4

Les débris spaciaux : projection pour 2100

Altitude (km)	Nombre d'objets	Masse des objets (tonnes)
100		
500		
750		
1 000		
1 250		
1 500		
1 750		
2000		
35 785		

Commentaires :

Activité 2 : Recherche

But :

Au cours de cette activité, les élèves prennent conscience de la nécessité d'accroître leurs connaissances et d'améliorer leurs techniques afin d'interpréter correctement la représentation graphique de données réelles.

Matériel et équipement :

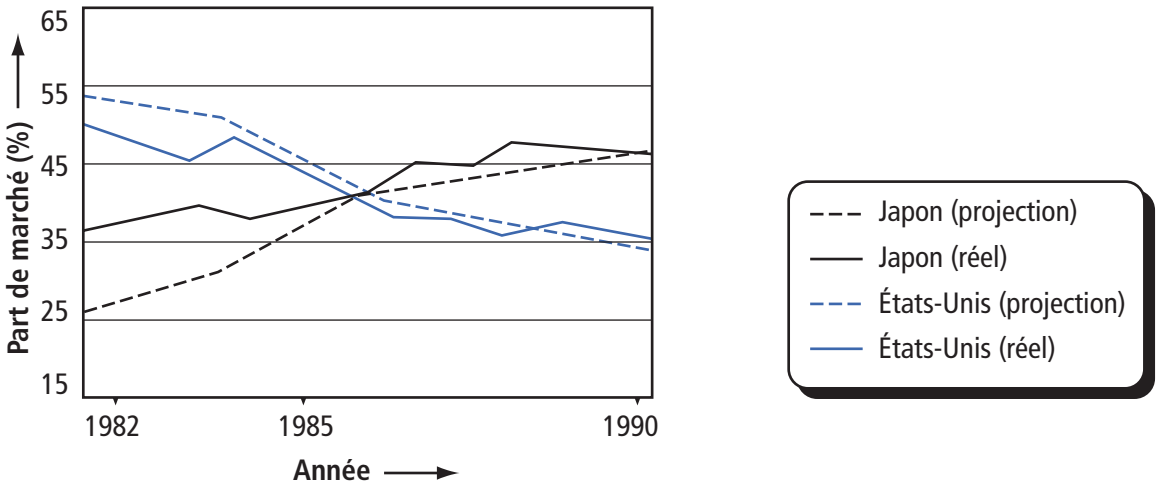
- Reproduction de l'article de Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998
- Accès à Internet
- Calculatrice graphique ou logiciel infographique
- Feuille d'activités « Plan d'action de la recherche »

Démarche : première partie

- Guidez les élèves dans leur deuxième lecture de l'article et aidez-les à comprendre les graphiques.
- Indiquez aux élèves que l'extrapolation à partir d'une représentation graphique nécessite une bonne compréhension des différents facteurs d'une situation et des relations entre ces facteurs.
- La situation suivante peut servir de point de départ :

  En 1989, une équipe de chercheurs du MIT (Massachussets Institute of Technology) a préparé un rapport sur la productivité industrielle. Les chercheurs ont examiné les raisons du déclin de la domination américaine dans le domaine de la haute technologie. Parmi les problèmes à l'origine de ce déclin, ils ont constaté la qualité médiocre des produits et la longueur excessive des cycles de production. Les chercheurs ont présenté leurs résultats sous forme graphique et ils ont extrapolé la situation de l'industrie pour l'année 2000.
- Présentez le graphique (figure 4) à l'aide d'un rétroprojecteur et demandez aux élèves d'employer le vocabulaire approprié lors de leur analyse des deux courbes : « Projection pour le Japon » et « Projection pour les États-Unis ».

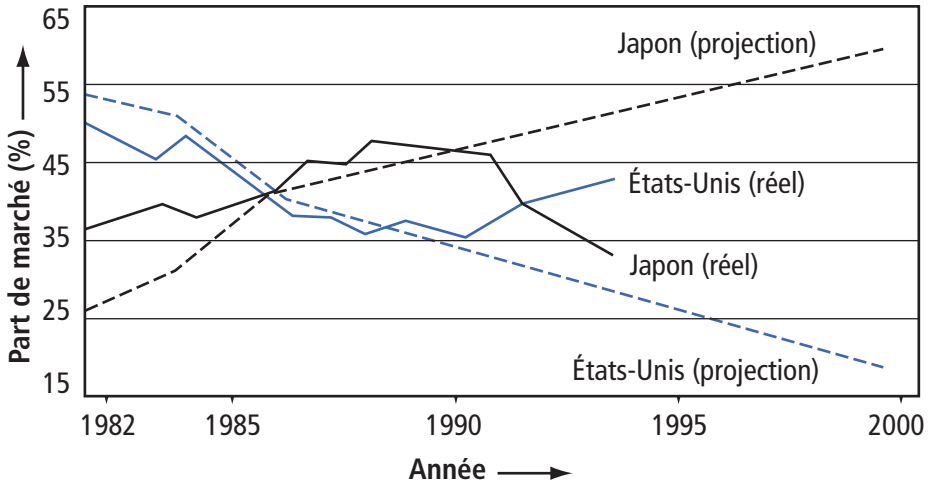
Figure 4 : Parts de marché dans l'industrie des semi-conducteurs : Japon et États-Unis, 1982-1989



Adapté de : R.K. Lester, *The Productive Edge : How US Industries Are Pointing the Way to a New Era of Economic Growth*, New York, W.W. Norton and Company, 1998.

Présentez aux élèves le graphique de la figure 5 ci-dessous à l'aide d'un rétroprojecteur et superposez-y le graphique de la figure 4 ci-dessus afin de comparer les situations actuelles et projetées.

Figure 5 : Parts de marché dans l'industrie des semi-conducteurs : Japon et États-Unis, 1982-2000

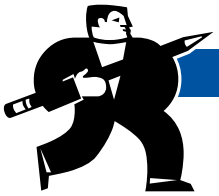


Adapté de : R.K. Lester, *The Productive Edge : How US Industries Are Pointing the Way to a New Era of Economic Growth*, New York, W.W. Norton and Company, 1998.

- Demandez aux élèves d'analyser et d'exprimer dans leurs propres mots la différence entre la situation projetée et la situation réelle à partir de la comparaison entre les deux graphiques.
- Demandez aux élèves de reconnaître certains facteurs qui n'ont pas été pris en considération à l'époque de l'étude mais qui ont pris de l'importance par la suite. Notez que le point tournant se situe en 1991 (Guerre du Golfe).

Démarche : deuxième partie

- À partir de l'exemple précédent, insistez sur l'importance de reconnaître tous les facteurs qui peuvent influer sur l'évolution d'une situation et de déterminer les relations entre ces facteurs. Servez-vous de l'organigramme présenté lors de l'étude de la modélisation mathématique comme guide lors de cette discussion.
- Demandez aux élèves de reconnaître les facteurs impliqués dans la situation et de discuter des relations possibles entre l'altitude des orbites, la masse, l'énergie et la vitesse des satellites. Faites une démonstration de la façon dont un objet gravite dans l'espace autour d'un point fixe lorsqu'il est attaché avec des bouts de ficelle de différentes longueurs. Quelle est la relation entre la longueur de la ficelle et la vitesse de l'objet?
- Demandez aux élèves de se souvenir et de parler des différents types de satellites, de leur nombre et des orbites sur lesquelles ils gravitent.
- Informez les élèves de l'état des travaux de construction et de mise en place de la Station spatiale internationale et parlez des risques d'accident par collision. De nombreux sites Internet (par exemple, le site du Discovery Channel : exn.ca [en anglais]) fourmillent d'informations à ce sujet.
- Demandez aux élèves de compléter la feuille d'activités « Plan d'action de la recherche ».
- Demandez aux élèves de discuter de leurs projections à partir de l'étude des figures 6 et 7 ci-après. Ils pourront ensuite comparer avec les résultats projetés à la figure 3 de l'activité 1.



Feuille d'activités : Recherche

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Répondez aux questions suivantes :

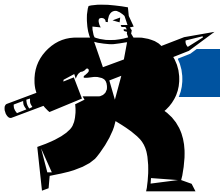
- Pourquoi est-il important de savoir combien de débris sont en orbite dans l'espace?

- Donnez quelques raisons importantes qui justifient le contrôle du nombre de débris dans l'espace.

- Si vous étiez responsable d'une équipe chargée de proposer une solution au problème de l'encombrement de l'espace, quels sont les éléments d'information que vous jugeriez indispensables à la préparation de votre proposition? Énumérez et décrivez brièvement les éléments.

- Comment pourriez-vous obtenir cette information?

- Sous quelles formes aimeriez-vous que cette information soit présentée? Pourquoi?



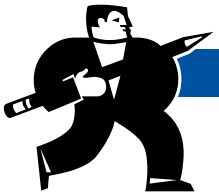
Feuille d'activités : Recherche

Complétez le tableau suivant.

Tableau 5

Information

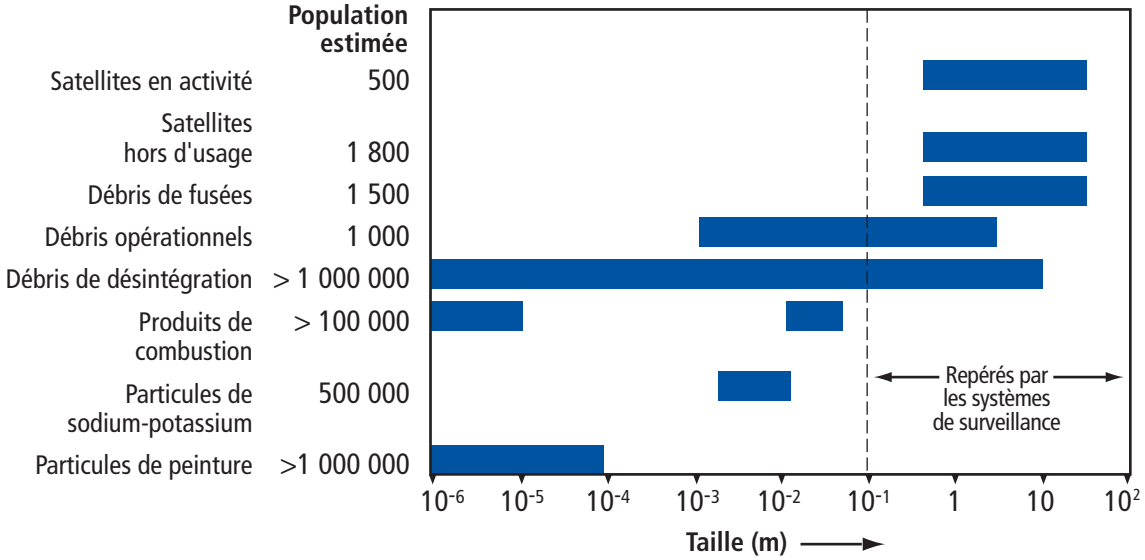
Types d'information à recueillir	Méthodes de collecte de l'information	Utilisations de l'information

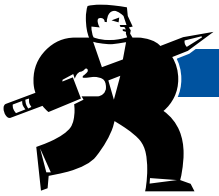


Feuille d'activités : Recherche

Le diagramme à barres ci-dessous (figure 6) représente le nombre estimé d'engins et de débris spatiaux en 1998 selon leur taille.

Figure 6 : Nombre estimé de satellites artificiels de la Terre en 1998

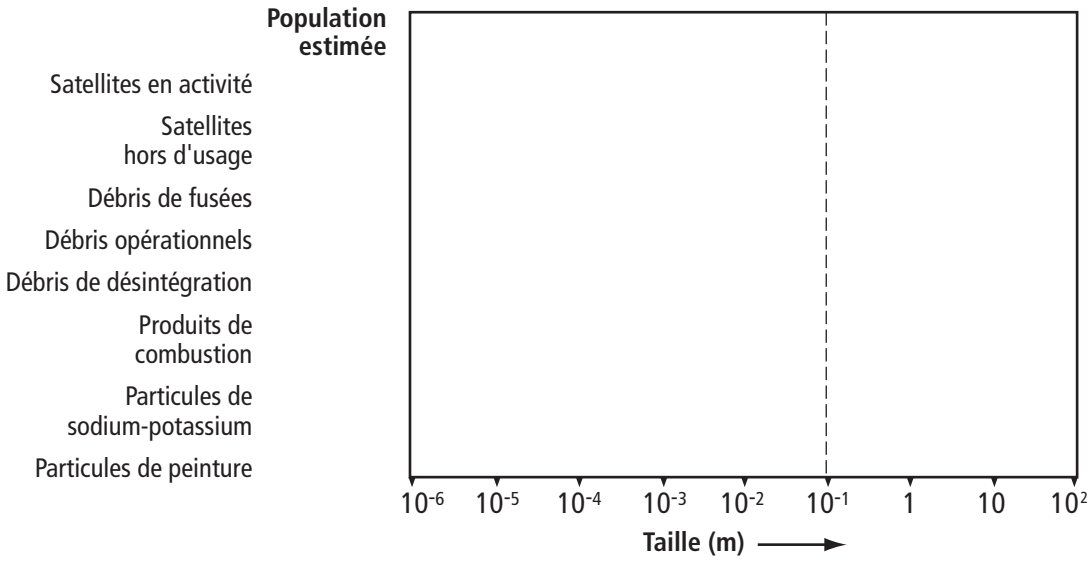




Feuille d'activités : Recherche

Concevez un diagramme à barres représentant la situation projetée pour 2025. Indiquez tous les facteurs pris en compte lors de l'élaboration de votre diagramme.

Figure 7 : Nombre projeté de satellites artificiels de la Terre en 2025



Justifiez vos projections pour chaque type d'objet :

Satellites en activité

Satellites hors d'usage

Débris de fusées

Débris opérationnels

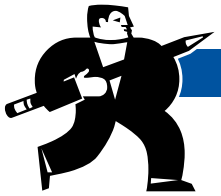
Débris de désintégration

Produits de combustion

Particules de sodium-potassium

Particules de peinture

Commentaires :



Feuille d'activités : Recherche

Dressez la liste de tous les facteurs dont vous jugez important de tenir compte et décrivez-les brièvement.

Regroupez ces facteurs dans le tableau suivant (tableau 6), selon qu'ils contribuent à augmenter ou à diminuer le risque de collision.

Tableau 6

Facteurs de risque

Facteurs qui augmentent le risque	Facteurs qui diminuent le risque

Activité 3 : Plan d'action

But :

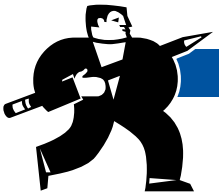
L'enseignant guide les élèves dans la préparation de l'organigramme et de l'échéancier de leur projet. Les élèves remplissent la feuille d'activités de la page suivante (« Plan d'action de la recherche »).

Matériel et équipement :

- Feuille d'activités « Plan d'action de la recherche »
- Calculatrice graphique ou logiciel infographique

Démarche :

- Demandez aux élèves de décrire verbalement la question. Aidez-les à se rendre compte qu'il existe deux aspects au problème et que ces deux aspects sont des processus compétitifs :
  - l'accroissement du nombre de satellites, donc du tonnage des débris;
  - un double processus de nettoyage : par retour naturel sur la Terre et suite à l'action du Soleil.
- Demandez aux élèves de proposer une méthode pour déterminer la probabilité d'une collision entre un morceau de débris et un satellite en activité, une navette spatiale ou une station spatiale. La méthode proposée devrait faire appel au concept de densité d'occupation d'une orbite.
- Demandez aux élèves de concevoir un organigramme pour leur plan d'action. Les élèves devront mentionner les connaissances et les techniques mathématiques et scientifiques qu'ils jugent nécessaires et décrire l'utilité de ces concepts et de ces techniques dans le contexte du projet. L'élaboration de l'organigramme devrait faire suite à une séance de remue-méninges portant sur les facteurs à prendre en compte et les relations entre ces facteurs.
- L'enseignant présentera son propre plan d'action et la classe pourra établir un plan d'action commun.



Feuille d'activités : Plan d'action de la recherche

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1. Liste de contrôle pour l'autoévaluation

Remplissez la liste de contrôle suivante en encerclant le chiffre qui correspond le mieux à votre état de satisfaction à l'égard de chacun des sujets proposés. Indiquez par un crochet les sujets pour lesquels vous désirez obtenir de l'aide.

Légende : 1 - pas du tout satisfait, 2 - besoin d'aide, … 5 - très satisfait

Aide?	Sujet	Cote
❑	Utiliser des exposants négatifs	1 2 3 4 5
❑	Représenter un nombre en notation scientifique	1 2 3 4 5
❑	Exprimer un rapport de différentes façons	1 2 3 4 5
❑	Représenter et appliquer des pourcentages sous forme fractionnaire ou décimale	1 2 3 4 5
	Effectuer des opérations arithmétiques sur les nombres rationnels	
❑	sous forme fractionnaire	1 2 3 4 5
❑	sous forme décimale	1 2 3 4 5
❑	Utiliser des rapports, des taux et des proportions pour résoudre des problèmes	1 2 3 4 5
❑	Utiliser des régularités pour analyser et résoudre des problèmes	1 2 3 4 5
	Représenter des régularités	
❑	sous forme de graphes	1 2 3 4 5
❑	sous forme d'équations	1 2 3 4 5

2. Questions pour guider la planification du projet

Décrivez la situation par écrit. Soyez aussi précis que possible dans votre description.

Partie II : Les haut-parleurs

Activité 1 : Les engrenages
1.1 : Engrenages et pignons
1.2 : Vitesse angulaire

Activité 2 : Les haut-parleurs
2.1 : Courbes de réponse des fréquences
2.2 : Cordes vibrantes : le violon
2.3 : Nombres rationnels et irrationnels
2.4 : Décibels et intensité du son

Activité 3 : La ruche
3.1 : Carrés décroissants
3.2 : Figures géométriques
3.3 : La ruche
3.4 : Le rendez-vous
3.5 : Les alvéoles exagonales d'une ruche

Sommaire de la partie II

Dans cette partie, les élèves renforcent leur aptitude à représenter les nombres rationnels de deux façons : sous forme de fractions et sous forme décimale. Ils explorent les limites de l'ensemble des nombres rationnels. Ils apprennent en particulier qu'il est parfois impossible de modéliser la réalité avec des nombres rationnels (que l'on peut représenter sous forme de fraction). C'est notamment le cas du spectre des fréquences sonores et de la limite du périmètre des polygones inscrits dans un cercle lorsque le nombre de côtés augmente indéfiniment. Chacun de ces deux exemples représente une situation dont on peut évaluer approximativement la « continuité » à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel numérique. Les élèves apprennent que ces approximations sont assez précises pour la plupart des applications.

Au cours d'une série de trois activités, les élèves s'exercent à modéliser des situations concrètes dans divers contextes. À cette fin, ils mettent à profit leur aptitude à reconnaître des régularités et à les représenter par des relations entre les différents facteurs dont ils ont reconnu le rôle dans la situation.

Activité 1 : Les engrenages. Les élèves peuvent revoir la façon de modéliser des situations à l'aide de formules contenant des nombres rationnels. Ils déterminent les rapports de démultiplication des pignons d'un vélo tout-terrain et construisent un modèle en carton des engrenages d'une horloge (exemple de « Big Ben »).

Activité 2 : Les haut-parleurs. Les élèves modélisent une situation à l'aide d'expressions contenant des nombres rationnels et ils prennent conscience des limites de cet ensemble de nombres. Ils arrivent à comparer différents types de haut-parleurs en saisissant le sens des courbes de réponse des fréquences fournies par les fabricants. En utilisant cette information les élèves peuvent établir des modèles mathématiques qui leur permettront de déterminer la fréquence d'une note de musique à partir d'un spectre discret des fréquences. En convertissant l'intensité d'un son en décibels, les élèves étudient les puissances de 10.

Activité 3 : Les ruches. Les élèves sont en mesure d'évaluer les concepts étudiés dans cette partie dans un contexte différent. Les élèves construisent des modèles en carton de ruches afin de mieux comprendre les limites des nombres rationnels.

Activité 1 : Les engrenages

But :

Cette activité vise deux buts. D'abord, les élèves révisent les concepts de rapport, de taux et de proportion; ils renforcent aussi leur aptitude à reconnaître et à appliquer des régularités. Ensuite, les élèves approfondissent leur compréhension des nombres rationnels, leur aptitude à les représenter de différentes façons (sous forme de fractions et de nombres décimaux) et leur utilisation des nombres rationnels dans la modélisation de situations réelles.

Matériel et équipement :

- Bicyclette (10, 15 ou 18 vitesses)
- Crochets
- Corde
- Craie
- Mètre ruban
- Carton fort
- Ciseaux
- Ruban adhésif
- Punaises
- Ensemble de géométrie
- Feuille d'activités : Engrenages et pignons

Activité 1.1 : Engrenages et pignons

Au cours de cette activité, les élèves déterminent la relation entre le rapport d'engrenage et la distance correspondant à un tour complet du pédalier d'une bicyclette. Les élèves peuvent ainsi optimiser les changements de vitesse lorsqu'ils font de la bicyclette.

Démarche :

- Demandez aux élèves de mesurer le rayon de la roue arrière et le diamètre (ou le rayon) de chacun des pignons (roues dentées) en utilisant par exemple un compas de menuisier.

- Si le temps le permet et si vous disposez d'un espace suffisant, demandez aux élèves de mesurer la distance parcourue en dix tours complets de pédalier et ceci, pour chaque combinaison des pignons avant et arrière.
- Si cette activité ne peut se dérouler à l'extérieur, les élèves peuvent suspendre le vélo et compter le nombre de tours complets de la roue arrière correspondant à 10 tours complets du pédalier pour chacune des combinaisons de pignons. Les élèves s'assureront de la précision des mesures en partant du repos, en indiquant à l'aide d'une craie la position de départ de la roue, en retenant la roue pour l'empêcher de tourner librement et en plaçant les pédales dans la même position de départ à chaque essai.
- Les élèves peuvent également compter le nombre de révolutions de la roue et l'exprimer par un angle. Par exemple, trois révolutions complètes du pédalier correspondent à cinq tours de roue complets plus 1/3 de rotation (120°); donc une rotation du pédalier correspond à 16/9 de tour de roue, ou 640°.
- Après avoir réalisé cette expérience, les élèves remplissent les tableaux de la feuille d'activités « Engrenages et pignons ».
- Demandez aux élèves de dériver une formule qui représente la relation entre le diamètre du pignon et le nombre de dents. À cette fin, les élèves doivent :
  - compter le nombre de dents de tous les pignons (avant et arrière);
  - mesurer le diamètre de tous les pignons (avant et arrière);
  - considérer la chaîne comme une « courroie de transmission » entre les deux types de pignons, ce qui signifie qu'un tour de pédalier correspond à une rotation complète du pignon avant.
- Demandez aux élèves d'établir la relation entre les différents rapports (vitesses) et l'effort demandé. Posez-leur des questions comme celle-ci : « De combien de tours avez-vous besoin de pédaler pour parcourir la même distance avec différents rapports? » Pour calculer le nombre de révolutions complètes du pédalier correspondant à une distance donnée (par exemple, 150 m), les élèves peuvent se servir du tableau 12 : Nombre de tours de pignons et distances parcourues.
- Demandez aux élèves de dériver une formule permettant de calculer le nombre de tours de pédalier nécessaires pour parcourir une distance donnée avec un rapport de vitesses donné.

Activité 1.2 : Vitesse angulaire

Au cours de cette activité, les élèves établissent la relation entre le rayon d'un engrenage et la vitesse angulaire de l'engrenage qui lui est assujetti. Le but de l'activité est de comprendre le mécanisme d'une horloge ou d'une montre à engrenages.

Démarche :

- Demandez aux élèves de construire des modèles en carton d'engrenages (à dents) comme ceux qui sont illustrés aux figures 8 et 9. Veillez à ce que les élèves construisent leurs modèles aux dimensions appropriées (espaces entre les dents). Chaque groupe d'élèves construit des ensembles d'engrenages de rayons différents (trains d'engrenages)

en tenant compte du rapport établi entre le nombre de dents, la largeur des dents et le rayon (le rapport du nombre de dents est égal au rapport des rayons).

- Demandez aux élèves de compter le nombre de rotations (complètes ou exprimées sous forme de fraction) par seconde des engrenages (par exemple, 1/3 rotation par seconde). Cette valeur représente la vitesse angulaire, elle s'exprime soit en tours par seconde (tr/sec), en tours par minute (tr/min) ou en degrés par seconde.
- Les élèves connectent ensuite deux engrenages de dimensions différentes (voir la figure 9) et les maintiennent en place à l'aide d'axes fixes de rotation (des punaises par exemple). Ils choisissent l'engrenage moteur et ils impriment un mouvement de rotation constant (la vitesse ne doit pas être trop grande pour éviter tout « dérapage » de l'engrenage entraîné). À partir de la vitesse angulaire de l'engrenage moteur, ils estiment d'abord la vitesse angulaire de l'autre engrenage (par exemple, deux fois plus vite), puis ils la mesurent.
- Les élèves remplissent le tableau 13 à partir des résultats obtenus avec des trains d'engrenages de diamètres différents. On pourrait demander à la classe de remplir un tableau collectif représentant les résultats obtenus avec un grand nombre d'engrenages de diamètres différents.
- L'enseignant guide ensuite les élèves dans l'élaboration d'un modèle mathématique (formule) permettant de calculer la vitesse angulaire d'un engrenage entraîné en fonction de la vitesse de l'engrenage moteur et du rayon des engrenages. La formule qu'ils devraient dériver est la suivante :

  v_a est la vitesse angulaire de l'engrenage moteur
  v_s est la vitesse angulaire de l'engrenage entraîné
  R_L est le rayon de l'engrenage moteur
  R_s est le rayon de l'engrenage entraîné

  Les vitesses angulaires des engrenages sont reliées par la formule :

$$\frac{v_S}{v_a} = \frac{(R_S + R_L)}{R_S}$$

Figure 8 : Vitesse angulaire

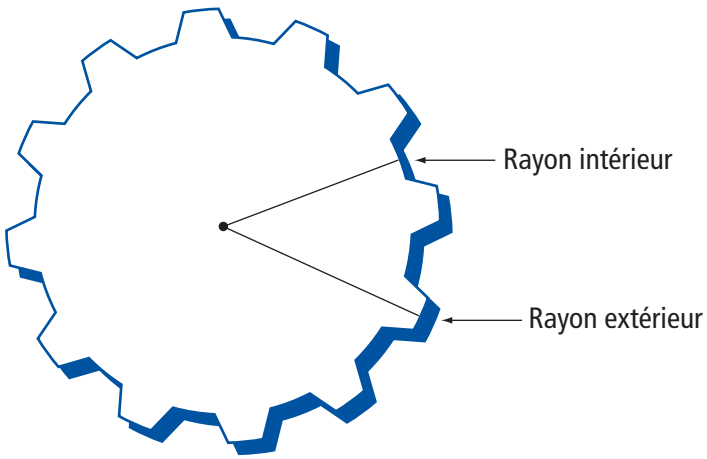
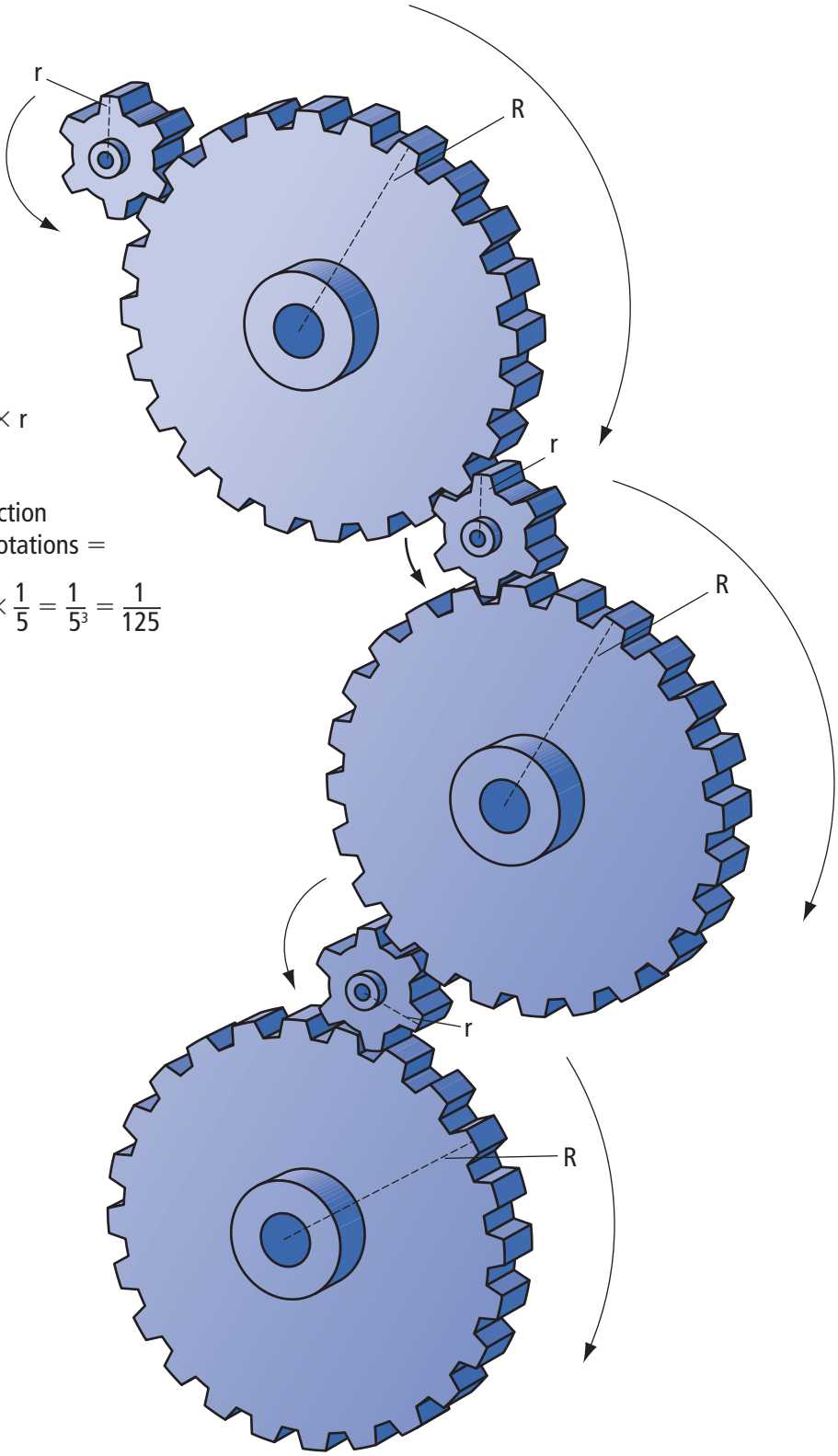


Figure 9 : Rotation d'un train d'engrenages



$R = 5 \times r$

Facteur de réduction du nombre de rotations $=$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

Défi 1 : L'arbre moteur

Deux arbres (axes de rotation) parallèles sont espacés de 30 cm de centre à centre. Si l'arbre moteur effectue 80 tr/min (RPM), trouvez les diamètres des deux roues d'entraînement tels que l'arbre entraîné effectue 240 tr/min (RPM).

Utilisez ce résultat pour calculer les rayons d'un train de cinq engrenages pouvant réduire la vitesse angulaire par un facteur de 100. Par exemple, l'arbre d'un moteur électrique tourne à une vitesse de 1 200 tr/min (RPM) et on désire réduire la vitesse d'un arbre d'entraînement à 12 tr/min (RPM) (ou 1/5 tour par seconde).

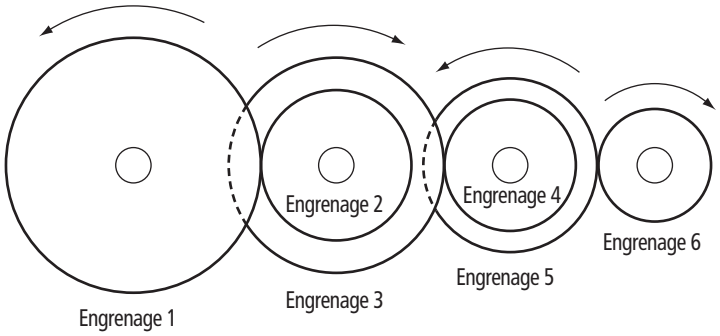
Défi 2 : Big Ben

Anciennement, on construisait les horloges en assemblant un certain nombre d'engrenages (train d'engrenages). Dans ce défi, les élèves étudient le mécanisme de fonctionnement d'une montre ou d'une horloge. Les élèves pourraient choisir d'effectuer une recherche sur « Big Ben » afin d'évaluer la précision de cette fameuse horloge.

Dans une montre ou une horloge, les six engrenages sont montés sur des axes de rotation parallèles. Ils sont reliés selon la figure 10. Le nombre de dents de chacun est :

Engrenage 1 : 84
Engrenage 2 : 72
Engrenage 3 : 48
Engrenage 4 : 52
Engrenage 5 : 36
Engrenage 6 : 24

Figure 10 : Train d'engrenages d'une horloge



- Trouvez les rapports des vitesses angulaires v_2/v_1, v_3/v_1, v_4/v_1, v_5/v_1 et v_6/v_1.
- Le dernier rapport est appelé « rapport du train ». Montrez que ce rapport est égal au produit du nombre de dents de tous les engrenages moteurs divisé par le produit du nombre de dents de tous les engrenages entraînés.
- Que se passe-t-il si un des axes du milieu du train n'a qu'un seul engrenage (au lieu de deux)? Que se passe-t-il si un engrenage agit à la fois comme engrenage moteur et comme engrenage entraîné?

Lien avec le projet :

Supposez que l'orbite de la Terre autour du Soleil soit un cercle de rayon égal à la distance moyenne entre l'aphélie et le périhélie (voir les tableaux 7 à 10).

- Calculez la distance moyenne entre l'aphélie et le périhélie.
- Calculez la vitesse angulaire de la Terre et exprimez-la en différentes unités (par exemple, révolutions par jour, par heure, par an, par siècle) en utilisant la notation scientifique.
- Calculez la vitesse de la Terre en km/h, en km/s, en m/s. Il pourrait être nécessaire de bien préciser la différence entre « vitesse angulaire » (le nombre de révolutions ou l'angle parcouru pendant une durée donnée) et « vitesse » (la distance parcourue pendant une durée donnée).

En astronomie, les données physiques sont souvent exprimées en « unités terrestres », c'est-à-dire, en divisant les données d'une planète par les données correspondantes relatives à la Terre.

- Exprimez les données suivantes en unités terrestres :
  - le rayon de chaque planète en rayons terrestres;
  - la période de révolution de chaque planète en années terrestres;
  - la vitesse angulaire de chaque planète en unités de vitesse angulaire terrestres.

Tableau 7

Données physiques des planètes 1

Corps céleste	Rayon (km)	Masse (kg)	Masse volumique moyenne (g/cc)	Demi-axe principal (km)	Aphélie (km)	Périhélie (km)
Soleil	695 950	1,991 E30	1,410			
Mercure	2 433	3,181 E23	5,431	5,795 E7	6,986 E7	4,604 E7
Vénus	6 053	4,883 E24	5,226	1,081 E8	1,0885 E8	1,9737 E8
Terre	6 371	5,979 E24	5,519	1,4957 E8	1,5207 E8	1,4707 E8
Lune	1 738	7,354 E22	3,342	3,844 E5	4,055 E5	3,633 E5
Mars	3 380	6,418 E23	3,907	2,2784 E8	2,4912 E8	2,066 E8
Jupiter	69 758	1,901 E27	1,337	7,7814 E8	8,1580 E8	7,405 E8
Saturne	58 219	5,684 E26	0,688	1,4270 E9	1,5045 E9	1,3495 E9
Uranus	23 470	8,682 E25	1,603	2,8703 E9	3,002 E9	2,738 E9
Neptune	22 716	1,027 E26	2,272	4,4999 E9	4,537 E9	4,463 E9
Pluton	5 700	1,08 E24	1,65	5,909 E9	7,375 E9	4,443 E9
Icare	0,53	5,0 E12	8,1	1,613 E8	2,949 E8	2,77 E7

Note : Icare est l'astéroïde nº 1566

Les exposants sont représentés dans le tableau de la façon suivante :

1,991 E30 = $1{,}991 \times 10^{30}$.

Tableau 8

Données physiques des planètes 2

Corps céleste	Période de révolution en temps sidéral (s)	Période de rotation équatoriale (s)	Durée moyenne du jour solaire (s)	Vitesse de rotation équatoriale (km/s)	Altitude de l'orbite isosynchrone (km)
Soleil		2,125 E6		0,6085	24 054 600
Mercure	7,602 E6	5,068 E6	1,5204 E7	0,003	237 298
Vénus	1,941 E7	R 2,107 E7	R 1,01 E7	0,0018	1 534 693
Terre	3,156 E7	8,616 E4	8,64 E4	0,4651	35 767
Lune	2,361 E6	2,361 E6	2,551 E6	0,0046	86 673
Mars	5,936 E7	8,864 E4	8,878 E4	0,2400	17 049
Jupiter	3,743 E8	3,543 E4	3,543 E4	12,6568	87 688
Saturne	9,296 E8	3,684 E4	3,641 E4	10,296	48 797
Uranus	2,651 E9	R 3,881 E4	R 3,881 E4	3,8930	36 370
Neptune	5,200 E9	5,665 E4	5,665 E4	2,5194	59 506
Pluton	7,837 E9	5,523 E5	5,523 E5	0,0648	76 510
Icare	3,5338 E7	9,72 E4	9,72 E4	0,0000453	264

Note : La lettre « R » indique un mouvement rétrograde, c'est-à-dire dans le sens opposé à celui du système Soleil/Terre.

Tableau 9

Données physiques des planètes 3

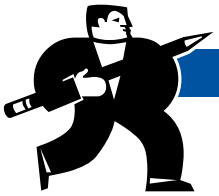
Corps céleste	Gravité moyenne (cm/s^2)	Gravité aux pôles (cm/s^2)	Gravité à l'équateur (cm/s^2)	Vitesse de libération (km/s)	Vitesse orbitale au périhélie (km/s)	Vitesse orbitale à l'aphélie (km/s)
Soleil	27 372,0	27 370,0	27 369,0	617,23		
Mercure	357,8	357,8	357,8	4,1725	58,92	38,82
Vénus	887,4	887,4	887,4	10,365	35,256	34,780
Terre	980,7	985,1	975,0	11,179	30,272	29,278
Lune	162,0	162,2	162,0	2,3735	1,075	0,964
Mars	374,0	376,5	355,7	5,0282	26,490	21,964
Jupiter	2 601,0	2 850,0	2 260,0	60,238	13,700	12,435
Saturne	1 117,0	1 291,0	863,0	36,056	10,177	9,129
Uranus	1 049,0	1 156,0	937,0	22,194	7,116	6,490
Neptune	1 325,0	1 325,0	1 297,0	24,536	5,472	5,383
Pluton	221,0	221,0	221,0	5,023	6,102	3,676
Icare	0,120	0,357	0,069	0,00112	93,458	8,794

Tableau 10

Données physiques : satellites isosynchrones

Corps céleste	Altitude (km)	Vitesse orbitale (km/s)	Vitesse parabolique (km/s)	Vitesse de libération du Soleil (km/s)
Soleil	24 055 600	73,19	103,5	
Mercure	237 301	0,297	0,420	67,64
Vénus	1 534 720	0,459	0,650	49,53
Terre	35 775	3,073	4,346	42,33
Lune*	86 667	0,235	0,333	1,48
Mars	17 032	1,447	2,046	34,18
Jupiter	89 304	28,21	39,89	43,96
Saturne	50 964	18,62	26,33	29,65
Uranus	36 938	9,780	13,83	16,84
Neptune	59 504	9,119	12,82	15,01
Pluton	76 470	0,935	1,322	6,828
Icare	264	?	?	?

* Lune : vitesse de libération de la Terre



Feuille d'activités : Engrenages et pignons

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Complétez les tableaux suivants.

Tableau 11

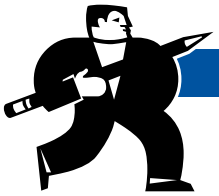
Dimensions

Pignon	Diamètre (cm)	Nombre de dents
Avant 1		
Avant 2		
Avant 3		
Arrière 1		
Arrière 2		
Arrière 3		
Arrière 4		
Arrière 5		

Tableau 12

Nombre de tours de pignons et distances parcourues

Avant	Arrière	Rapport des diamètres	Rapport des nombres de dents	Nombre de tours (roue arrière)	Angle total	Distance	Commentaires



Feuille d'activités : Engrenages et pignons

Tableau 13

Vitesses

N° du groupe	r_L	r_S	$(r_L + r_S)\, r_S$	v_a	v_S estimée	v_S

Formule :

Questions :

- Quelle est la vitesse angulaire si les deux pignons (avant et arrière) ont le même diamètre?
- Êtes-vous surpris de ce résultat? Tracez une figure ou faites rouler une pièce de 10 cents autour d'une pièce de un dollar pour vous convaincre de ce résultat.
- Quelle est la vitesse angulaire lorsque le rayon du petit pignon est égal à la moitié de celui du grand pignon?
- Quelle est la vitesse angulaire lorsque le rayon du petit pignon est cinq fois plus petit que celui du grand pignon?
- Quelle est la vitesse angulaire lorsque le rayon du petit pignon est dix fois plus petit que celui du grand pignon?
- Quelle est la règle?
- Comment pouvez-vous modifier la formule lorsque vous connaissez le rapport des rayons des deux pignons?

Activité 2 : Les haut-parleurs

But :

Les élèves étudient les caractéristiques de différents haut-parleurs en se basant sur les courbes de réponse aux fréquences fournies par les fabricants. Ils effectuent ensuite une analyse coûts-avantages en tenant compte de leur budget et de leurs propres exigences en matière de qualité musicale. À la fin de cette activité, les élèves devraient être en mesure de comparer les caractéristiques techniques de différents modèles de haut-parleurs.

Sur le plan mathématique, les élèves appliquent des concepts et des techniques reliés aux nombres rationnels et aux puissances. Ils appliquent également des formules contenant des expressions rationnelles et des puissances en vue de modéliser des situations réelles afin de répondre à des questions qui les intéressent.

Matériel et équipement :

- Brochures d'information des fabricants de divers types de haut-parleurs
- Fils métalliques de longueurs, d'épaisseurs et de matériaux variés
- Piano, violon ou autre instrument à cordes
- Feuilles d'activités « Haut-parleurs », « Spectre des fréquences des sons émis et perçus », « Comment accorder un instrument de musique » et « Intensité des sons provenant de diverses sources »

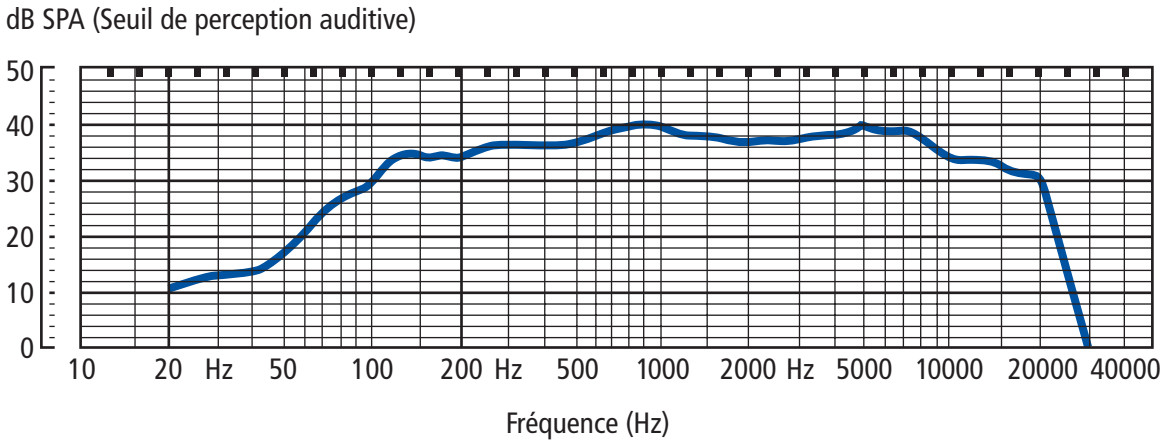
Activité 2.1 : Courbes de réponse aux fréquences

Lorsqu'on achète un ensemble de haut-parleurs, il est important d'être capable d'en reconnaître les principales caractéristiques techniques. Au cours de cette activité, les élèves étudient ces caractéristiques à partir de la courbe de réponse aux fréquences (CRF). Ces courbes représentent graphiquement l'intensité des sons émis par un haut-parleur en fonction de leur fréquence.

Démarche :

- En guise de préparation à cette activité, demandez aux élèves de se rendre dans un magasin spécialisé pour se renseigner sur les différents types de haut-parleurs qui existent sur le marché. Les élèves y prendront des documents de caractéristiques techniques et s'informeront des prix. En général, les courbes de réponse aux fréquences (CRF), la puissance maximum, la puissance utile et le spectre des fréquences sont au nombre des caractéristiques indiquées.
- Vous pourriez également demander à un technicien de venir en classe présenter un exposé sur les haut-parleurs et leur courbe de réponse aux fréquences.
- À l'aide d'un rétroprojecteur, présentez aux élèves une CRF typique comme celle qui est illustrée à la figure 11. Demandez aux élèves d'étudier cette courbe en répondant à des questions comme celles-ci :
  - Que représentent les symboles dB et Hz?
  - Pourquoi l'échelle des fréquences n'est-elle pas linéaire?
  - Comment expliquez-vous la présence d'un « plateau » entre deux fréquences?

Figure 11 : Exemple de courbe de réponse aux fréquences



- Pourquoi l'intensité décroît-elle abruptement à partir d'une certaine fréquence?
- Pourquoi l'intensité est-elle nulle à certaines fréquences?
- Pourquoi toutes les échelles de fréquences commencent-elles à la même valeur de 20 Hz?

- Demandez aux élèves d'inscrire au tableau 15 les caractéristiques des haut-parleurs sur lesquels ils ont obtenu des informations.
- Indiquez aux élèves qu'ils vont en apprendre davantage à ce sujet au cours de cette activité, ce qui fera d'eux des consommateurs mieux avertis quand viendra le temps de choisir un ensemble de haut-parleurs. Ajoutez qu'une connaissance fonctionnelle des nombres rationnels et des puissances leur sera utile à cet égard.
- Présentez et expliquez les figures 16 et 17, sur l'émission et la perception des sons, qui sont incluses dans les feuilles d'activités.
- Demandez aux élèves de discuter des différentes façons d'émettre des sons musicaux. Les sons musicaux sont produits par la vibration de cordes, le passage forcé de l'air dans des tuyaux, la vibration de membranes et la voix humaine (vibration des cordes vocales). Demandez aux élèves de donner des exemples d'instruments de musique et de classer les instruments dans l'une de ces catégories.
- Rappelez aux élèves que les sons sont caractérisés par leur fréquence. Aidez-les à reconnaître que la fréquence est l'inverse de la période : en effet, la période est la durée d'une vibration (en secondes), alors que la fréquence est le nombre de vibrations par seconde (en hertz). Les élèves pourraient estimer la période d'une corde vibrante à partir de quelques expériences et ensuite, déduire la fréquence.
- Présentez aux élèves l'unité de mesure de la fréquence, le hertz (Hz), qui équivaut au nombre de vibrations par seconde. Posez-leur ensuite les questions suivantes au sujet des figures 16 et 17 :
  - Quel est le spectre (éventail) des sons émis par les êtres humains?
  - Est-ce que les sons émis par les chats couvrent des fréquences plus ou moins élevées que les sons émis par les chiens?
  - Pourquoi le spectre des sons émis par un dauphin est-il plus étendu que le spectre des sons audibles?

Activité 2.2 : Cordes vibrantes : le violon

Au cours de cette activité, les élèves établiront la relation entre la fréquence d'une corde vibrante et l'accordage des instruments de musique. La fréquence est obtenue à partir d'observations et d'expériences. Les élèves apprendront également à reconnaître les trois caractéristiques du son : l'intensité, la hauteur et le timbre.

Démarche :

- Avant de soumettre aux élèves la formule de la fréquence d'une corde vibrante (violon, piano), demandez-leur de trouver quelles pourraient être les variables impliquées. Ils devraient parler de la longueur de la corde, de sa tension, de son diamètre et du type de matériau.
- Indiquez aux élèves qu'il est préférable de regrouper le diamètre et le type de matériau en une seule variable, la masse linéique. La masse linéique est le quotient obtenu par la division du poids d'une fibre ou d'un fil par sa longueur. Par exemple, si une corde de piano de 1 m de long pèse 50 g (ou 0,05 kg), elle a une masse linéique de 0,05 kg/m.
- Demandez aux élèves de réaliser quelques expériences avec des cordes de longueurs et de diamètres différents afin de déterminer l'effet de ces variables sur la fréquence (il est plus facile d'estimer la période et d'en déduire la fréquence en calculant l'inverse de la période).
- Demandez aux élèves de remplir le tableau 14 ci-dessous. Expliquez que les flèches vers le haut et vers le bas sont des mesures qualitatives qui indiquent l'effet des variables sur la fréquence. Par exemple, une simple flèche vers le haut indique que la variable contribue modérément à accroître la fréquence, une double flèche vers le bas indique que la variable contribue plus fortement à abaisser la fréquence. À la première ligne du tableau, on augmente la longueur et on garde la tension et la masse linéique constantes. Cela a pour effet d'augmenter la période, donc de diminuer la fréquence.

Tableau 14

Effet de diverses variables sur la fréquence

Longueur (*L*)	Tension (*T*)	Masse linéique (*M*)	Période (*P*)	Fréquence (*F*)
↑	constante	constante	↑	↓
constante	↑↑	constante	↓	↑
constante		constante		
constante	constante	↑		
↓	constante	constante		
↓↓	constante	constante		
constante	↓↓	constante		
constante	constante	↓↓		
constante	↓	↑↑		

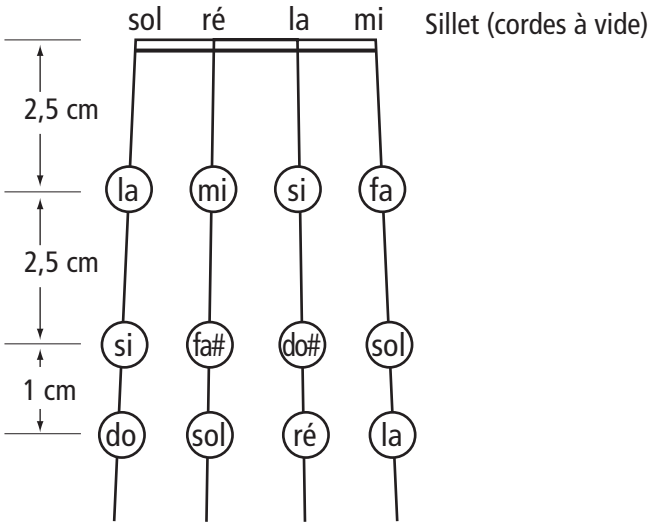
Donnez aux élèves la formule de la fréquence (n) :

$$n = k\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{M}}$$

où n est la fréquence en Hz (s^{-1}), T est la tension en newtons (kgm/s^2), M est la masse linéique en kg/m, L est la longueur en m et k est le nombre de Hz partiellement utilisés (en général, on prend $k = 1$).

- Demandez aux élèves de vérifier les unités en remplaçant chaque variable par une unité de cette variable. Le résultat devrait donner une fréquence en s^{-1} ($1\ s^{-1} = 1$ Hz).
- Demandez aux élèves d'appliquer cette formule aux cordes d'un violon tel qu'illustré à la figure 12. La longueur des cordes, du sillet au chevalet, est de 26 cm.

Figure 12 : Accordage du violon



Posez aux élèves les questions suivantes :

- La note la plus grave produite par un instrument de musique est le do_1 (environ 16 Hz) et la plus aiguë est le do_9 (environ 16 700 Hz). L'orgue et le synthétiseur sont les seuls instruments ayant une tessiture aussi étendue.
  - L'oreille humaine peut-elle percevoir ces deux notes?
  - Un chien peut-il percevoir ces deux notes?
  - Un dauphin peut-il percevoir ces deux notes?
- Quel est l'effet sur la fréquence :
  - lorsqu'on pose le premier, le deuxième, puis le troisième doigt sur une corde?
  - lorsqu'on diminue la tension de la corde?
  - lorsqu'on augmente la tension de la corde?
  - lorsqu'on diminue la tension de la corde de 25 kg/mm^2 à 16 kg/mm^2? (Réponse : la deuxième fréquence est égale aux 4/5 de la première.)

Activité 2.3 : Nombres rationnels et nombres irrationnels

Au cours de cette activité, les élèves établissent une formule qui permet d'évaluer la fréquence des notes de musique à partir de la fréquence de référence « universelle » utilisée dans les orchestres pour accorder tous les instruments. En établissant cette formule, les élèves constatent les limites de l'ensemble des nombres rationnels.

Démarche :

Historiquement, dans la musique occidentale, on a regroupé les sons musicaux en notes et en gammes. Chaque octave est divisée en 12 degrés chromatiques séparés par un demi-ton :

do ou *si* dièse
do dièse ou *ré* bémol
ré
ré dièse ou *mi* bémol
mi ou *fa* bémol
fa ou *mi* dièse
fa dièse ou *sol* bémol
sol
sol dièse ou *la* bémol
la
la dièse ou *si* bémol
si ou *do* bémol

Les musiciens peuvent utiliser un spectre de 10 octaves, soit un total de 121 notes couvrant l'intégralité du spectre sonore audible par l'oreille humaine, de la note la plus grave à la plus aiguë. La note la plus grave est le do_1 (environ 16 Hz) et la plus aiguë est le do_9 (16 700 Hz).

Dans deux octaves consécutives, la fréquence de chaque note de l'octave la plus aiguë est exactement le double de celle de la même note de l'octave la plus grave. Par exemple, dans la deuxième octave, la fréquence du do_2 est deux fois plus élevée que celle du do_1 (soit environ $16 \times 2 = 32$ Hz). La fréquence du do_3 est encore deux fois plus élevée (32×2 ou $16 \times 4 = 64$). Les fréquences du *do* des octaves suivantes seront donc successivement de 128, 256, 512, 1 024, 2 048, 4 096, 8 192 et 16 384 Hz.

- Demandez aux élèves de compléter la feuille d'activités « Comment accorder un instrument de musique » pour élaborer une formule permettant de trouver la fréquence d'une note quelconque à partir de la fréquence de la note précédente de la même octave. (Réponse : Multiplier la fréquence par $\sqrt[12]{2}$.) Guidez les élèves dans cet exercice à l'aide des pistes suivantes :
  - Supposez que la fréquence de la note suivante s'obtient en multipliant la fréquence N de la note connue par un certain facteur. Appelez ce facteur x.
  - Multipliez N autant de fois que nécessaire par le facteur x pour arriver à la même note de l'octave suivante : $N \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x = Nx^{12}$.

- Puisque la fréquence de la même note dans l'octave suivante est deux fois plus grande,

$$2N = Nx^{12}$$
$$x^{12} = 2$$
$$x = 2^{1/12} = \sqrt[12]{2}$$

- Le nombre x n'est pas un nombre rationnel, car toute racine d'un nombre qui n'est pas un carré parfait n'est pas un nombre rationnel. Rappelez aux élèves qu'un nombre rationnel est un nombre que l'on peut représenter sous la forme d'une fraction de nombres entiers.

- Dites aux élèves qu'on ne peut évaluer les nombres irrationnels que par approximation. Par exemple, les élèves pourraient utiliser 20 fois la touche racine carrée $\boxed{\sqrt{}}$ de leur calculatrice sur le nombre 2 et ensuite utiliser 20 fois la touche $\boxed{\text{SQUARE}}$ à partir du résultat obtenu. Ils n'obtiendront jamais le nombre 2 exactement. En fait, après 11 opérations (sur certaines calculatrices, ce nombre peut être différent), l'arrondissement systématique du résultat par la calculatrice aura un effet sur le résultat final.

- La plupart des musiciens occidentaux accordent leur instrument à partir d'une note de référence, le *la* 440. Demandez aux élèves de proposer une stratégie permettant d'évaluer la fréquence du *do* qui suit le *la* 440 d'un piano. (Réponse : le *do* qui suit le « *la* universel » est trois demi-tons plus élevé, donc multipliez 3 fois la fréquence 440 Hz par $2^{1/12} \times 2^{1/12} \times 2^{1/12} = 2^{1/4} = 1{,}189\,207\,1 \times 440 = 523{,}25$ Hz.)

- Les élèves devraient utiliser leur calculatrice pour évaluer $\sqrt[12]{2}$ en extrayant par exemple la racine cubique de 2, puis la racine carrée du résultat, puis encore la racine carrée du résultat, ce qui donne environ 1,059 463 1.

- Pour mieux comprendre le concept de nombre irrationnel, demandez d'abord aux élèves de former une suite d'approximations de plus en plus précises de $\sqrt[12]{2}$ (par exemple, 1,1, 1,06, 1,059, 1,059 5, etc.). Ils utiliseront ensuite ces valeurs approximatives pour calculer les fréquences d'une note donnée à partir du la_5 « universel », dont la fréquence est de 440 Hz. Par exemple, quelle fréquence obtient-on pour le la_6 (une octave au-dessus) en utilisant successivement les valeurs approximatives ci-dessus? Le résultat devrait s'approcher de plus en plus de la valeur 880 Hz, puisque la fréquence d'une note double à chaque octave. Les élèves devraient obtenir une suite d'approximations comme celles-ci :

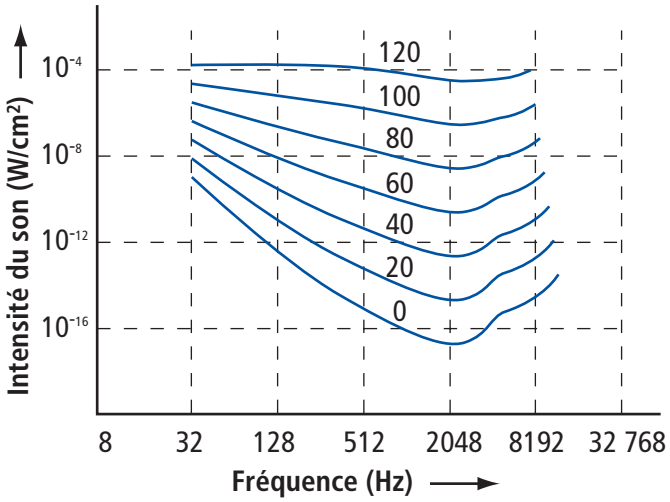
$$440 \times (1{,}1)^{12} = 1\,380{,}91 \text{ Hz}$$
$$440 \times (1{,}06)^{12} = 885{,}36 \text{ Hz}$$

mais ils n'arriveront jamais exactement à 880 Hz.

Activité 2.4 : Décibels et intensité du son

Au cours de cette activité, les élèves construisent puis appliquent une formule permettant de convertir des unités d'intensité du son. Cette activité vise à renforcer leur aptitude à travailler avec des puissances et avec des formules impliquant des puissances.

Figure 13 : Seuils de perception sonore



Démarche :

- Sur un rétroprojecteur, superposez une copie d'une CRF (comme celle de la figure 11) et un agrandissement approprié de la figure 13 . L'agrandissement devrait être tel que les échelles des fréquences des deux figures coïncident parfaitement. Notez que les unités des intensités sont différentes : l'une exprime l'intensité en dB et l'autre en W/cm^2.

  Mentionnez aux élèves que, lorsque le son traverse un milieu, il « transporte » avec lui une certaine énergie. La quantité d'énergie est cependant très petite. Par exemple, l'énergie produite par les cris des spectateurs à un match de football suffirait à peine à chauffer une tasse de thé.

  L'intensité du son s'exprime en watts par centimètre carré (ou en J/s/cm^2). Autrement dit, l'intensité d'un son est sa puissance par unité d'aire ou son énergie moyenne par unité d'aire.

  L'oreille est un organe complexe. Elle ne peut percevoir les sons qu'à partir d'un seuil d'intensité minimal. Au-delà d'une certaine intensité, le son produit une sensation de douleur et risque d'endommager le tympan. En deçà du seuil minimal et au-delà du seuil maximal, l'oreille ne perçoit aucun son (c'est la loi du « tout ou rien »). L'oreille est également sélective en ce qui concerne la fréquence du son. L'oreille humaine ne peut déceler que les sons dont la fréquence se situe entre 20 Hz et 20 000 Hz. En-dehors de cet intervalle appelé le « champ d'audibilité », l'oreille ne perçoit pas le son (voir la figure 14).

- À partir de la figure 13, discutez avec les élèves des caractéristiques des courbes dites « d'égale sensation » en fonction des caractéristiques de la CRF. Vous pourriez discuter des aspects suivants :
  - le champ d'audibilité pour les intensités de chaque fréquence;
  - le seuil de douleur pour les intensités de chaque fréquence;
  - l'intersection des courbes et le domaine qu'elle définit (champ d'audibilité);
  - l'échelle des fréquences, qui n'est pas linéaire (il s'agit d'une échelle logarithmique), et son intérêt pour permettre de couvrir un spectre de fréquences étendu.

Puisque le spectre de perception auditive de l'oreille humaine est particulièrement étendu, il est nécessaire de changer l'échelle des unités d'intensité. On appelle cette unité le décibel (dB), en hommage à l'inventeur du téléphone, le Canadien Alexander Graham Bell. Le zéro de l'échelle est 10^{-16} W/cm^2.

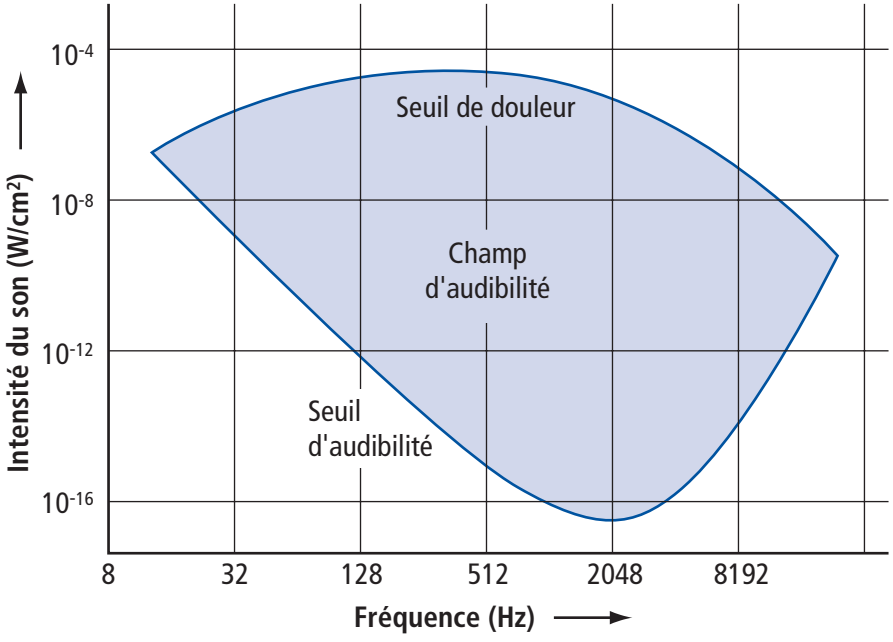
Ce zéro correspond à une fréquence de 1 000 Hz. L'intensité I est alors définie à partir de la relation :

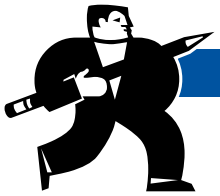
$$I = 10^{-16} \times 10^{N/10} \text{ W/cm}^2$$

N est appelé le nombre de décibels.

- Demandez aux élèves d'évaluer les intensités correspondant à 0 dB, 1 dB, 10 dB et 100 dB en appliquant cette formule. Les élèves devront ensuite faire correspondre ces intensités à des sons qu'ils connaissent. Demandez aux élèves de calculer le nombre de décibels correspondant à 10^{-13} W/cm^2 (le son d'un murmure), à 10^{-8} W/cm^2 (le son d'une artère achalandée) et à 10^{-1} W/cm^2 (le son d'un avion à réaction au décollage).
- Demandez aux élèves d'examiner et de compléter le tableau 17 de la feuille d'activités « Intensité des sons provenant de diverses sources ». Rappelez-leur de prendre garde aux unités.
- En examinant la figure 16, les élèves devraient remarquer que le seuil d'audibilité n'est pas le même pour toutes les fréquences. En guise de prolongement, les élèves pourraient analyser le graphe de la figure 14, qui représente l'intensité en fonction de la fréquence. Puisque l'oreille n'est pas également sensible à toutes les fréquences, le seuil d'audibilité n'est pas le même pour toutes les fréquences.
- Demandez aux élèves de comparer ce graphe avec la CRF afin de déterminer les qualités d'un haur-parleur et de reconnaître les caractéristiques des haut-parleurs qu'ils ne pourront pas percevoir.

Figure 14 : Sensibilité de l'oreille humaine





Feuille d'activités : Haut-parleurs

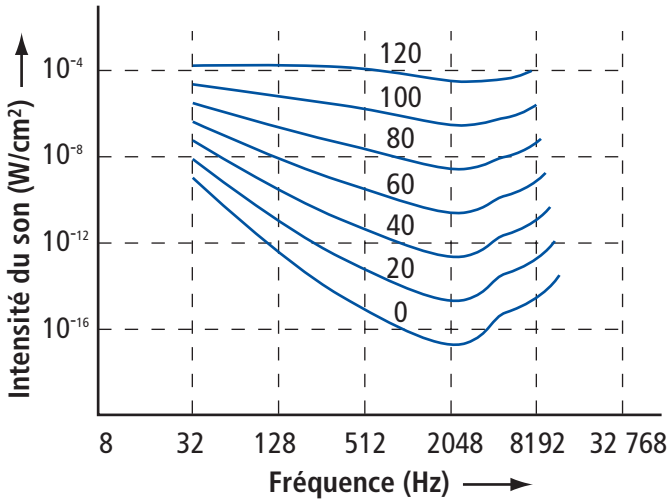
Nom de l'élève : _____ Date : _____

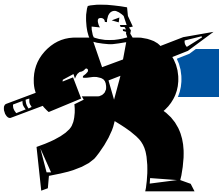
Tableau 15

Caractéristiques des haut-parleurs

Modèle de haut-parleurs	Puissance utile (W)	Puissance maximale (W)	Spectre des fréquences (Hz)	Hauteur du plateau (dB)	Description du plateau	Prix ($)

Figure 15 : Courbes de niveaux de perception (courbes de Fletcher)





Feuille d'activités : Spectre des fréquences des sons émis et perçus

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Figure 16 : Spectre des fréquences des sons émis

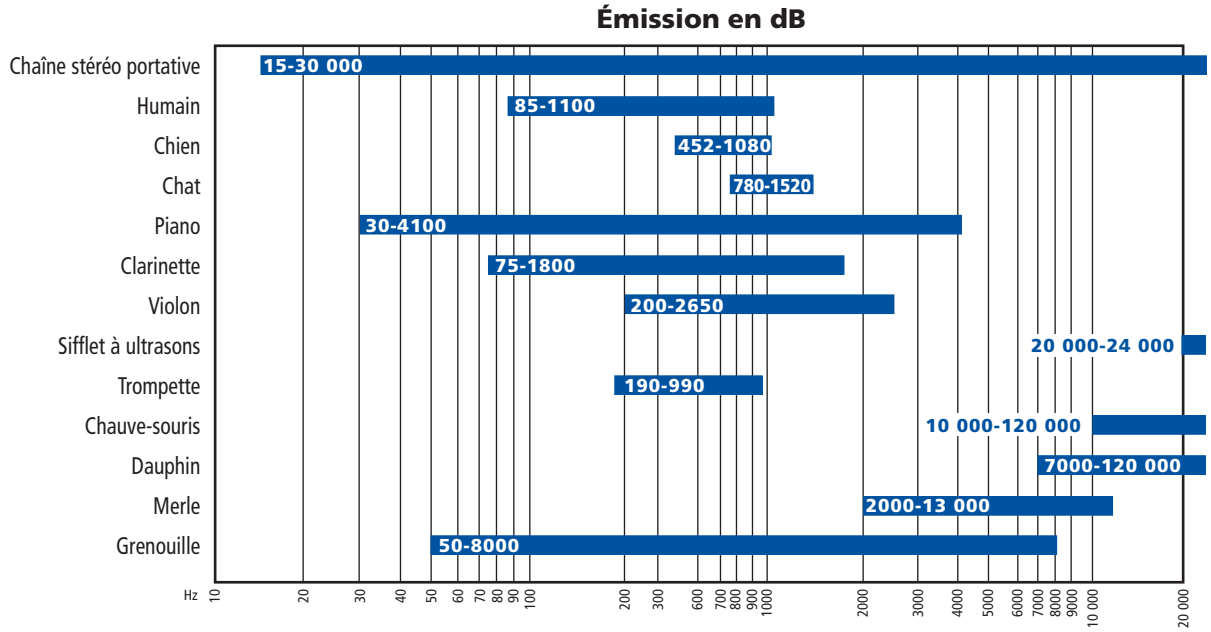
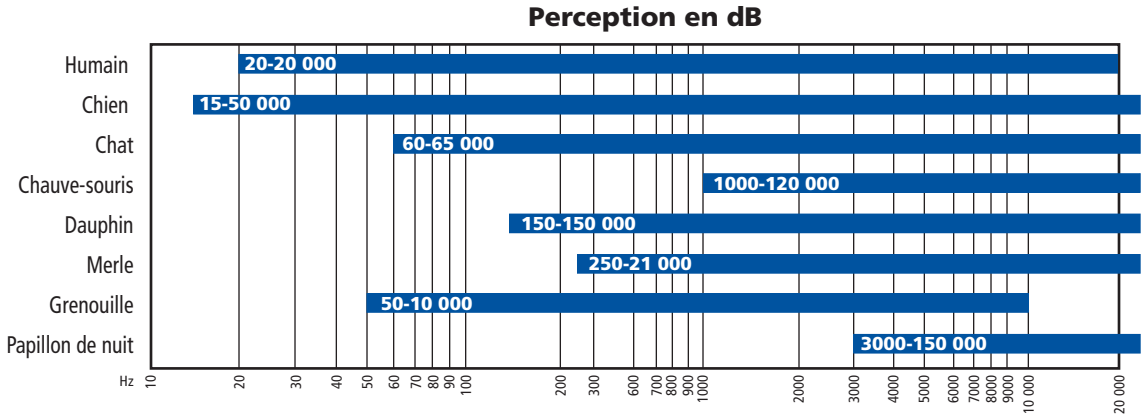
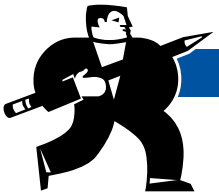


Figure 17 : Spectre des fréquences des sons perçus



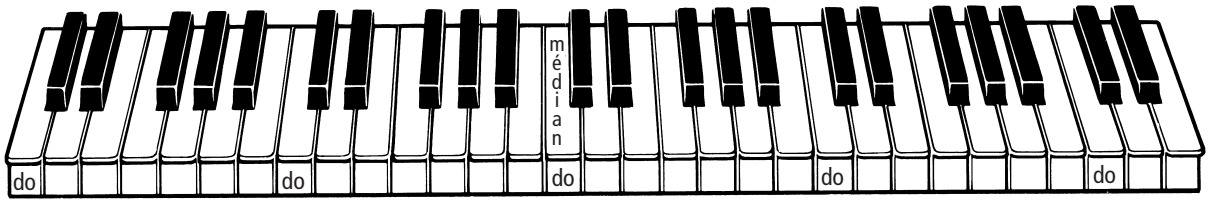


Feuille d'activités : Comment accorder un instrument de musique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Sur la représentation ci-dessous d'un clavier, remarquez l'emplacement du *do* médian (la touche *do* située au milieu du clavier).

Figure 18 : Clavier (partiel) d'un piano



- En vous déplaçant vers la droite, trouvez le premier *la*. C'est la note de référence (le la_5), qui doit être accordée exactement à 440 Hz.
- Identifiez toutes les notes d'une octave (de *do* à *si* en tenant compte des touches noires).
- Trouvez tous les *la* du clavier. Quelle est la fréquence de chacun en Hz?

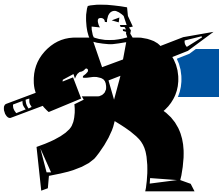
	la_3	la_4	la_5	la_6
Hz				

- Quelle est la fréquence du *la* le plus grave (la_1) qu'on puisse jouer au piano?

- Quelle est la fréquence du *la* le plus aigu (la_8) qu'on puisse jouer au piano?

- La note la plus grave produite par un orgue d'église est le do_1 et la note la plus aiguë, le do_9. Combien de notes séparent ces deux *do*? Combien d'octaves? Combien y a-t-il de notes par octave?

- La première note à droite du *la* 440 sur un clavier est un *la* dièse. Quelle est la fréquence de cette note? Proposez une stratégie permettant de répondre à cette question, en justifiant chacune des étapes.



Feuille d'activités : Comment accorder un instrument de musique

- À partir du résultat obtenu, trouvez la fréquence du *do* médian.

La fréquence que vous venez de trouver est un nombre « irrationnel », c'est-à-dire qu'on ne peut pas représenter ce nombre par une fraction de nombres entiers.

- À l'aide d'une calculatrice, trouvez la valeur approximative de la racine quatrième de 2.

- À l'aide d'une calculatrice, trouvez la valeur approximative de la racine huitième de 2.

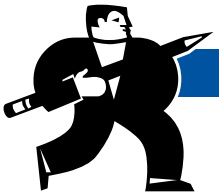
- À l'aide d'une calculatrice, trouvez la valeur approximative de la racine sixième de 2.

- À l'aide d'une calculatrice, trouvez la valeur approximative de la racine douzième de 2.

- À l'aide d'une calculatrice, trouvez la valeur approximative de la racine vingt-quatrième de 2.

Des nombres comme $\sqrt{2}$ et π sont des nombres irrationnels, qu'on ne peut pas représenter avec exactitude. La racine carrée de tout nombre qui n'est pas un carré parfait est un nombre irrationnel. Comme on ne peut en connaître la valeur exacte, on doit se contenter d'une approximation. La précision de l'approximation dépend du type de calculatrice employé.

- Pour vous en convaincre, prenez votre calculatrice et extrayez la racine carrée de 2, puis celle du résultat, et ainsi de suite, 20 fois. Élevez ce résultat au carré, puis élevez le résultat au carré, et ainsi de suite, 20 fois. Inscrivez vos résultats au tableau 16 de la page suivante. Comparez vos résultats avec ceux d'un élève ayant utilisé un autre modèle de calculatrice. Discutez de la précision des approximations successives.



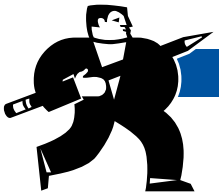
Feuille d'activités : Comment accorder un instrument de musique

Tableau 16

Démonstration des limites d'une calculatrice

Itération	Nombre	$\sqrt{\ }$	Carré
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

- Dans quelle mesure les approximations obtenues avec votre calculatrice suffisent-elles pour la plupart des applications?



Feuille d'activités : Intensité des sons provenant de diverses sources

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Complétez le tableau ci-dessous.

Tableau 17

Intensité des sons provenant de diverses sources

Source	dB	W/m²
Seuil d'audibilité	0	
Respiration normale	10	10^{-11}
Murmure (2 m)		10^{-10}
Restaurant tranquille	50	
Conversation normale entre deux personnes		10^{-6}
Aspirateur	80	
Musique forte dans une pièce moyenne		10^{-3}
Concert rock	110	
Avion de ligne au décollage	120	
Seuil de douleur	130	
Avion de chasse au décollage		10^{2}
Fusée au décollage		10^{3}
Perforation instantannée du tympan	160	

Activité 3 : Les ruches

But :

Les élèves constatent que les abeilles utilisent l'espace de façon optimale. Il s'agit d'un problème d'optimisation, où il faut ranger un maximum de matériel (ici, le miel) dans un espace donné.

Cette activité se divise en cinq étapes qui guident progressivement les élèves dans l'élaboration d'un modèle mathématique utile à la résolution de problèmes d'optimisation.

Activité 3.1 : Carrés décroissants
Au cours de cette première partie, les élèves décrivent une régularité et la représentent géométriquement et algébriquement à partir d'une représentation numérique.

Activité 3.2 : Figures géométriques régulières
Les élèves révisent les propriétés des figures géométriques régulières.

Activité 3.3 : La ruche
Les élèves mettent à profit leur connaissance des propriétés des figures géométriques régulières ainsi que leur aptitude à représenter des régularités pour construire un modèle en carton d'une ruche en deux dimensions.

Activité 3.4 : Le rendez-vous
À partir de leur modèle en carton, les élèves créent un jeu visant à renforcer leur connaissance des transformations géométriques dans le plan.

Activité 3.5 : Les alvéoles hexagonales d'une ruche
Les élèves effectuent des calculs sur des périmètres, des aires et des volumes pour déterminer la forme géométrique optimale utilisable dans la construction d'un modèle.

Activité 3.1 : Carrés décroissants

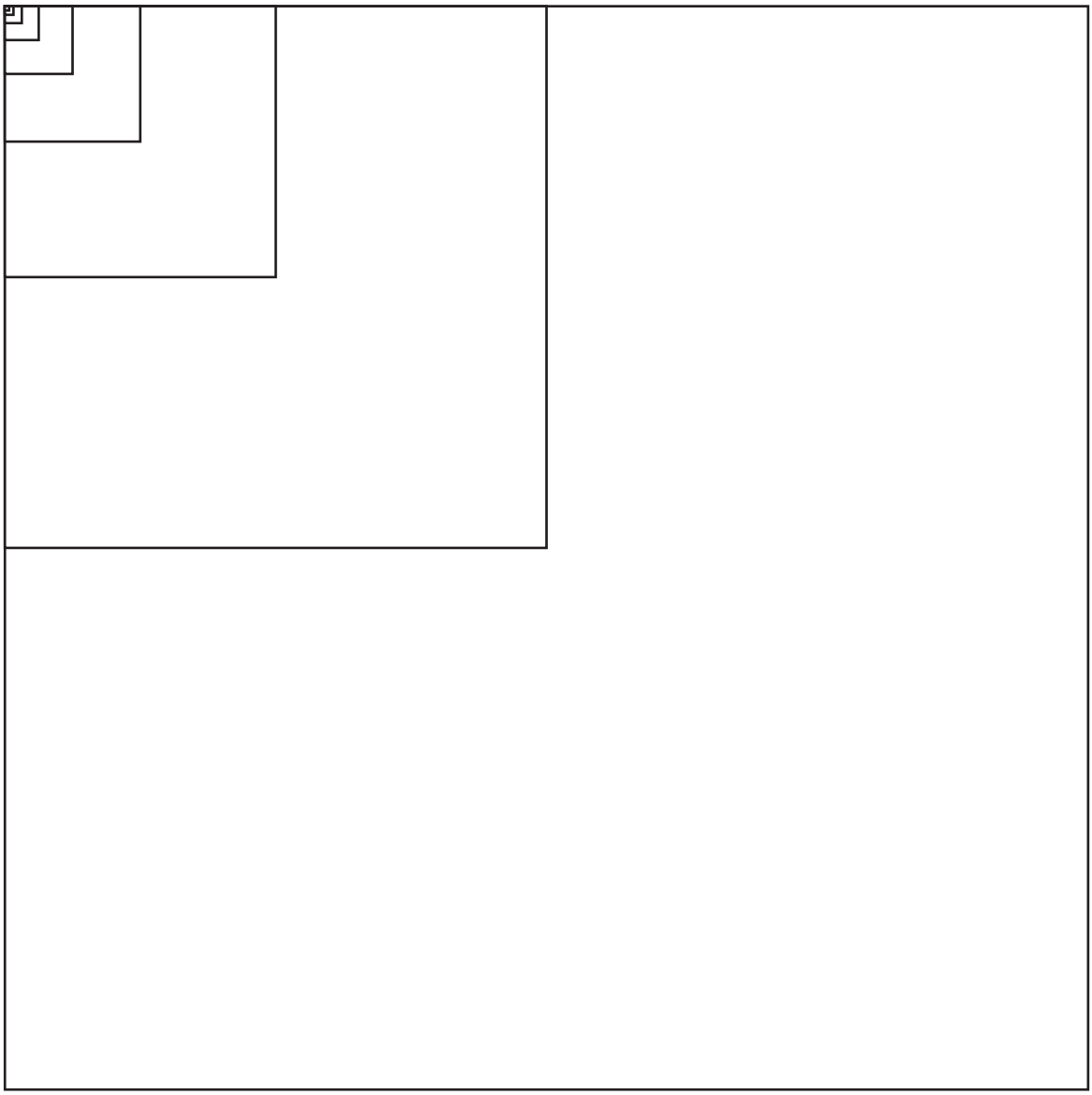
But :

Au cours de cette activité, les élèves construisent une suite de carrés décroissants à partir d'un carré de départ et en divisant les côtés en deux parties égales. Mathématiquement, le but est de représenter géométriquement et algébriquement la régularité.

Démarche :

- Les élèves construisent un carré de 20 cm de côté avec seulement une règle et un compas. La construction est illustrée à la figure 19.

Figure 19 : Carrés décroissants



- Les élèves complètent le tableau 18 de la page suivante et ils répondent ensuite aux questions posées dans la feuille d'activités « Carrés décroissants ».

Tableau 18

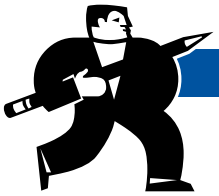
La règle des carrés décroissants

Étapes	Nombre de carrés	Nombre total de carrés	Règle
1	1	1	1 x 1 = 1
2	4	5	2 x 2 = 4 et 4 + 1 = 5
3	9	14	3 x 3 = 9 et 9 + 5 = 14
4	16		4 x 4 = 16 et 16 + 14 = 30 ou 4 x 4 + 3 x 3 + 2 x 2 + 1 x 1 = 30
5	25	55	5 x 5 + 4 x 4 + 3 x 3 + 2 x 2+ 1 x 1 = 25 + 30 = 55
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
20			20 x 20 + ... + 1 x 1 = 6 998 670
50			
100			
1000			

- Demandez aux élèves de comparer les différents modes opératoires de leur calculatrice lorsqu'ils évaluent des expressions comme celle-ci :

  $(n\,x^{\,2}+)$: $20x^2 + 19x^2 + \ldots = 6\,998\,670$

- Demandez aux élèves d'exprimer dans leurs propres mots la règle obtenue en complétant le tableau ci-dessus, de représenter les résultats géométriquement et de représenter la règle algébriquement.
- Si n est le nombre d'étapes, le nombre de carrés construits en n étapes est donné par $n^2 + (n - 1)^2 + \ldots + 1$.



Feuille d'activités : Carrés décroissants

Nom de l'élève : _____ Date : _____

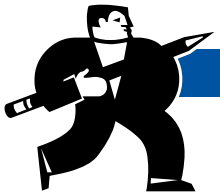
Démarche :

- Tracez un carré de 20 cm de côté en vous servant uniquement d'une règle et d'un compas.
- Divisez les côtés en deux parties égales.
- Construisez un carré à l'intérieur du carré d'origine (l'aire de ce nouveau carré sera 4 fois plus petite que celle du carré d'origine).
- Divisez les côtés du petit carré en deux parties égales.
- Construisez un nouveau carré à l'intérieur du deuxième carré (l'aire de ce nouveau carré sera 16 fois plus petite que l'aire du carré d'origine).

Tableau 19

La règle des carrés décroissants

Étapes	Nombre de carrés	Nombre total de carrés	Règle
1	1	1	
2	4	5	
3	9	14	
4	16		
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
20			
50			
100			
1000			



Feuille d'activités : Carrés décroissants

Répondez aux questions suivantes :

- Comment obtenez-vous les nombres de la 2e colonne?

- Comment obtenez-vous les nombres de la 3e colonne?

- Quels sont les nombres obtenus après 20 étapes?

- Quels sont les nombres obtenus après 1 000 étapes?

- Exprimez la règle dans vos propres mots.

- Exprimez la règle de façon algébrique.

Activité 3.2 : Figures géométriques régulières

But :

Au cours de cette activité, les élèves révisent les propriétés des figures géométriques régulières. À l'aide d'un compas et d'une règle, ils construisent des polygones réguliers (inscrits dans le même cercle) et ils révisent les concepts reliés aux angles et aux éléments de symétrie des polygones.

Démarche :

- Assurez-vous que les élèves savent se servir correctement de leur compas.
- Le premier polygone à construire est un hexagone. Les élèves tracent l'hexagone en reportant le rayon du cercle six fois sur la circonférence. Demandez aux élèves de comparer la précision de cette méthode avec d'autres méthodes comme celles qui nécessitent l'emploi d'un rapporteur d'angles.
- Les élèves tracent les axes de symétrie et ils les vérifient par pliage.
- Le côté du dodécagone régulier est obtenu en divisant les côtés de l'hexagone en deux à l'aide d'un compas et en traçant les rayons passant par ces points. On trace le dodécagone en joignant tous les points d'intersection des rayons avec le cercle.
- Pour tracer le carré, il suffit de joindre les sommets du dodécagone trois à trois.
- Pour tracer le triangle équilatéral, il suffit de joindre les sommets de l'hexagone deux à deux.
- On peut construire géométriquement d'autres polygones de façon analogue (voir le projet E).
- Les élèves mesurent les longueurs des côtés des polygones avec un compas à pointes sèches et ils complètent le tableau 22 de la feuille d'activités. Demandez aux élèves de discuter de cette méthode et d'expliquer en quoi elle est plus précise qu'une mesure directe à la règle (voir le tableau 20).
- Demandez aux élèves de trouver le périmètre d'un cercle en formulant une règle représentant la régularité observée au tableau 20. Ils peuvent représenter cette règle graphiquement à l'aide d'une calculatrice graphique.
- En appliquant cette règle, les élèves sont en mesure de construire n'importe quel polygone régulier, un pentagone ou un décagone, par exemple.
- Demandez aux élèves de construire et de compter tous les axes de symétrie des polygones réguliers, puis de mesurer et de calculer les angles du pentagone. Ils pourront ensuite remplir le tableau 21 de la page suivante.
- Les élèves établissent une règle récursive pour les angles et comparent cette relation avec la règle récursive permettant de déterminer la longueur des côtés.

Tableau 20

Polygones réguliers (rayon du cercle circonscrit : 10 cm)

Nombre de côtés	Nom	Nombre de sommets	Longueur des côtés (cm)*	Périmètre (cm)
3	Triangle	3	17,3	17,3 x 3 = 51,9
4	Carré	4	voir calcul ci-dessous	
6	Hexagone	6	10	
8	Octogone	8		
12	Dodécagone	12	voir calcul ci-dessous	
21	?			

* Longueur des côtés de polygones réguliers

Côté de l'hexagone : longueur du côté = rayon = 10 cm
Moitié du côté du triangle : côté de l'hexagone × 0,86 = 8,6 cm
Côté du dodécagone : la moitié du côté de l'hexagone divisé par 0,96 = 5/0,96 = 5,2 cm

Les angles d'un polygone régulier sont tous égaux. Règle : multipliez 180° par le nombre de côtés moins 2, puis divisez le résultat par le nombre de côtés. Par exemple :

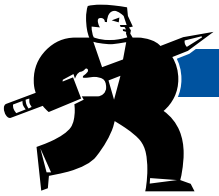
(3 côtés − 2) × 180°/3 côtés = (1) × 180°/3 = 60 °

Triangle équilatéral : 1 × 180°/3 = 60 °
Carré : 2 × 180°/4 = 90 °
Hexagone : 4 × 180°/6 = 120 °
Octogone : 6 × 180°/8 = 135 °
Dodécagone : 10 × 180°/12 = 150 °

Tableau 21

Axes de symétrie

Nom de la figure	Nombre de sommets	Nombre d'axes de symétrie
Triangle	3	3
Carré		



Feuille d'activités : Figures géométriques régulières

Nom de l'élève : _____ Date : _____

- Tracez un cercle de x cm de rayon (x étant plus grand que 10).
- Construisez un hexagone, un triangle et ainsi de suite en suivant les directives de votre enseignant.
- À chaque étape, nommez le polygone, comptez le nombre de côtés et mesurez leur longueur. Calculez la mesure des angles.
- Inscrivez vos résultats dans le tableau 22 ci-dessous.

Tableau 22

Figures géométriques

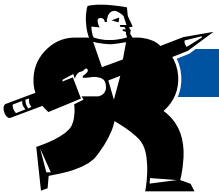
Nombre de côtés	Nom	Nombre de sommets	Longueur des côtés (cm)	Angle (degrés)	Périmètre (cm)	Règle
3						
4						
6						
8						
12						

- Proposez une méthode pour construire un pentagone.

- Proposez une méthode pour construire un dodécagone.

- Quelle est la longueur du côté du pentagone?

- Quelle est la longueur du côté du dodécagone?



Feuille d'activités : Figures géométriques régulières

- Quel est le périmètre d'un polygone régulier de 24 côtés?

- Quel est le périmètre d'un polygone régulier de 36 côtés?

- Quel est le périmètre d'un polygone régulier de 216 côtés?

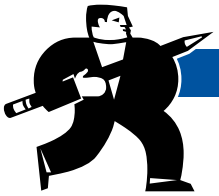
- Quel est le périmètre d'un polygone régulier de 1 296 côtés?

- Tracez tous les axes de symétrie des polygones réguliers et remplissez le tableau 23 ci-dessous.

Tableau 23

Nombre d'axes de symétrie

Nom du polygone	Nombre de sommets	Nombre d'axes de symétrie
Triangle	3	3



Feuille d'activités : Figures géométriques régulières

- Complétez le tableau 24. Pour chaque polygone, comptez le nombre d'angles, calculez les mesures des angles intérieurs (angles au centre) et établissez la règle.

Tableau 24

Angles des polygones

Nombre de côtés	Nombre d'angles	Mesure de l'angle	Règle
3			
4			
5			
6			
8			
10			
12			

- Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un polygone à 9 côtés?
- Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un polygone à 27 côtés?
- Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un polygone à 243 côtés?
- Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un polygone à 729 côtés?
- Expliquez la règle que vous avez établie.

Activité 3.3 : La ruche

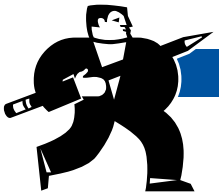
But :

Au cours de cette activité, les élèves utilisent les propriétés des figures géométriques régulières et appliquent des règles récursives au dallage d'un carré de dimensions données.

Démarche :

- Demandez aux élèves de tracer un hexagone régulier de 5 cm de côté sur une feuille de carton fort, puis de le découper. Ce modèle servira plus tard à dessiner les alvéoles de la ruche.
- Demandez aux élèves de déterminer géométriquement le centre d'une feuille de carton carrée (50 cm $\times$ 50 cm), puis de tracer les deux diagonales.
- En se servant du modèle, les élèves tracent des anneaux concentriques d'hexagones en partant du centre.
- Après avoir tracé les deux premiers anneaux, les élèves doivent tracer les axes de symétrie suivants :
  - un axe vertical passant par le centre,
  - un axe horizontal passant par le centre,
  - un axe faisant 30 ° avec l'horizontale,
  - un axe faisant 60 ° avec l'horizontale.

  Ces axes serviront à l'activité 3.4, « Le rendez-vous » (voir la figure 23).
- Les élèves complètent les tableaux et les graphiques de la feuille d'activités « Construction de la ruche » et répondent aux questions qui y sont posées.



Feuille d'activités : Construction de la ruche

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Matériel et équipement :

- Feuille de carton fort
- Ciseaux
- Règle
- Compas

Démarche :

- Suivez les directives pour la construction du modèle en carton de la ruche.
- Construisez un tableau semblable au tableau 25 de la page 123 et inscrivez-y vos données.
- Après avoir tracé chaque anneau, exprimez dans vos propres mots la règle qui permet de calculer le nombre d'alvéoles, le nombre total d'alvéoles et le périmètre.
- Représentez à l'aide d'un graphe la façon dont ces quantités varient en fonction du nombre d'anneaux.
- Représentez par une équation la relation entre le nombre d'alvéoles et le nombre d'anneaux.

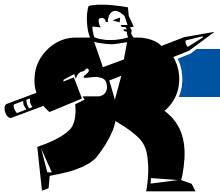
Répondez aux questions suivantes :

- Que se passerait-il si les alvéoles étaient octogonales plutôt qu'hexagonales?

- Que se passerait-il si les alvéoles étaient pentagonales plutôt qu'hexagonales?

- Que se passerait-il si les alvéoles étaient carrées plutôt qu'hexagonales?

- Pourquoi quelles raisons les alvéoles sont-elles hexagonales?



Feuille d'activités : Construction de la ruche

Tableau 25

Nombre d'anneaux et d'alvéoles

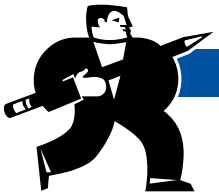
Numéro de l'anneau	Nombre d'alvéoles par anneau	Nombre total d'alvéoles	Nombre de côtés par anneau	Nombre total de côtés
1	1	1	6	6
2	6	7	24	30
3	12	19		
4	18			
5				
6				
12				
36				
100				
RÈGLE				

- Expliquez comment vous avez dérivé les expressions algébriques qui représentent les règles.

- Combien faudra-t-il de temps pour remplir le carré au rythme d'un anneau à l'heure?

- Combien faudra-t-il de temps pour remplir le carré au rythme d'une alvéole aux 10 minutes?

- Estimez le nombre total d'alvéoles nécessaires pour remplir le carré. Expliquez comment vous arrivez à cette conclusion.

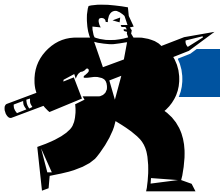


Feuille d'activités : Construction de la ruche

- Estimez les dimensions d'une alvéole réelle (longueur des côtés, aire, volume). Expliquez comment vous arrivez à cette conclusion.

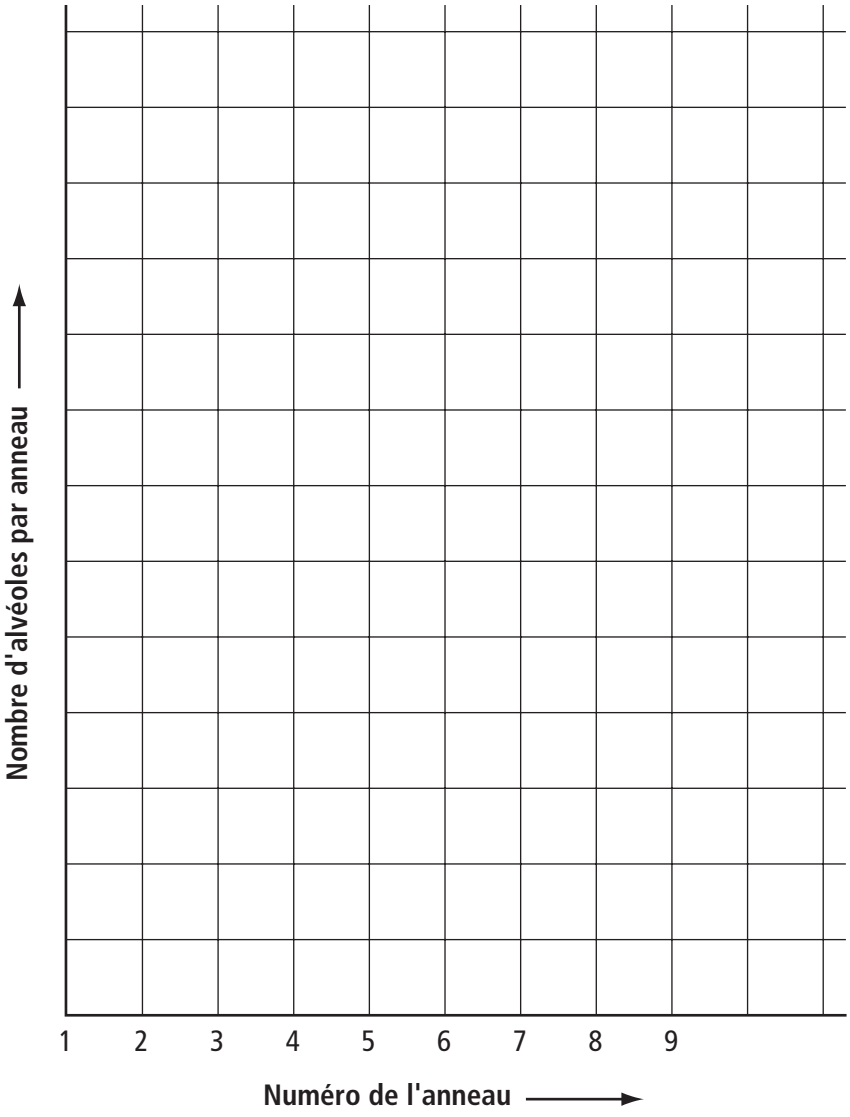
- Quel est le périmètre total de la structure?

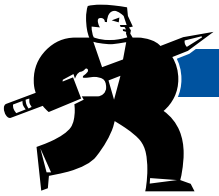
- Sur les graphiques des figures 20 à 22, représentez respectivement le nombre d'alvéoles, le nombre total d'alvéoles et le périmètre en fonction du numéro de l'anneau. Marquez d'un *x* l'intersection des droites appropriées du graphique.



Feuille d'activités : Construction de la ruche

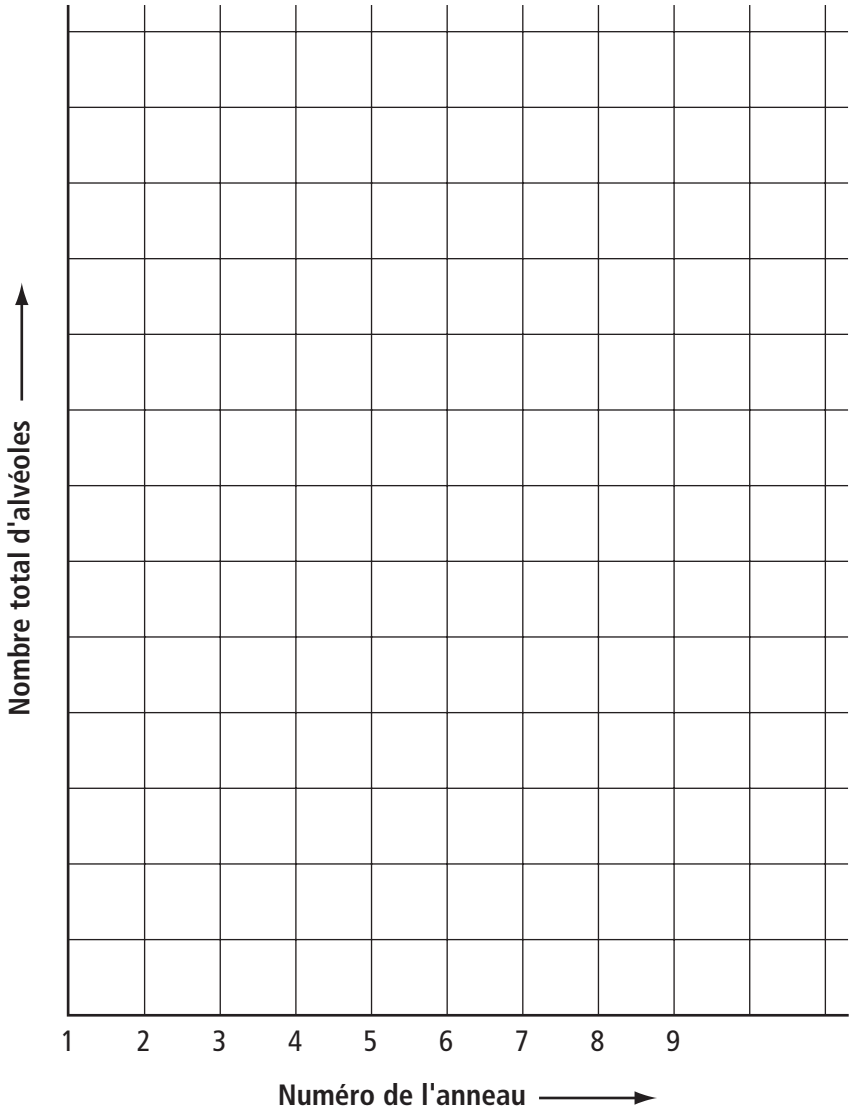
Figure 20 : Nombre d'alvéoles par anneau

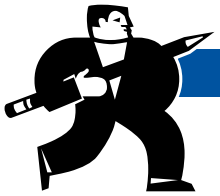




Feuille d'activités : Construction de la ruche

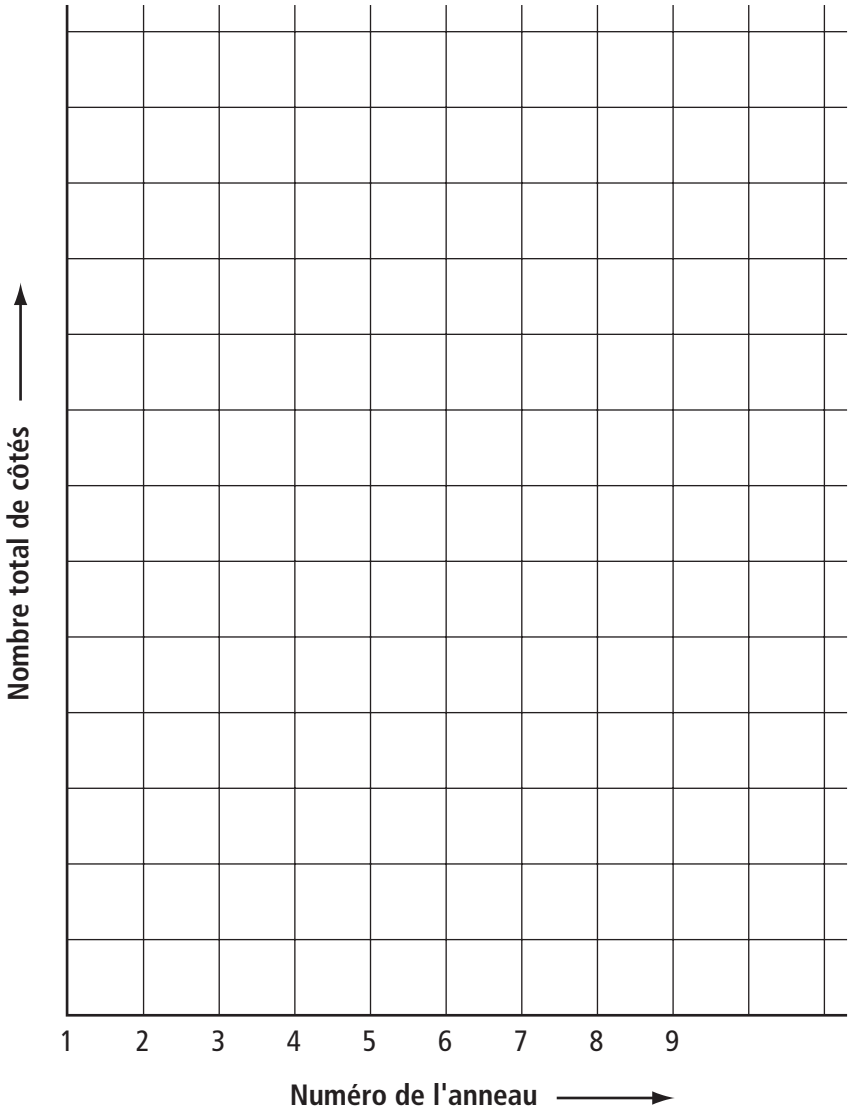
Figure 21 : Nombre total d'alvéoles





Feuille d'activités : Construction de la ruche

Figure 22 : Périmètre total de la ruche



Activité 3.4 : Le rendez-vous

But :

Au cours de cette activité, les élèves révisent les concepts de déplacement (translations) le long de droites verticales, horizontales et obliques.

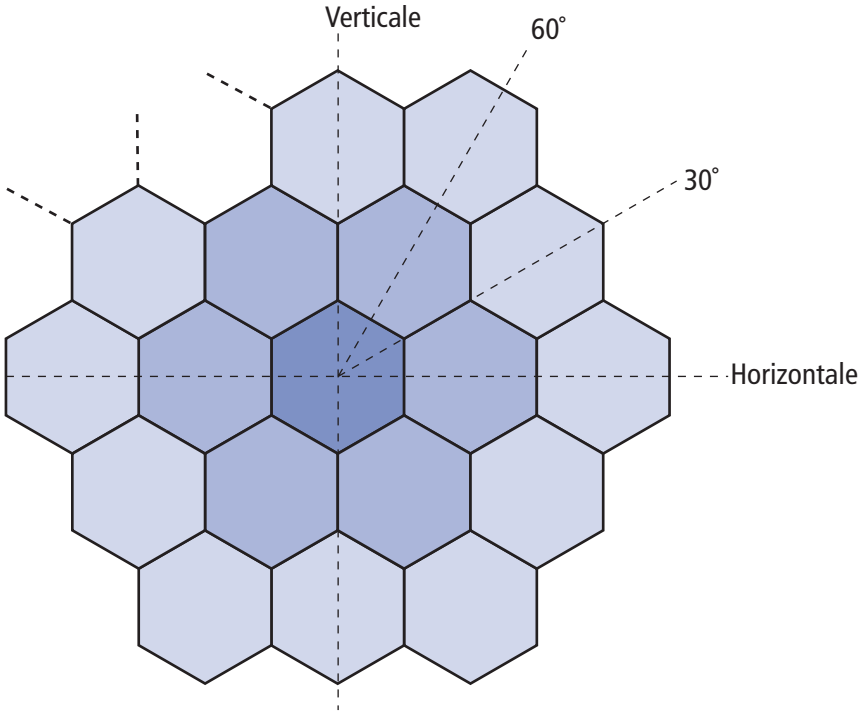
Démarche :

Le but du jeu est de rencontrer un autre joueur caché dans une alvéole. Les règles sont semblables à celles du jeu de combat naval.

Construction du panneau de jeu

- Chaque élève construit son propre panneau en carton fort. Les cases sont des hexagones plutôt que des carrés. Les hexagones sont tous de mêmes dimensions et seront tous repérés de la même façon.
- Les quatre directions suivantes seront indiquées sur chaque panneau comme l'illustre la figure 23 ci-dessous :
  - Horizontale
  - Verticale
  - 30°
  - 60°

Figure 23 : Panneau de jeu



- Les élèves peuvent choisir le type de pion qu'ils préfèrent pour indiquer leur position sur le panneau (par exemple, une pièce d'un jeu d'échecs ou d'un jeu de dames).
- Les panneaux sont cachés par un morceau de carton placé verticalement de façon à empêcher l'élève de voir la position de l'autre joueur.

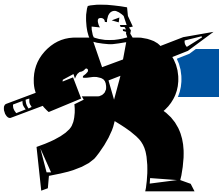
Le jeu

- Le but du jeu est de se rendre au « lieu de rendez-vous » (l'emplacement occupé par l'autre joueur) en un minimum de coups.

Règles du jeu établies par la classe

La classe établit en commun les règles du jeu. Par exemple :

- Le joueur lance un dé et se déplace du nombre d'alvéoles correspondant au nombre obtenu dans une direction qu'il indique à l'autre joueur : « Je me déplace de 6 alvéoles vers la gauche le long de la diagonale à 30°. »
- Et ainsi de suite...



Feuille d'activités : Le rendez-vous

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Matériel et équipement :

- Panneau de jeu avec cases hexagonales
- Dé
- Une pièce d'un jeu d'échecs ou de dames

Démarche :

Le but est de rejoindre le « lieu de rendez-vous » occupé par l'autre joueur en un minimum de coups.

Règles du jeu établies par la classe

La classe établit en commun les règles du jeu. Par exemple :

- Le joueur lance un dé et se déplace du nombre d'alvéoles correspondant au nombre obtenu dans une direction qu'il indique à l'autre joueur : « Je me déplace de 6 alvéoles vers la gauche le long de la diagonale à 30°. »
- Et ainsi de suite...

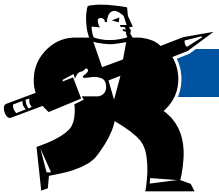
Activité 3.5 : Les alvéoles hexagonales d'une ruche

But :

Pourquoi les alvéoles d'une ruche sont-elles hexagonales? Au cours de cette activité, les élèves calculent des longueurs, des périmètres et des aires en vue de déterminer le rapport optimal périmètre/aire lors du dallage d'un carré. Ils dérivent une formule représentant ce rapport en fonction du nombre de côtés des polygones réguliers utilisés pour daller le carré.

Démarche :

- Les élèves tracent et découpent des modèles de polygones réguliers tous inscrits dans le même cercle de rayon 5 cm (par exemple, un triangle, un carré, un hexagone, un pentagone, un octogone).
- Demandez aux élèves de dériver les formules qui permettent de calculer l'aire totale et le périmètre total en suivant la même procédure qu'à l'activité précédente. Il est aussi souhaitable que les élèves représentent ces formules graphiquement.
- Demandez aux élèves de discuter de la façon dont les variables croissent en fonction du nombre de côtés des polygones.
- Les élèves complètent le tableau 25 et la figure 24.
- Demandez aux élèves de généraliser leurs résultats pour des polygones de 10 côtés, 12 côtés, et plus.
- Demandez-leur ce qui arriverait si on essayait de daller le carré à l'aide de cercles.
- Démarrez ensuite une discussion sur les raisons pour lesquelles on retrouve autant de structures hexagonales dans la nature.



Feuille d'activités : Pourquoi les alvéoles d'une ruche sont-elles exagonales?

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Matériel et équipement :

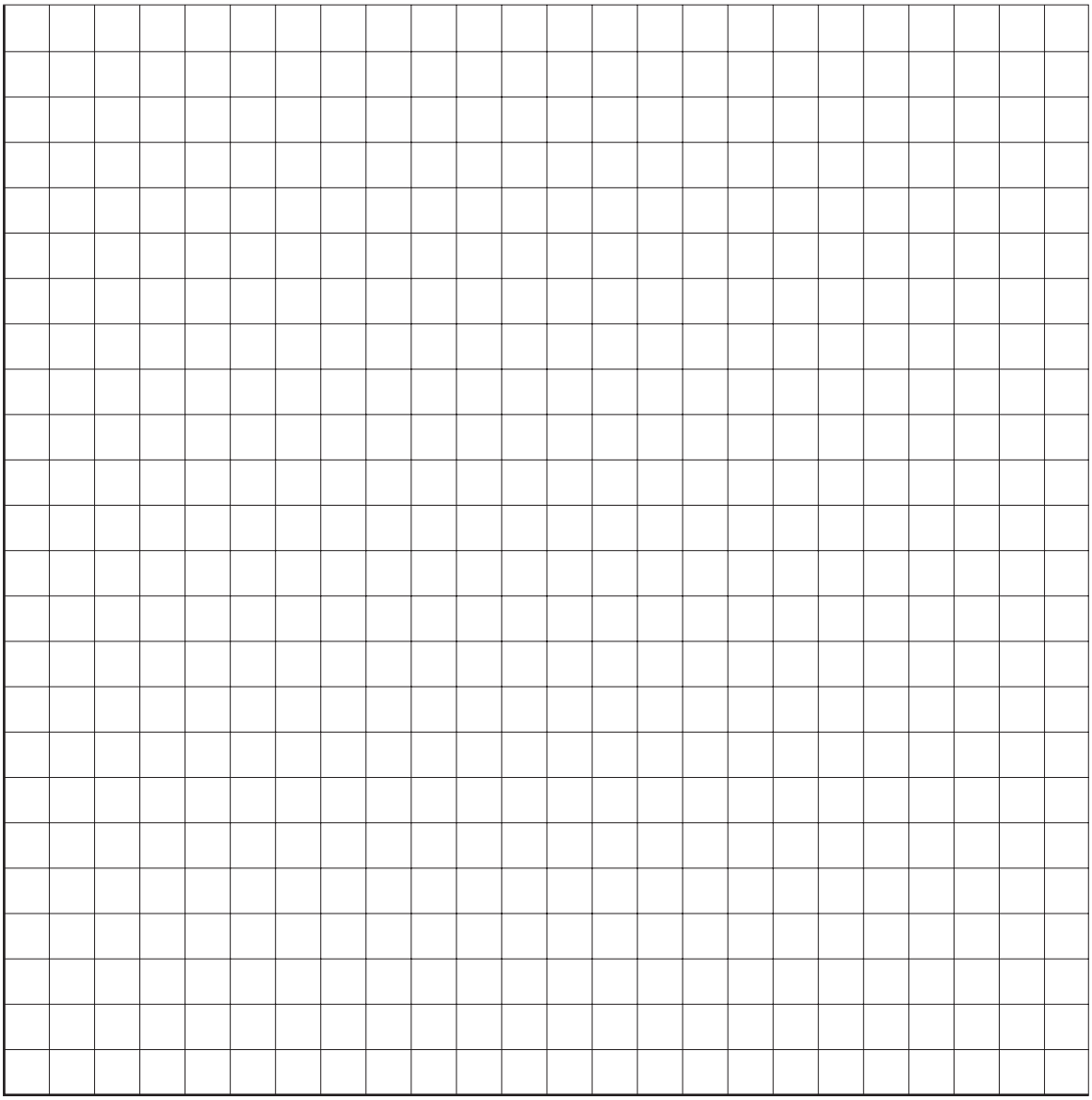
- Une feuille de carton fort
- Modèles de triangles, de carrés, d'hexagones, de pentagones et d'octogones en carton fort
- Ciseaux

Démarche :

- Dessinez et découpez différents polygones réguliers (triangles, carrés, hexagones, pentagones et octogones), tous inscrits dans un cercle de rayon 5 cm.
- Dérivez les formules du périmètre total et de l'aire totale en suivant les mêmes étapes qu'à l'activité « Construction de la ruche ». Inscrivez vos résultats dans un tableau semblable au tableau 25.
- Utilisez un logiciel graphique pour tracer les graphes représentant chaque situation et recopiez-les sur le graphique à usages multiples de la page suivante.

Figure 24 : Graphique à usages multiples

Titre du graphique : _____



Partie III : Orbites isosynchrones et géosynchrones

Activité 1 : Achille et la tortue

Activité 2 : Les planètes

Activité 3 : Andromède et le télescope à miroir liquide

Activité 4 : Le Big Bang

Activité 5 : Autopsie d'une collision

Introduction

Au cours de cette phase d'évaluation, les élèves ont l'occasion de faire la preuve des connaissances et des aptitudes à utiliser des techniques mathématiques qu'ils ont acquises au cours de ce projet. On leur soumet des situations de la vie réelle pour lesquelles ils doivent élaborer un modèle mathématique et le représenter à l'aide de formules contenant des expressions rationnelles et des puissances. Ils doivent ensuite appliquer ces formules en se servant d'outils technologiques appropriés.

Les buts spécifiques de cette partie sont les suivants :

- mesurer le niveau de compréhension qu'ont les élèves des concepts reliés aux puissances dans un contexte de modélisation mathématique;
- mesurer l'aptitude des élèves à manipuler des expressions algébriques contenant des puissances de bases rationnelles et d'exposants entiers en appliquant les propriétés des exposants;
- mesurer l'aptitude des élèves à utiliser des outils technologiques (calculatrices et logiciels) pour manipuler des expressions contenant des nombres très grands ou très petits.

Comme enseignant, vous devrez juger de l'étendue de vos interventions au cours des activités. L'emploi de l'organigramme de modélisation mathématique sera utile pour guider les élèves dans la réalisation de leur projet.

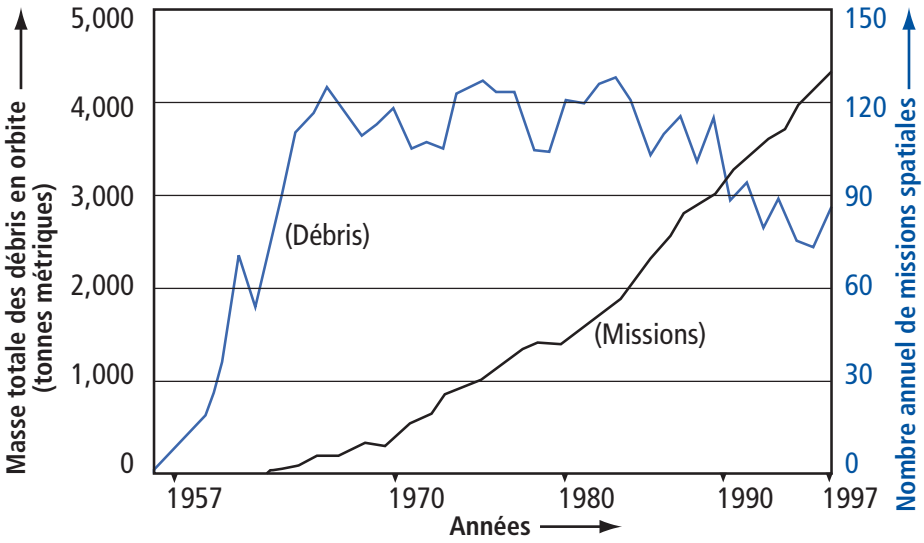
À ce stade du projet, les élèves ont acquis suffisamment de connaissances et de techniques mathématiques pour choisir et réaliser un des cinq projets d'évaluation proposés ci-après.

On demandera aux élèves de se servir d'Internet pour trouver les données et les informations nécessaires à leur projet d'évaluation. Leur rapport final devrait comporter des présentations générées par des outils technologiques. La classe pourrait aussi décider de présenter un rapport final commun sous la forme d'un article dans le journal de l'école.

En guise de mise en train, procurez aux élèves les trois graphiques suivants ainsi que les tableaux des caractéristiques des planètes des pages 91 à 94. Posez-leur des questions comme celles-ci pour réviser leur compréhension des exposants, de la notation scientifique et des propriétés des exposants :

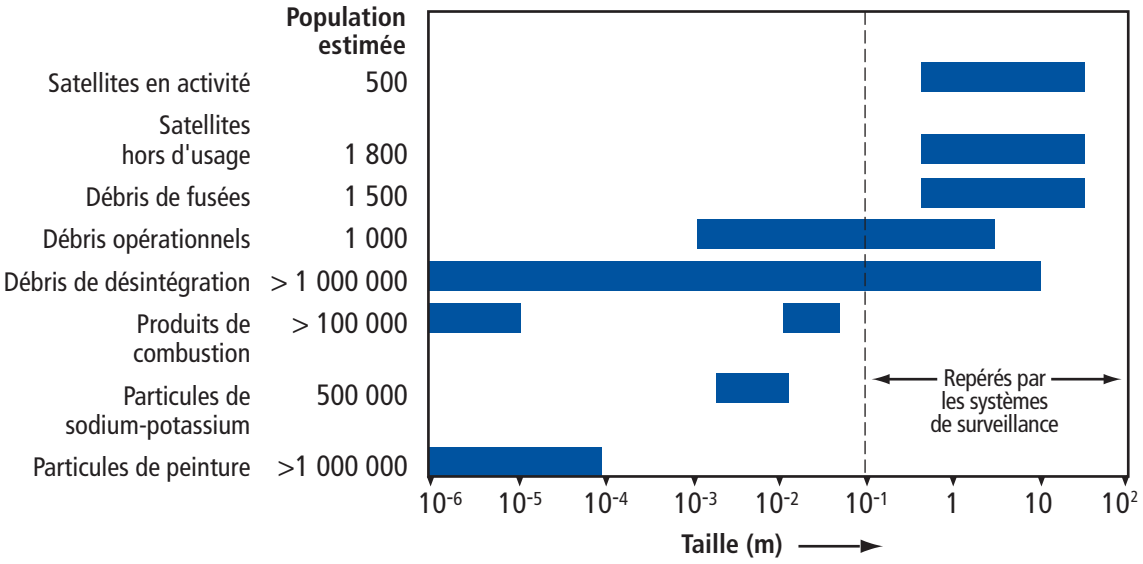
- Quel est le rapport entre l'aphélie de Pluton et celui de la Terre?
- Quel est le volume de Vénus?
- Quelle est la masse totale de la Terre et de la Lune?
- Quelle est la différence entre la période de révolution de la Terre et celle de Neptune?
- Exprimez la vitesse de rotation de la Terre à l'équateur en kilomètres par an.
- La rotation d'Uranus est en sens inverse de celle du système Terre/Soleil. Expliquez.
- Estimez le temps nécessaire pour que l'on puisse revoir un point fixe d'Uranus à partir d'un point fixe de la Terre.
- Estimez les rapport entre la gravité de chaque planète à l'équateur et la gravité de la Terre à l'équateur.
- Expliquez ce que signifie la vitesse de libération. Calculez le rapport entre la vitesse de libération d'Icare et celle de la Terre.
- Discutez et analysez les graphiques des figures 25 et 26.
- Définissez le rapport du flux solaire.
- À l'aide de la figure 27, estimez la masse des satellites et des débris en orbite à des altitudes de 20 000 km et de 40 000 km.

Figure 25 : Masse totale des débris



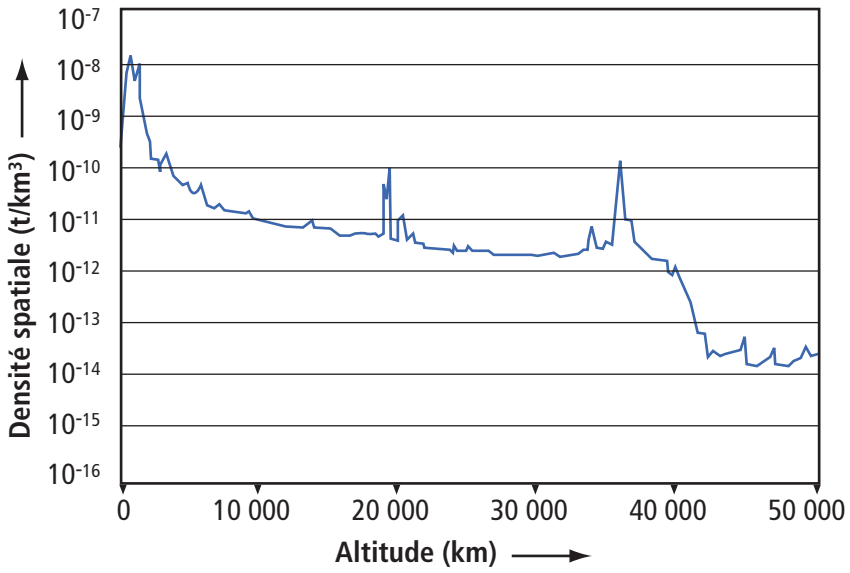
Adapté de Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998.

Figure 26 : Population des satellites terrestres



Adapté de Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998.

Figure 27 : Densité spatiale



Adapté de Nicholas L. Johnson, « La pollution spatiale », *Pour la Science*, N° 252 - octobre 1998.

Activité 1 : Achille et la tortue (1 heure)

But :

Les élèves réalisent les expériences de Zénon dans des contextes variés à partir du concept de nombre rationnel et de ses limites. En réalisant ces expériences, les élèves redécouvrent un paradoxe établi par les Grecs de l'Antiquité et comprennent les limites de l'ensemble des nombres rationnels.

Produit final :

Le produit final de ce projet est un rapport écrit sur l'évolution de la notion de limite et d'infini.

Note : Au cours des activités d'évaluation 1 à 5, incitez les élèves à se servir de la démarche de modélisation en l'adaptant au besoin. Les étapes sont :

A. Situation
B. Variables
C. Hypothèses
D. Modèle mathématique
E. Résolution du modèle
F. Vérification du modèle
G. Simplification du modèle
H. Raffinement du modèle
I. Application du modèle

Activité 2 : Les planètes (2 heures)

But :

Les élèves élaborent des formules algébriques et les appliquent en vue de modéliser le mouvement des planètes et des satellites (troisième loi de Képler).

Produit final :

Le produit final de ce projet est un modèle mathématique représentant le mouvement des planètes et des satellites.

Activité 3 : Andromède et le télescope à miroir liquide (2 heures)

But :

À partir des données qu'on peut obtenir de l'Observatoire astronomique de Sydney et de l'Observatoire de détection électromagnétique de l'Université Western Ontario, les élèves effectuent des mesures et des calculs sur les galaxies.

Les élèves proposent diverses façons d'observer l'univers et de calculer des distances intersidérales (en années-lumière).

Produit final :

Le produit final de ce projet est un rapport sur les différentes techniques d'observation de l'univers.

Activité 4 : Le Big Bang (2 heures)

But :

Les élèves évaluent leur connaissance des expressions contenant des puissances et leur aptitude à les manipuler en explorant certains aspects de l'expansion de l'univers, de la théorie de la relativité ou de la mécanique quantique.

Produit final :

Le produit final de ce projet est un rapport sur les diverses théories relatives à la naissance et à l'expansion de l'univers.

Activité 5 : Autopsie d'une collision (nombre de périodes variable)

But :

Au cours de cette activité, les élèves évaluent la probabilité d'une collision entre deux objets dans des contextes de plus en plus complexes. Ils doivent néanmoins rattacher la probabilité de collision à la densité d'objets en orbite à la même altitude.

Produit final :

- un rapport faisant état des différents facteurs impliqués dans la prédiction d'une collision entre objets en orbite et proposant des solutions possibles et réalistes à ce problème;
- une présentation sous le titre « La pollution spatiale »; ou
- une présentation devant la classe, la rédaction d'un article scientifique dans le journal de l'école ou une présentation audiovisuelle.

MATHÉMATIQUES 9

Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète

Vue d'ensemble du projet 145

Sommaire du projet 147

Partie I : Le diabète 148

Activité 1 : Recherche sur le diabète 148

Partie II : Instruments de surveillance du diabète 161

Activité 1 : Le carburant 161

Activité 2 : Le traitement du diabète 169

Activité 3 : Modélisation de deux processus compétitifs 186

Partie III : Résolution d'un problème de régime 201

Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

Partie I : Le diabète
Activité 1 : Recherche sur le diabète ..... 1 à 2 périodes
Partie II : Instruments de surveillance du diabète
Activité 1 : Le carburant ..... 1 à 2 périodes
Activité 2 : Le traitement du diabète ..... 2 périodes
Activité 3 : Modélisation de deux processus compétitifs ..... 1 à 2 périodes
Partie III : Résolution d'un problème de régime ..... 1 période

Stratégies d'enseignement :

- Enseignement magistral
- Étude de cas
- Travail en équipe
- Sondages et enquêtes

Applications concrètes :

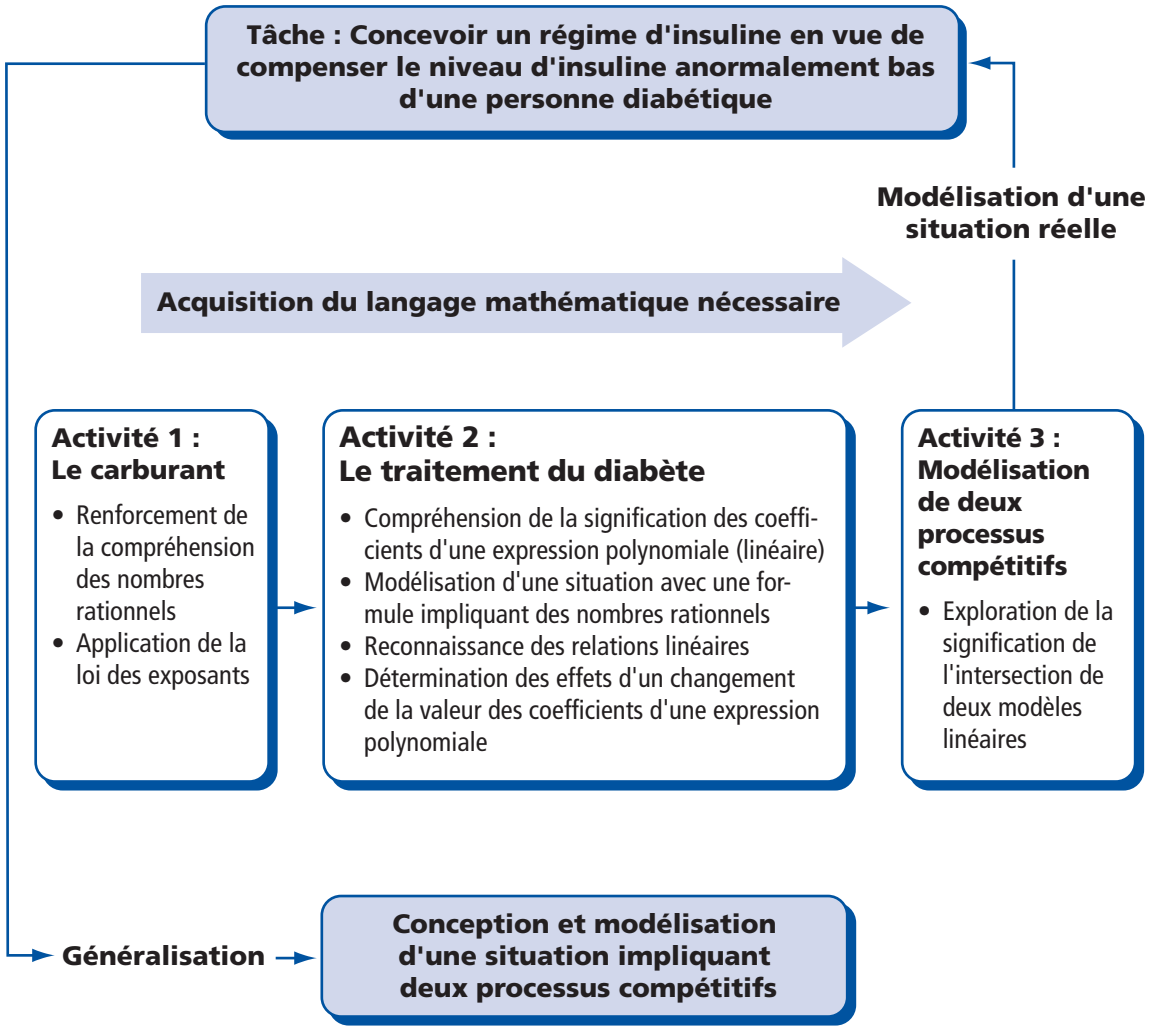
Voici quelques applications concrètes des connaissances et des techniques acquises dans cette unité :

- représenter des données médicales sous forme graphique et les interpréter;
- prendre des décisions éclairées au sujet du mode de vie fondées sur l'interprétation de données médicales;
- déterminer le prix optimal d'un billet de concert offert par un revendeur.

Schéma du projet :

Le schéma conceptuel (figure 1) de la page suivante vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques et scientifiques présentés dans cette unité. Vous pourrez en outre planifier le projet avec vos élèves à l'aide de ce schéma.

Figure 1 : Projet B : Détermination de la relation entre l'insuline et le diabète



Sommaire du projet

Au cours de ce projet, les élèves renforceront leur aptitude à reconnaître des régularités et à effectuer des calculs impliquant des nombres rationnels et des puissances tout en prenant conscience des causes et des conséquences du diabète.

Les élèves reconnaissent des régularités et les représentent sous forme graphique et algébrique. Ils utilisent ces représentations pour effectuer des prédictions et tirer des conclusions.

Les élèves analysent deux processus compétitifs (INPUT et OUTPUT) à l'aide de modèles linéaires afin d'acquérir une compréhension géométrique et physique des coefficients de relations polynomiales (linéaires).

L'évaluation de la compréhension des concepts et de l'aptitude à utiliser des techniques mathématiques se fera dans les domaines d'apprentissage suivants :

- Statistiques (analyse de données) : établir une corrélation entre deux variables (Activité I.1 : Recherche sur le diabète)
- Concepts et opérations numériques : appliquer les propriétés des nombres rationnels et des puissances dans un contexte réel et signifiant (Activité II.1 : Le carburant)
- Régularités et relations (régularités, variables et équations) : modéliser une situation réelle à l'aide de polynômes et résoudre des équations du premier degré (Activité II.2 : Le traitement du diabète; activité II.3 : Modélisation de deux processus compétitifs).

Ce projet se divise en trois parties :

Partie I : Le diabète. Les élèves se familiarisent avec le sujet. On leur demande de recueillir des informations supplémentaires sur le diabète et d'analyser la corrélation entre deux variables.

Partie II : Instruments de surveillance du diabète. Cette partie comprend trois activités :
Activité 1 : Le carburant. Les élèves reconnaissent les variables importantes à prendre en compte dans le traitement du diabète. Ils font le lien entre les causes, le diagnostic et le traitement de la maladie.
Activité 2 : Le traitement du diabète. Les élèves reconnaissent les régularités correspondant à l'évolution de la valeur des variables (glucose et insuline) au cours d'une période de 24 heures. On leur demande de concevoir des régimes.
Activité 3 : Modélisation de deux processus compétitifs. Les élèves explorent les propriétés biochimiques de l'insuline et le rôle qu'elle joue dans le métabolisme des sucres en régularisant le niveau de glucose sanguin. On leur demande de créer des situations plausibles où ces deux processus sont en compétition et de les résoudre.

Partie III : Résolution d'un problème de régime. Cette partie constitue la phase évaluative du projet. Les concepts et les techniques mathématiques et scientifiques sont évalués dans le cadre d'un rapport préparé par les élèves (individuellement ou en groupe). Ces rapports comprennent la description d'un plan de doses d'insuline à partir des lectures de la glycémie, la résolution de problèmes reliés à des changements de régime alimentaire, ainsi que les conséquences sociales et économiques du diabète.

Partie I : Le diabète

Activité 1 : Recherche sur le diabète

But :

Au cours de cette activité, les élèves se familiarisent avec la nature du diabète, le vocabulaire scientifique utilisé et les effets physiologiques de la maladie. Ils recueillent les données pertinentes et ils les représentent; ils analysent ensuite les données et les représentent par une relation impliquant deux variables.

Cette activité pourrait avantageusement se poursuivre dans le cadre du cours de sciences ou en collaboration avec l'enseignant de sciences.

Note : Avant de commencer le projet, il serait utile de vérifier auprès de l'administration de l'école s'il existe des directives relatives à l'utilisation de fluides d'origine humaine. Certaines activités exigent des résultats d'analyse réelles. Il serait bon également de vérifier les procédures à suivre auprès des autorités responsables ou d'une association de diabétiques.

Matériel et équipement :

- Feuillets et brochures d'information fournis par des associations de diabétiques (par exemple, l'Association québécoise du diabète)
- Accès à Internet
- Microscope et lame de cellules pancréatiques
- Feuille d'activités : Recherche sur le diabète
- Personnes ressources : infirmières, médecins, personnes diabétiques

Démarche :

Le diabète est provoqué par une mauvaise utilisation de l'énergie produite par le métabolisme des aliments. Lorsque les aliments sont digérés, une partie est transformée en sucres dans le tube digestif; le glucose est l'un de ces sucres. C'est le principal carburant de l'organisme. Le glucose est soit acheminé par le sang vers les cellules qui l'utilisent comme source d'énergie, soit placé en réserve dans le foie pour être utilisé plus tard, lorsque le besoin s'en fera sentir.

L'insuline est une substance chimique produite et emmagasinée par des cellules spéciales d'un organe appelé le pancréas (voir la figure 2 : La fabrique d'insuline). L'insuline est indispensable à l'acheminement des sucres par le sang vers les cellules du foie après la digestion, et dans toutes les cellules de l'organisme lorsque le niveau d'activité l'exige (voir la figure 3 : Sections microscopiques du pancréas, et la figure 4 : Absorption du glucose dans une cellule de l'îlot).

Le diabète apparaît lorsque l'organisme est incapable :
- de produire de l'insuline;
- de produire de l'insuline en quantité suffisante;
- d'utiliser adéquatement l'insuline qu'il produit.

La figure 5 illustre l'effet produit sur une cellule dans chacune de ces situations. Lorsque le diabète se manifeste, le glucose reste dans le sang, le foie est incapable de l'emmagasiner, et il est excrété par les voies urinaires. Les cellules de l'organisme ne peuvent donc pas recevoir le glucose nécessaire à la production d'énergie. Au lieu de cela, les cellules de l'organisme « brûlent » les graisses emmagasinées pour produire l'énergie qui leur est nécessaire. Lorsque le système digestif métabolise ainsi les graisses, il y a formation de sous-produits toxiques appelés cétones, que l'organisme tente d'éliminer par les voies urinaires. L'accumulation de cétones dans le sang peut être dangereuse; on appelle ce problème l'acidocétose ou la cétogenèse.

- Demandez à un élève diabétique, à une infirmière, à un médecin ou à une diététicienne de venir présenter à la classe la façon de faire une lecture de la glycémie (sur document vidéo ou par une démonstration réelle).
- Présentez aux élèves des lames de cellules pancréatiques montrant les îlots de Langerhans. Demandez aux élèves de dessiner ces cellules et d'estimer les dimensions du pancréas et des îlots de Langerhans en remplissant la feuille d'activités « Recherche sur le diabète ». Les élèves pourront ensuite rédiger un rapport tout en répondant aux questions de la feuille d'activités.
- Répartissez les élèves en petits groupes et demandez-leur de choisir deux variables (l'incidence du diabète en fonction de…). Les élèves représenteront les données sous forme graphique. Demandez-leur de déterminer s'il existe une relation de cause à effet entre les deux variables et d'en préciser la nature (corrélation faible, forte, inverse, ou aucune corrélation).

Figure 2 : La fabrique d'insuline

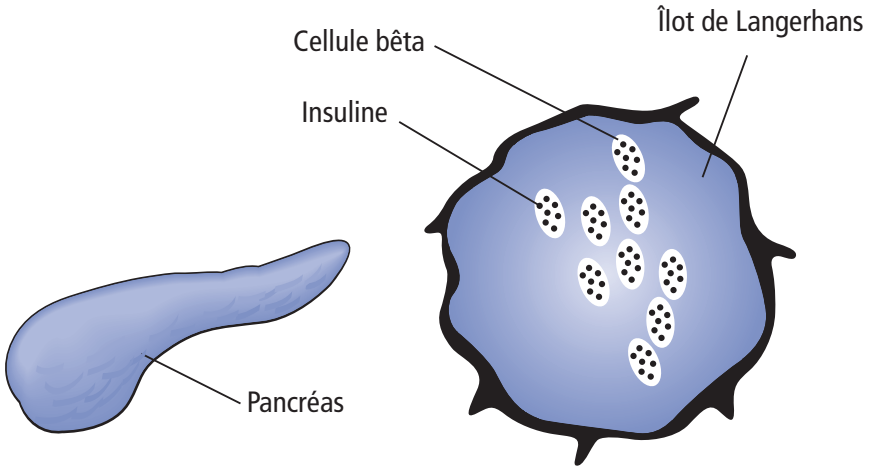
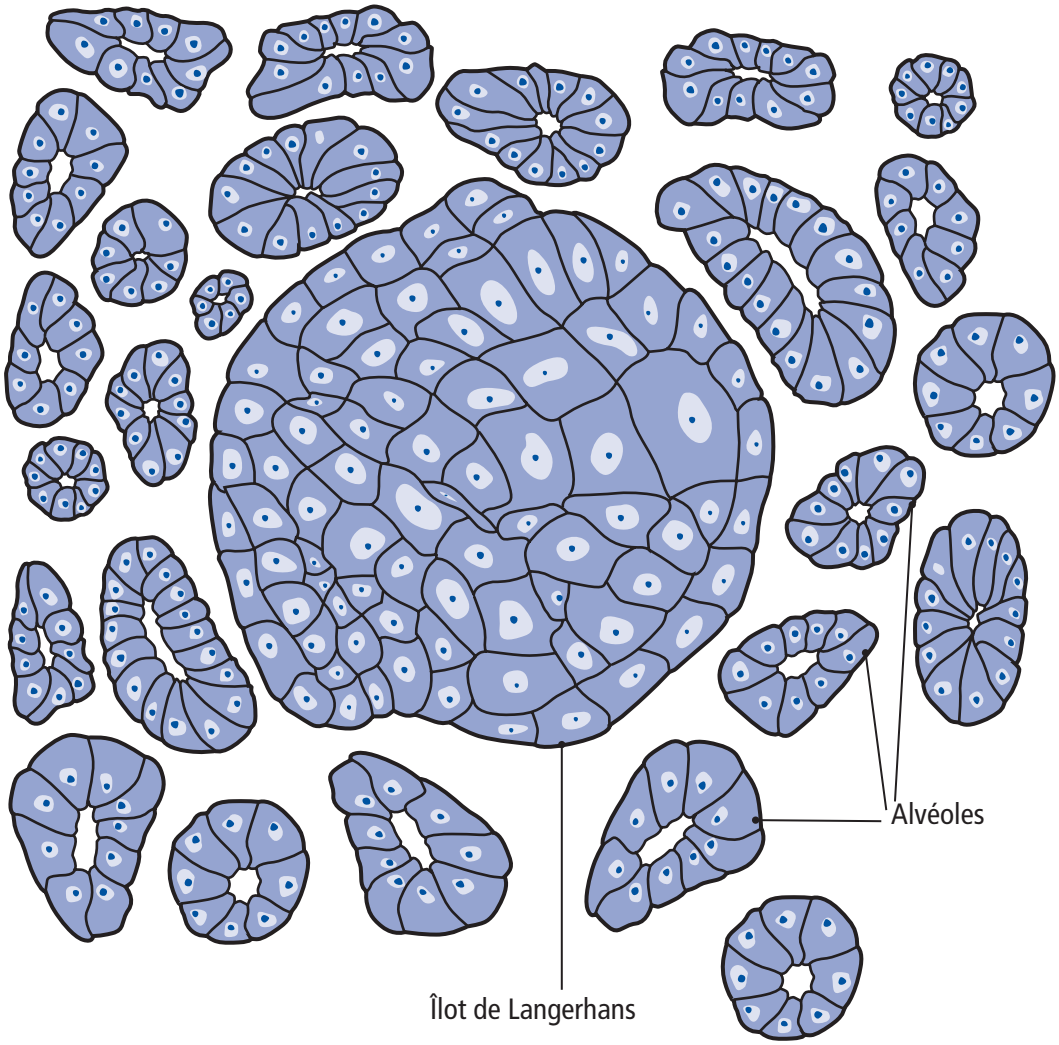
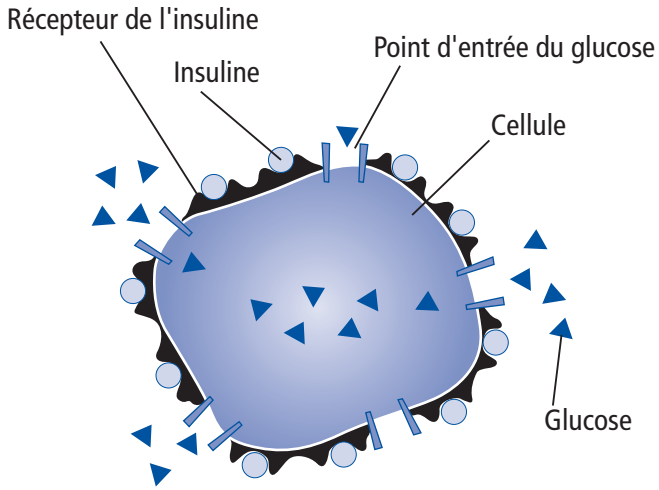


Figure 3 : Sections microscopiques du pancréas



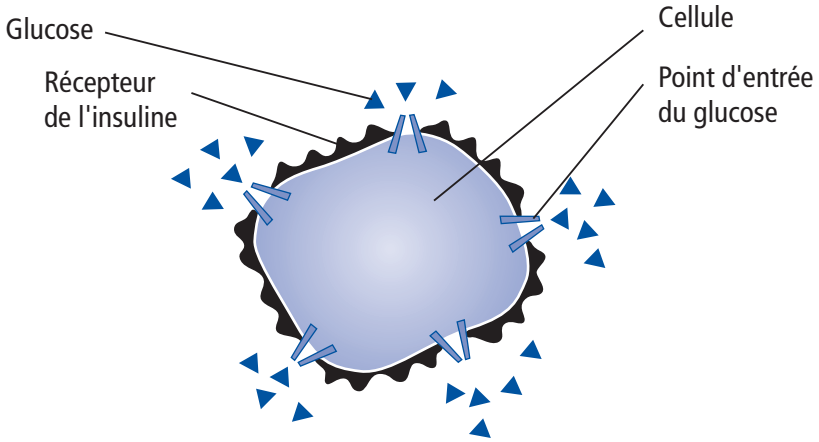
Note : la paroi de cette mince section délimite l'îlot.

Figure 4 : Absorption du glucose dans une cellule de l'îlot



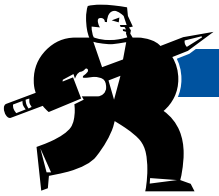
Note : ce dessin illustre la façon dont l'insuline favorise l'entrée de glucose dans une cellule de l'îlot.

Figure 5 : Ce qui se passe en l'absence d'insuline ou si l'insuline n'est pas fonctionnelle



Le glucose ne peut entrer lorsque :

- les récepteurs ne peuvent pas recevoir l'insuline;
- l'insuline est absente;
- les récepteurs sont endommagés.



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1. Recherche : Qu'est-ce que le diabète?

- Qu'est-ce que le diabète?

- Quelles sont les causes du diabète?

- Quelles sont les caractéristiques des personnes diabétiques (par exemple : l'âge, le sexe, les conditions socioéconomiques, la situation géographique)? Existe-t-il des groupes de personnes pour lesquels l'incidence est plus élevée que la moyenne? Si oui, pourquoi?

- Combien de Canadiens sont diabétiques?

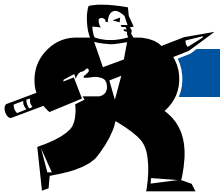
- Quel est le pourcentage de Canadiens diabétiques?

- Combien de personnes au Canada ont le diabète de type I? de type II? Remplissez le tableau 1 et le graphique de la figure 6.

Tableau 1

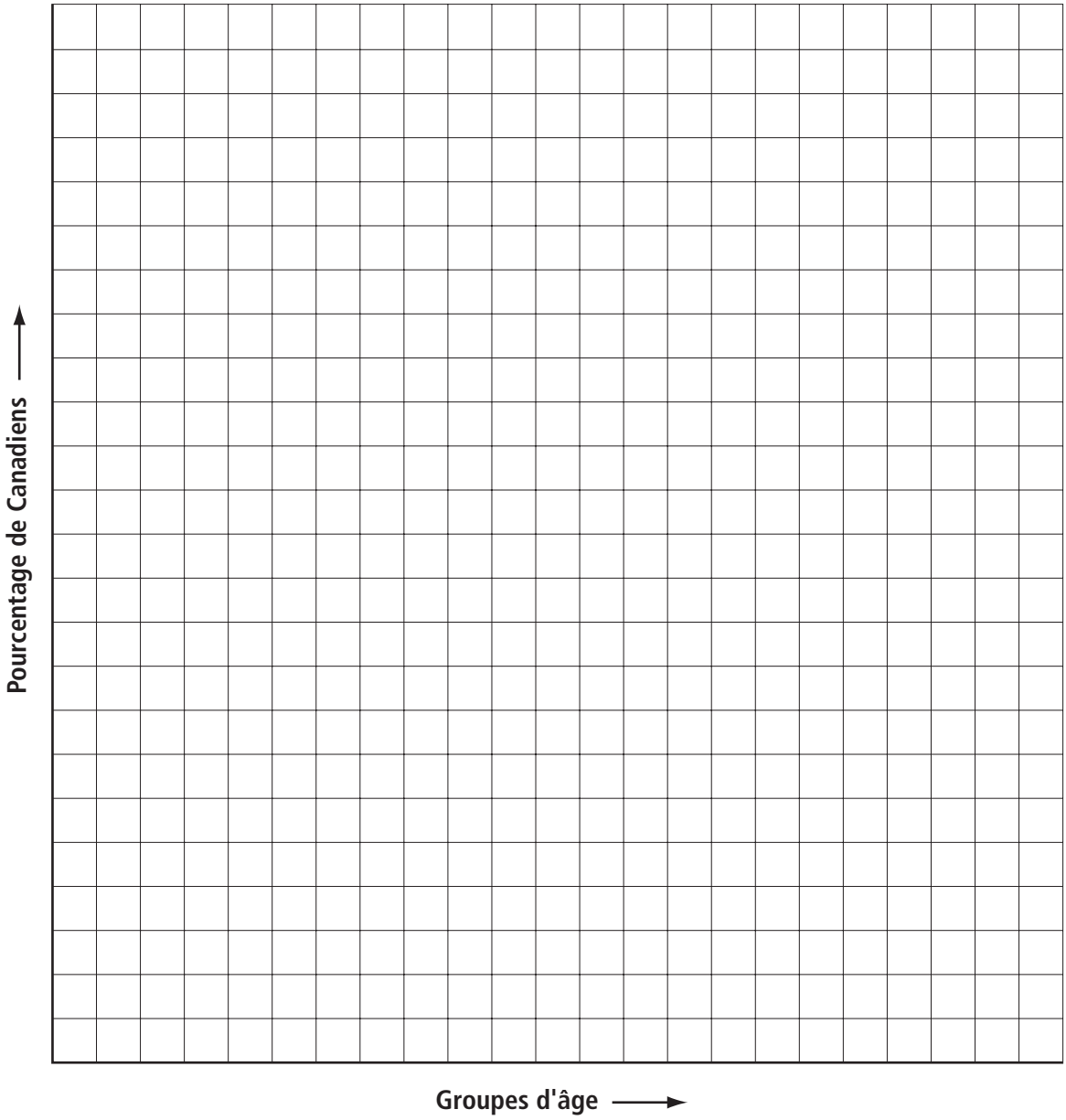
Comparaison de l'incidence des diabètes de type I et II selon le groupe d'âge

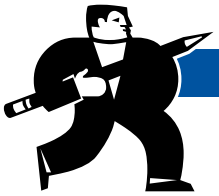
Groupe d'âge	Diabète de type I	Diabète de type II



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

Figure 6 : Diabètes de type I et II selon le groupe d'âge





Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

- Quels sont les symptômes du diabète?

- Quelles sont les conséquences du diabète pour la personne diabétique?

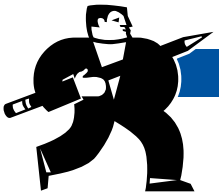
- Quels sont les coûts du diabète pour la personne diabétique? la province? le pays?

- Quels sont les coûts associés au traitement du diabète? Comment ces coûts se comparent-ils avec ceux d'il y a 50 ans?

- Existe-t-il un traitement curatif du diabète? Quels sont les plus récents développements de la recherche médicale sur le diabète?

- Comment les personnes diabétiques vivent-elles avec cette maladie?

- Pourquoi l'Association canadienne du diabète a-t-elle choisi le numéro sans frais 1-800-BANTING?



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

Décrivez les termes suivants, qui ont un rapport avec le diabète.

- Pancréas
  Description :

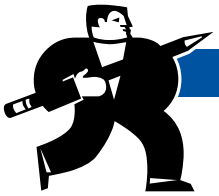
  Dimensions :
  Schéma :

- Îlot de Langerhans
  Description :

  Dimensions :
  Schéma :

- Cellule bêta :
  Description :

  Dimensions :
  Schéma :



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

- Expliquez en quoi Banting et Best ont contribué à la recherche sur le diabète.

- Insuline
  Définition :

  Formule chimique :

- Glucose
  Définition :

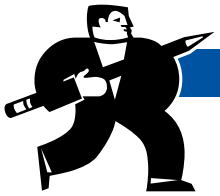
  Formule chimique :

- Sucres
  Définition :

  Formule chimique générale :

- Cétones
  Définition :

  Formule chimique générale :



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

- Hydrates de carbone
  Définition :

  Formule chimique générale :

- Diabète de type I
  Définition :

- Diabète de type II
  Définition :

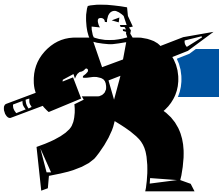
2. Quelles sont les complications du diabète?

- Hypoglycémie (niveau de sucre trop bas)
  Causes :

  Signes d'hypoglycémie légère :

  Façons de traiter l'hypoglycémie :

  Façons d'éviter l'hypoglycémie :



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

- Hyperglycémie (niveau de sucre trop élevé)
  Causes :

  Signes d'hyperglycémie :

  Façons de traiter l'hyperglycémie :

  Façons d'éviter l'hyperglycémie :

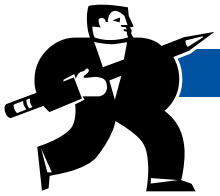
- Acidocétose (cétogenèse)
  Causes :

  Signes d'acidocétose légère :

  Façons de traiter l'acidocétose :

  Façons d'éviter l'acidocétose :

  Complications possibles à long terme :



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

3. Statistiques

- Nommez et décrivez deux variables reliées au diabète.

- Décrivez le type de relation que vous pouvez prévoir entre ces deux variables dans le cadre d'un ensemble particulier de facteurs. Expliquez.

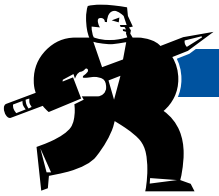
- Représentez cette relation sous forme graphique.

- Remplissez le tableau 2 en inscrivant les valeurs des deux variables et en mentionnant correctement les unités s'il y a lieu.

Tableau 2

Valeurs des deux variables

Variable 1	Variable 2



Feuille d'activités : Recherche sur le diabète

- Tracez un diagramme de dispersion qui représente les données des deux variables. Analysez la relation entre les deux variables. Vos prédictions étaient-elles exactes?

Partie II : Instruments de surveillance du diabète

Activité 1 : Le carburant

But :

Au cours de cette activité, les élèves explorent les différentes variables de la conception d'un régime alimentaire et la façon dont elles sont reliées.

Sur le plan mathématique, les élèves effectuent des opérations sur les nombres rationnels et les puissances. Ils conçoivent des modèles linéaires simples visant à représenter deux processus simultanés. Il s'agit d'explorer la signification géométrique des coefficients dans un modèle polynomial (linéaire) afin de comprendre une situation réelle.

Matériel et équipement :

(par équipe de deux élèves)

- Brochures obtenues de l'Association canadienne du diabète (www.diabetes.ca, site en anglais) ou de l'Association Diabète Québec (www.diabete.qc.ca)
- Feuille d'activités : Le carburant
- Calculatrice graphique ou logiciel graphique
- Liste de personnes-ressources (infirmières, médecins, diététiciens, élève ou autre personne diabétique)
- Plusieurs exemplaires de feuilles de route pour personnes diabétiques
- Affiche du *Guide alimentaire canadien* ou équivalent

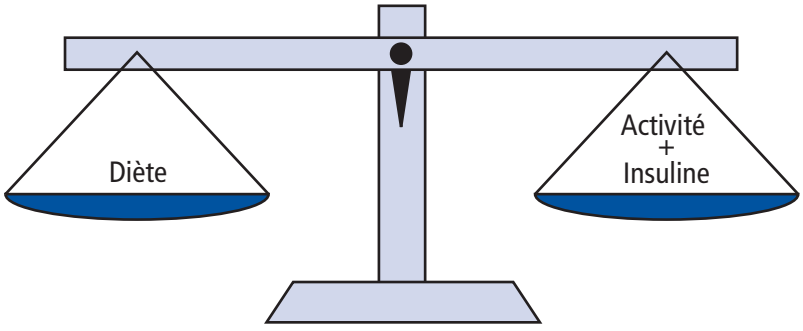
Démarche :

Les élèves découvrent comment on régularise la glycémie (niveau de glucose dans le sang) en déterminant les trois facteurs qui jouent un rôle dans la « combustion du carburant » :

1. le régime alimentaire;
2. l'activité physique;
3. l'insuline.

L'action de ces trois facteurs est représentée schématiquement à la figure 7 : Équilibre entre les facteurs.

Figure 7 : Équilibre entre les facteurs



Ces trois facteurs contribuent à faire fluctuer la glycémie et à la maintenir stable chez une personne en santé. Dans le cas du diabète de type I, l'équilibre doit être maintenu de façon artificielle en injectant notamment de l'insuline et en contrôlant régulièrement le régime alimentaire et l'activité physique.

D'un point de vue mathématique, le problème est modélisé par une relation entre trois variables. Pour construire un tel modèle, il faut comprendre l'incidence de chacun de ces facteurs.

- Distribuez aux élèves des exemplaires de la « Ligne de temps de 24 heures » (figure 12, page 168) afin de leur montrer comment la glycémie évolue chez une personne saine dans des conditions normales et avec une quantité normale d'insuline. Cette ligne de temps ne donne qu'une idée qualitative de l'évolution de la glycémie, car les élèves peuvent seulement déterminer si la glycémie est trop basse ou trop élevée.
- Demandez aux élèves d'inclure des facteurs extérieurs supplémentaires (un repas, de l'exercice, une période de repos, une situation stressante) et de prévoir en quoi ces facteurs vont influer sur la glycémie.

  À titre d'exemple, examinez la figure 8 ci-dessous où des repas sont placés sur une ligne de temps à intervalles réguliers. Examinez ensuite la figure 9, qui représente qualitativement la concentration de glucose dans le sang (en mmol/L) en fonction des repas chez une personne saine. Demandez aux élèves d'analyser la régularité qui semble se présenter.

Figure 8 : Périodes des repas au cours d'une journée normale

Dites aux élèves que la glycémie ou niveau de glucose dans le sang s'exprime en mmol/L (millimoles par litre ou 0,001 mole par litre). Cette unité est utilisée par les médecins et les intervenants de la santé pour mesurer la quantité d'une substance dans le sang.

Expliquez aux élèves que les chimistes utilisent une unité appelée « mole » pour exprimer la masse de substances chimiques. La même quantité de molécules de chaque composé chimique possède une masse différente, car les atomes qui la composent n'ont pas la même masse et ne sont pas présents en même quantité. Une mole d'un composé correspond à $6{,}023 \times 10^{23}$ molécules de ce composé. En sachant la masse d'une molécule d'un composé, on peut calculer la masse d'une mole du composé. Par exemple, 180 g de glucose représente une mole de glucose (soit $6{,}023 \times 10^{23}$ molécules de glucose) alors que 2 g d'hydrogène représentent une mole d'hydrogène (soit $6{,}023 \times 10^{23}$ molécules de gaz hydrogène).

- Pour s'exercer, les élèves pourraient calculer la masse d'une mole de billes si chaque bille pèse 10 g ou d'une mole de grains de riz si chacun pèse 1 g. Ou encore, on pourrait demander aux élèves d'estimer le nombre de moles de grains de sable représentés par 100 g de sable en sachant qu'un grain de sable pèse en moyenne 0,1 g. La concentration d'une substance dans un liquide comme le sang est exprimée en moles/L, soit le nombre de moles de la substance contenue dans un litre de sang. Par exemple, 1 mole de glucose par

litre correspond à 180 g de glucose par litre de sang et 1 mmol/L (millimole par litre) correspond à 180/1000 = 0,18 g de glucose par litre de sang.

À jeun, une personne normale a une glycémie de 4 à 6 mmol/L. Un apport alimentaire augmente le niveau de glucose (en général, 1 ou 2 heures après le repas, la concentration peut augmenter jusqu'à 8 mmol/L). L'activité physique diminue le niveau de glucose (car celui-ci est « brûlé » au cours de l'activité). Lorsque le niveau de glucose augmente, l'organisme injecte une quantité d'insuline (provenant du pancréas) dans le sang pour permettre au surplus de glucose d'être assimilé par le foie et rétablir le niveau normal dans le sang. La figure 10 illustre la façon dont l'organisme injecte l'insuline dans le sang en réponse au surplus observé. Le taux d'insuline s'exprime en U/h (unités d'insuline à l'heure).

Figure 9 : Glycémie normale (en mmol/L) sur une période de 24 h

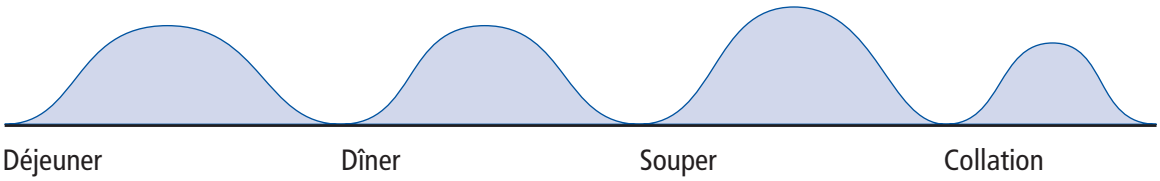
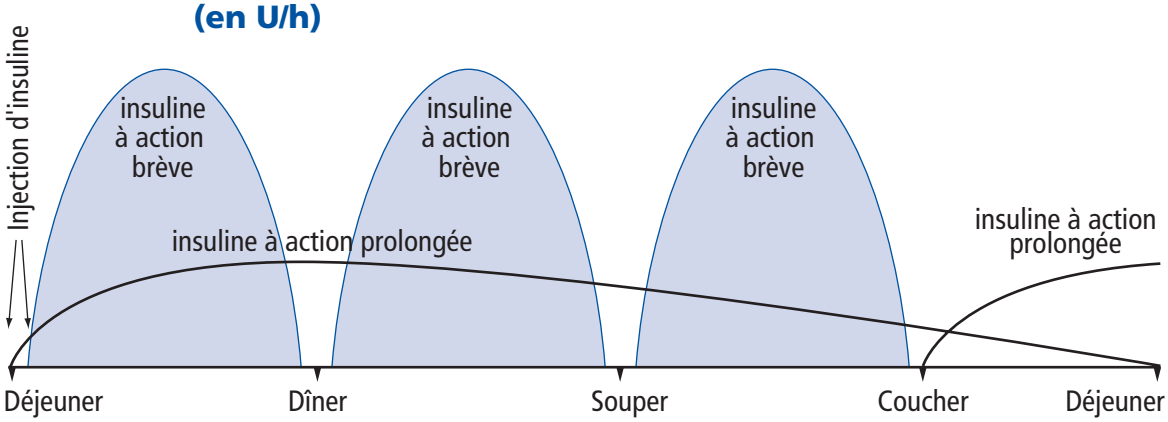


Figure 10 : Réponse normale de l'insuline au changement de glycémie (en U/h)



- Demandez aux élèves de calculer la quantité de glucose (en grammes) qui est normalement présente dans un litre de sang, puis dans 10 litres de sang (soit le volume sanguin d'un adulte moyen).

  Solution : 180 g = masse d'une mole de glucose;
  0,18 g = masse de 1 mmol de glucose;
  0,18 × 4 à 6 mmol = de 0,72 g à 1,08 g de glucose par litre de sang;
  de 0,72 g à 1,08 g multiplié par 10 = de 7,2 à 10,8 g de glucose dans 10 litres de sang.

Lorsqu'une mole (180 g) de glucose est « brûlée » dans les cellules de l'organisme, cette réaction produit de l'énergie disponible pour l'organisme. La quantité d'énergie produite par 1 mole de glucose est de 2820 kilojoules (kJ). Cette énergie sert à former

de nouvelles liaisons chimiques qui pourront se rompre au besoin pour redistribuer la même quantité d'énergie. Ces cellules sont en quelque sorte des réservoirs d'énergie.

- Posez le problème suivant aux élèves : Si la lecture de glycémie est de 8 mmol/L deux heures après un repas et qu'elle tombe ensuite à 3 mmol/L après 3 heures, combien de calories ont été brûlées ou emmagasinées dans le foie?

  Demandez aux élèves de représenter graphiquement la situation sur une ligne de temps, en portant la glycémie sur l'axe vertical.

On sait, à partir des résultats du problème précédent, que 1 mmol de glucose a une masse de 0,18 g. Donc 0,18 g/mmol × 8 mmol/L = 1,44 g/L.

Dans 10 L, on aura 1,44 g/L × 10 L = 14,4 g de glucose présent dans le système après 1 h.

Après 3 heures, il reste la moitié du glucose dans le sang, soit 7,2 g. Dès lors, 7,2 g de glucose ont été emmagasinés dans le foie. Quelle quantité d'énergie disponible cela représente-t-il?

Note : conversion des unités d'énergie

1 joule (J) = 0,23901 calorie (cal)
1 kJ = 239,01 calories
1 calorie = (1/0,23901) J = 4,184 J

Comme nous l'avons vu plus haut, 180 g de glucose produisent une énergie de 2820 kJ ou (2820 × 239,01) cal = 674 008,2 cal ou 674 kilocalories (kcal). Donc la combustion de 7,2 g de glucose produit une énergie de 674 kcal × 7,2 g/180 g = 27 kcal.

- Discutez de ces résultats avec les élèves en fonction de la quantité d'énergie consommée quotidiennement par une personne adulte (1500 kcal pour une personne au repos dans une pièce à la température normale; 3 000 kcal pour une personne effectuant un travail physique moyen).

- Posez les questions suivantes aux élèves :
  - Pourquoi les résultats sont-ils si bas?
  - Est-ce que les résultats sont réalistes?

Vous pouvez donner aux élèves des indices pour les aiguiller vers la réponse :
- Le processus est continu.
- Le glucose est la principale source d'énergie, mais pas la seule : les autres glucides, les graisses et les protéines produisent aussi de l'énergie au cours de leur métabolisme.
- La décomposition du glucose est la dernière étape du métabolisme des glucides, mais de l'énergie est aussi produite au cours des premières étapes.

Les valeurs calculées sont du même ordre de grandeur que la quantité d'énergie consommée par une ampoule électrique de 100 watts au cours d'une période de 24 heures.

Les équivalents énergétiques des aliments sont présentés dans le tableau 3 ci-contre.

Note : dans le langage courant, le terme « une calorie » est en réalité « une kilocalorie ». On écrit parfois 1 000 cal = 1 Cal et on dit parfois « grande calorie » pour kcal.

Tableau 3

Valeur énergétique de quelques aliments

Aliment	Protéines (g)	Graisses (%)	Glucides (%)	Valeur énergétique (kcal/g)
Pommes	0,4	0,5	13	0,64
Bière	1,0	0	4,0	4,8
Pain blanc enrichi	9,0	3,0	32,0	2,8
Fromage (cheddar)	28,0	37,0	4,0	4,7
Oeufs	13,0	10,0	0,7	1,6
Fudge	2,0	11,0	81,0	4,1
Haricots verts	1,0	0	5,3	2,2
Hamburger	22,0	30,0	0	3,6
Lait	3,3	4,0	5,0	0,74
Arachides	26,0	39,0	22,0	5,6
Valeur énergétique moyenne (kcal/g)	**4,1**	**9,3**	**3,8**	

L'énergie produite par les glucides est approximativement de 4 kcal par gramme de glucide (voir le tableau 3 ci-dessus) tandis que l'énergie produite par la dégradation des graisses est d'environ 10 kcal par gramme (en fait, 9,3 selon le tableau 3).

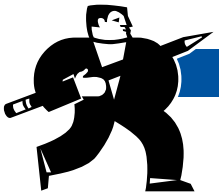
Pour maintenir un poids normal, un adulte normalement actif et en santé consomme environ 130 kJ d'énergie d'origine alimentaire par kilogramme de poids par jour.

- Demandez aux élèves de préparer un modèle de diète quotidienne équilibrée en se reportant au tableau 3 ainsi qu'au *Guide alimentaire canadien* (voir la feuille d'activités « Modélisation du niveau de glucose dans le sang » en fin d'unité). Cette diète devrait respecter le nombre de calories nécessaires au maintien du poids. Les élèves doivent bien sûr convertir les kilojoules en kilocalories.

  Indiquez aux élèves que, bien que l'exercice physique consomme de l'énergie et qu'il soit bénéfique pour améliorer la fermeté des tissus musculaires, il n'est pas une façon très efficace de « perdre du poids ». Par exemple, une marche rapide d'une heure en terrain plat ne nécessite qu'environ 700 kJ d'énergie, ce qui correspond tout juste à l'énergie emmagasinée dans un hamburger de 110 grammes.

- Demandez aux élèves de compléter le graphique de la figure 11 des feuilles d'activités à partir des données qu'ils auront recueillies au cours de leur recherche. Indiquez aux élèves que seuls les glucides sont pris en compte dans la production de glucose. La partie inférieure du graphique se rapporte à l'apport d'insuline (temps et taux d'injection naturelle ou artificielle). Il faut mentionner aux élèves qu'on mesure l'insuline en U/h, c'est-à-dire en « unités d'insuline par heure ». En règle générale, une personne a besoin de 0,3 unité d'insuline par kg de poids par jour. Par exemple, une personne de 50 kg a besoin d'un total de 15 unités d'insuline par jour.

Note : Si les élèves sont incapables de trouver des données sur le glucose sanguin, l'enseignant peut les leur procurer. Les élèves devraient cependant être incités à effectuer leurs propres recherches à partir de sources fiables.

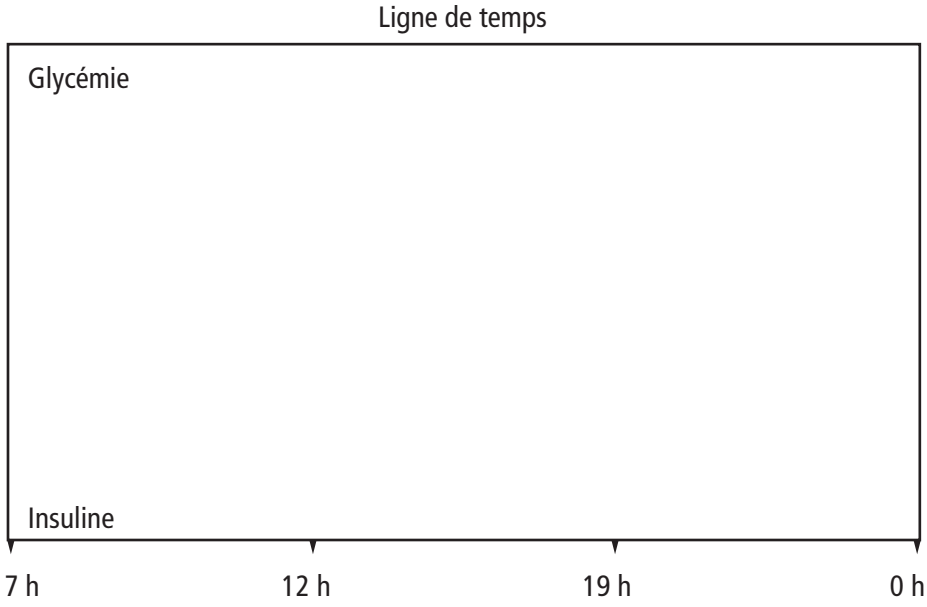


Feuille d'activités : Le carburant

Nom de l'élève : _____ Date : _____

La figure 11 ci-dessous représente le graphique du niveau de glucose dans le sang (glycémie) en fonction du temps au cours d'une période de 24 heures. À l'aide d'un crayon, esquissez le graphe représentant la variation de la glycémie en tenant compte de l'apport nutritif et de l'activité physique. En bas du graphique, représentez par un graphe la variation du taux d'insuline nécessaire au métabolisme du sucre. Les échelles ne doivent pas être nécessairement quantitatives mais suffisamment précises pour que l'allure générale des graphes soit plausible.

Figure 11 : Glycémie en fonction du temps

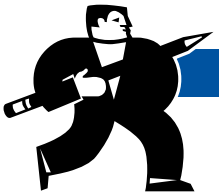


Répondez aux questions suivantes :

- Combien de grammes de glucose y a-t-il dans le système sanguin (10 litres de sang) lorsque la lecture glycémique indique 5,5 mmol/L?

  1 mole de glucose = _____ g
  1 mmol de glucose = _____ g
  Dans un litre de sang, il y a 5,5 mmol ou _____ g de glucose.
  Dans 10 litres, il y a _____ mmol ou _____ g de glucose.

- En utilisant les données du tableau 4, à la page suivante, calculez le nombre de grammes de glucose brûlés et transformés en énergie entre chacune des lectures. Supposez que le volume de sang est de 10 litres.



Feuille d'activités : Le carburant

Tableau 4

Quantité de glucose brûlé

Cas nº	Lecture 1	Lecture 2	Nombre de grammes de glucose brûlé
1	8,4 mmol/L	4,8 mmol/L	
2		4,8 mmol/L	6,0 g
3	10,4 mmol/L		8,4 g

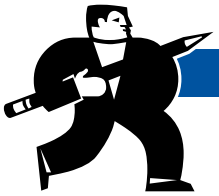
- Pour chacun des cas ci-dessus, estimez la quantité d'énergie produite, exprimez cette quantité en kJ et en kcal et inscrivez vos réponses dans le tableau 5 ci-dessous.

Tableau 5

Quantité d'énergie produite

Cas nº	Nombre de grammes de glucose brûlé	Énergie (kJ)	Énergie (kcal)
1			
2			
3			

- En vous aidant du *Guide alimentaire canadien* ou d'un guide équivalent, préparez une diète équilibrée. Utilisez les données ci-dessus pour préparer une ligne de temps de 24 heures où vous n'indiquerez que la contribution énergétique des différentes sources d'hydrates de carbone exprimées en mmol/L de glucose. Vous utiliserez ce graphique plus tard pour préparer un régime d'insuline pour diabétiques.
- Estimez d'abord la masse de glucose produit par 10 g d'hydrates de carbone et convertissez-la en mmol/L. Complétez ensuite le tableau 6 de la page suivante et représentez le bilan sur le graphique de la figure 12.



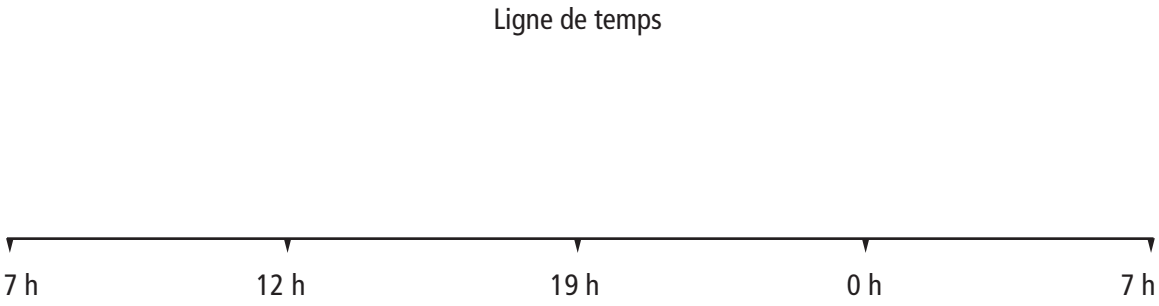
Feuille d'activités : Le carburant

Tableau 6

Quantité de glucose sanguin produit

Aliments	7 h	12 h	19 h	0 h	7 h
Féculents					
Fruits					
Lait					
Sucres					
Total (mmol/L)					

Figure 12 : Ligne de temps de 24 h



Activité 2 : Le traitement du diabète

But :

Au cours de cette activité, les élèves étudient des modèles linéaires représentant deux processus simultanés en vue de comprendre la signification des coefficients d'une fonction polynomiale (linéaire) servant à modéliser une situation réelle.

Les élèves résolvent des problèmes relatifs au déficit d'insuline en appliquant leurs connaissances relatives aux régularités et aux relations. Ils proposent des régimes d'insuline et résolvent des problèmes d'ajustement des doses d'insuline à la suite d'une glycémie trop faible ou trop élevée, d'une maladie, d'un changement d'activité physique ou de toute autre circonstance.

Matériel et équipement :

- Brochures obtenues de l'Association canadienne du diabète (www.diabetes.ca, site en anglais) ou de l'Association Diabète Québec (www.diabete.qc.ca)
- Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie
- Feuille d'activités : Régime quotidien
- Calculatrice graphique ou logiciel graphique
- Liste de personnes-ressources (infirmières, médecins, diététiciens, élève ou autre personne diabétique)
- Plusieurs exemplaires de feuilles de route pour diabétique
- Affiche du *Guide alimentaire canadien* ou équivalent

Démarche :

Demandez aux élèves pourquoi les personnes diabétiques doivent vérifier leur glycémie régulièrement (avant les repas et au coucher, de 1 à 4 fois par jour).

Les personnes diabétiques utilisent un « journal » pour noter leur glycémie, leurs doses d'insuline et tout commentaire qui pourrait s'avérer utile (par exemple, l'heure des repas, les collations, la grippe).

Distribuez aux élèves des extraits d'un tel journal (en préservant l'anonymat du sujet). Si des extraits réels ne sont pas disponibles, vous pouvez vous procurer des exemples en vous adressant à une association de diabétiques ou à un service hospitalier spécialisé (le personnel qui œuvre dans ce domaine est généralement très ouvert à ce type de collaboration). Les élèves représenteront graphiquement sur une ligne de temps les informations recueillies (voir les feuilles d'activités). Outre les doses d'insuline et les lectures de la glycémie, ils indiqueront sur la ligne de temps l'heure des repas, les collations, les activités physiques.

Modélisation de la glycémie

- Distribuez aux élèves des exemplaires de la feuille d'activités « Modélisation de la glycémie » et demandez-leur de les remplir à partir des données qu'ils auront recueillies (en 9^{e} année, l'enseignant devrait indiquer aux élèves que, bien que dans la réalité les courbes ne soient pas des droites, ils peuvent les modifier en traçant des

approximations linéaires, c'est-à-dire en reliant les points par des droites plutôt que par des courbes). La tâche des élèves consiste à représenter chacune des droites par une relation algébrique.

À titre d'exemple :
Dans le modèle de la page 174, la glycémie est de 5 mmol/L à 7 h. La variable dépendante « glycémie » est représentée par la lettre g et la variable indépendante est le temps, t.

$$g = 5 \text{ (à } t = 7)$$

La glycémie passe ensuite de 5 mmol/L à 7,5 mmol/L à 12 h, c'est-à-dire qu'au cours d'une période de $12 - 7 = 5$ heures, le niveau a augmenté de 2,5 mmol/L. Ceci représente un taux horaire d'augmentation de $2{,}5/5 = 0{,}5$. L'équation représentant ce changement est :

$$g = 0{,}5t + 5 \text{ (pour } t > 7 \text{ et } t \leq 12 \text{ ou } 7 > t \leq 12)$$

Ensuite, la glycémie diminue, passant de 7,5 mmol/L à 5,5 mmol/L au cours d'une période de 4 heures; la glycémie a donc diminué de 2 mmol/L. Ceci représente une baisse horaire de $2/4 = 0{,}5$. L'équation représentant ce changement est donc :

$$g = -0{,}5t + 7{,}5 \text{ (pour } t > 12 \text{ et } t \leq 16 \text{ ou } 12 > t \leq 16)$$

Enfin, la glycémie augmente de nouveau, passant de 5,5 mmol/L à 8,5 mmol/L au cours d'une période d'une heure; la glycémie a donc augmenté de 3 mmol/L. Ceci représente une hausse horaire de $3/1 = 3$. L'équation représentant ce changement est donc :

$$g = 3t + 5{,}5 \text{ (pour } t > 16 \text{ et } t \leq 17 \text{ ou } 16 < t \leq 17)$$

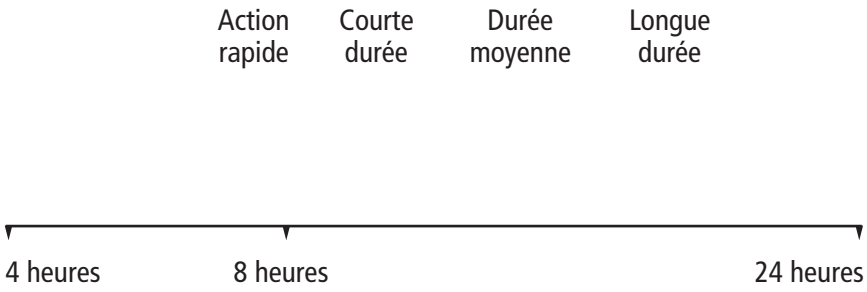
Assurez-vous que les élèves ont bien saisi le sens du coefficient de la variable indépendante t : lorsque le coefficient est négatif, la glycémie diminue; lorsqu'il est positif, la glycémie augmente. De plus, lorsque le coefficient est grand, la glycémie change plus rapidement, lorsqu'il est plus petit, le changement est plus lent. Vérifiez également si les élèves comprennent le sens du terme « variable indépendante »; il s'agit ici de la glycémie au début de la période.

- À l'aide de ces nouveaux outils mathématiques, les élèves devraient analyser des résultats réels, soit les variations dues aux repas, à l'exercice, à une collation.
- Donnez aux élèves des problèmes ou demandez-leur d'en créer eux-mêmes sur les feuilles d'activités. Chaque élève pourrait, par exemple, créer une situation et la faire résoudre par un camarade.

Modélisation des doses d'insuline

- Les élèves établissent une glycémie cible pour une période de 24 heures à partir des résultats précédents. Ils posent l'hypothèse qu'aucune insuline n'est injectée de manière naturelle dans le système. La glycémie doit demeurer dans un intervalle de 4 à 7 mmol/L.

Figure 13 : Durée d'action de l'insuline



Distribuez aux élèves des dépliants explicatifs publiés par les sociétés pharmaceutiques qui fabriquent de l'insuline. L'insuline est disponible en plusieurs types selon la durée de son action (voir la figure 13 : Durée d'action de l'insuline) :

- Insuline à action rapide (Humalog ou Lispro) : commence à agir de 5 à 15 minutes après l'injection, atteint son maximum d'efficacité après 1 heure et poursuit son action pendant une période de 3 à 4 heures.
- Insuline à action de courte durée (régulière ou R ou Toronto ou Lispro) : commence à agir 30 minutes après l'injection, atteint son maximum d'efficacité après 2 à 4 heures et poursuit son action pendant une période de 6 à 8 heures.
- Insuline à action de durée moyenne (N ou NPH ou insuline-L) : commence à agir de 1 à 3 heures après l'injection, atteint son maximum d'efficacité après 6 à 12 heures et poursuit son action pendant une période de 18 à 24 heures.
- Insuline à longue durée (ou insuline-U) : commence à agir de 4 à 6 heures après l'injection et poursuit son action pendant une période de 24 à 28 heures.

• Demandez aux élèves de modéliser algébriquement l'action de chacun des quatre types d'insuline. Les élèves simplifieront le modèle en utilisant des relations linéaires :

- de $t = 0$ au moment où l'insuline agit : fonction constante;
- du moment où l'insuline commence à agir jusqu'au temps où elle atteint son maximum d'efficacité : fonction linéaire croissante;
- du moment où l'action de l'insuline arrête de croître jusqu'au moment où elle n'agit plus : fonction linéaire décroissante.

Par exemple, soit I le taux d'insuline (exprimé en U/h), on peut modéliser l'action de l'insuline à action rapide par les équations ci-dessous :

$I = 0$ (pour $t \geq 0$ et $t \leq 0{,}4$ ou $0 \leq t \leq 0{,}4$)

$I = 40/3\ t$ (pour $t \geq 0{,}4$ et $t \leq 1$ ou $0{,}4 \leq t \leq 1$)

$I = -10/3\ t$ (pour $t \geq 1$ et $t \leq 4$ ou $1 \leq t \leq 4$)

où 40/3 représente le taux d'accroissement du niveau d'insuline
–10/3 représente le taux de diminution du niveau d'insuline

- Fournissez aux élèves quelques régimes d'insuline typiques comme ceux qui sont illustrés aux figures 14 à 16 ci-dessous. Demandez-leur d'analyser les régularités en fonction de la glycémie.

Figure 14 : Régime à une seule injection

Une injection : insuline courte durée et durée moyenne

Déjeuner : la lecture de la glycémie correspond à la fin de l'action de l'insuline « moyenne » de la veille.

Dîner : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline de courte durée.

Souper : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline « moyenne ».

Coucher : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline « moyenne ».

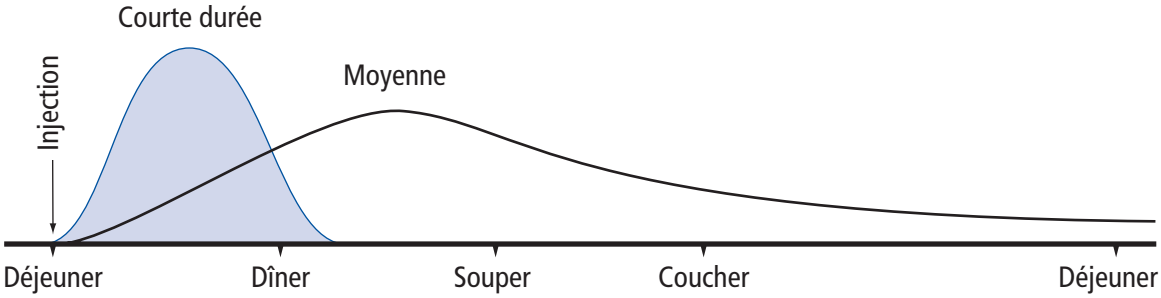


Figure 15 : Régime à deux injections

Deux injections : insuline courte durée et durée moyenne

Déjeuner : la lecture de la glycémie correspond à la fin de l'action de l'insuline « moyenne » de la veille.

Dîner : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline « moyenne » du matin.

Souper : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline « moyenne » du matin.

Coucher : la lecture de la glycémie correspond à l'action de l'insuline courte durée du souper.

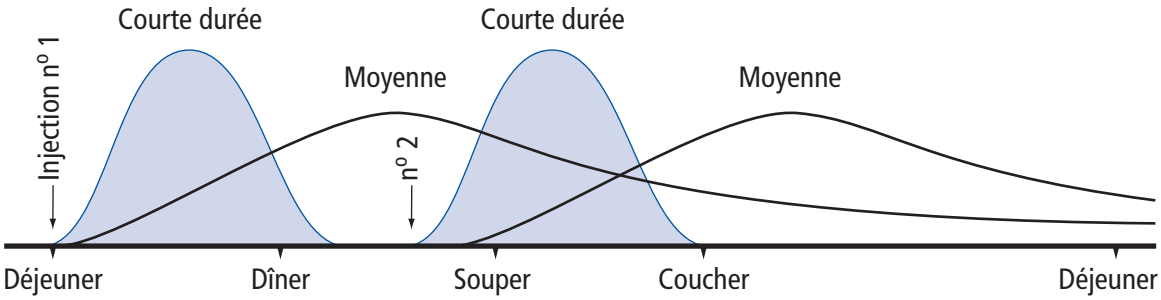
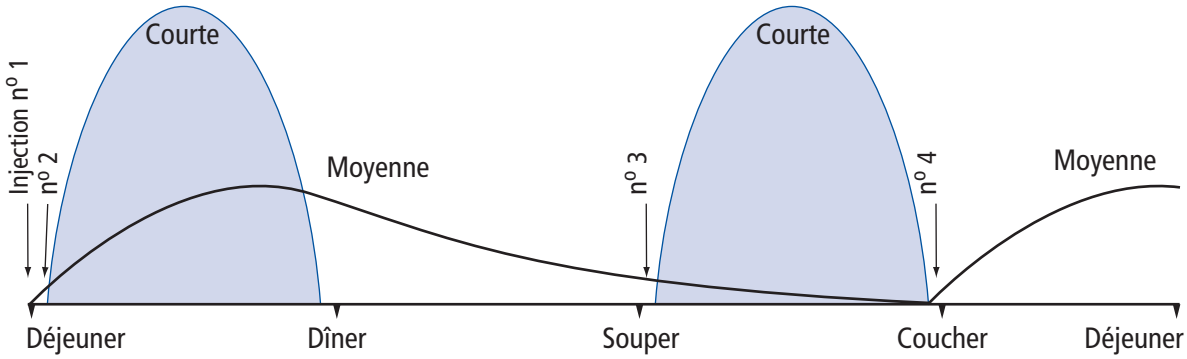
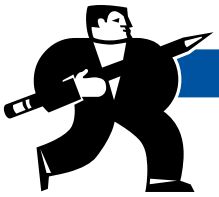


Figure 16 : Régime à quatre injections



- Demandez aux élèves de préparer (sur la feuille d'activités « Régime quotidien ») un régime d'injection d'insuline en se servant des données recueillies lors de l'activité précédente sur la glycémie, en vue de maintenir la glycémie entre 4 et 7 mmol/L toute la journée (période de 24 heures). Donnez aux élèves plusieurs exemplaires de la feuille d'activités « Régime quotidien » . Les élèves devront proposer divers scénarios de régimes d'insuline.



Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

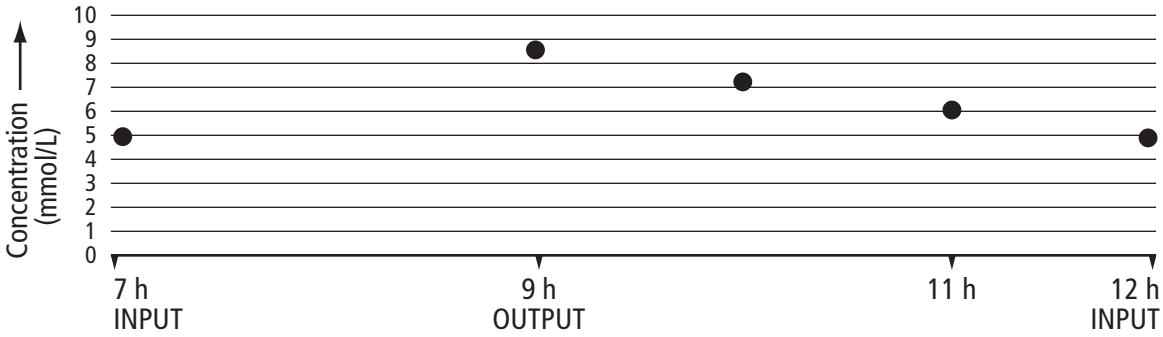
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Déterminez le modèle mathématique qui représente l'évolution de la glycémie en utilisant les huit pages d'activités suivantes. Inspirez-vous de l'exemple suivant pour créer vos propres situations.

Exemple de modélisation de l'évolution de la glycémie :

Données :
À 7 h, la lecture indique 5,0 mmol/L
(INPUT) : Déjeuner à 7 h
La lecture de 9 h indique 8,5 mmol/L
(OUTPUT) À 10 h, la lecture indique 7,25 mmol/L
À 11 h, la lecture donne 6,0 mmol/L
(INPUT) À midi (12 h), la lecture indique 5,0 mmol/L

Les données sont représentées graphiquement ci-dessous.



Équations :
Jusqu'à 7 h : $g = 5$ mmol/L

Entre 7 h et 9 h, le niveau croît de 3,5 mmol/L au cours d'une période de 2 heures, donc avec un taux de 3,5/2 mmol/L par heure :

$$g = 5 + 3{,}5/2\ t = 5 + 1{,}75\ t$$

Entre 9 h et 11 h :

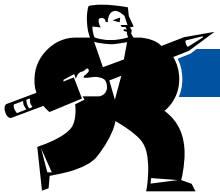
$$g = 8{,}5 - 2{,}5/2\ t = 8{,}5 - 1{,}25\ t$$

Entre 11 h et 12 h,

$$g = 6 - 1\ t = 6 - t$$

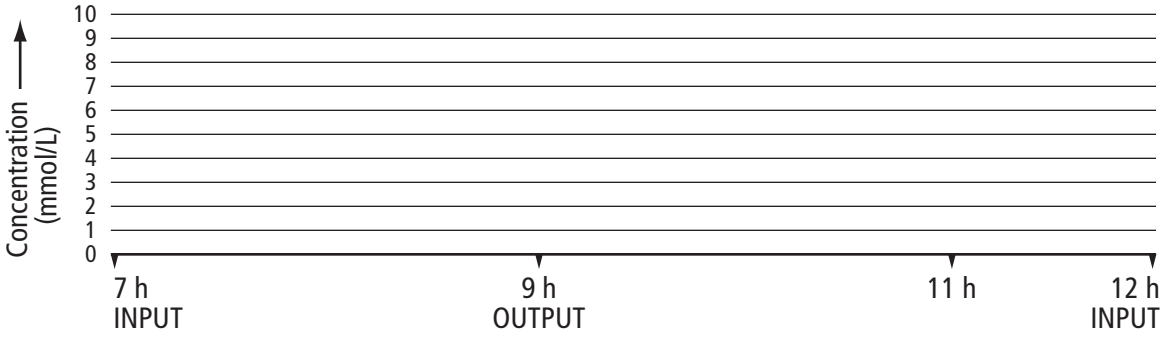
Vérification : servez-vous de la troisième équation pour calculer la glycémie à 10 h :

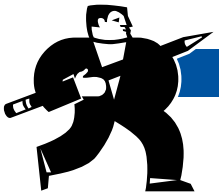
$$g = 8{,}5 - 1{,}25 \times 1 = 8{,}5 - 1{,}25 = 7{,}25 \text{ mmol/L}$$



Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

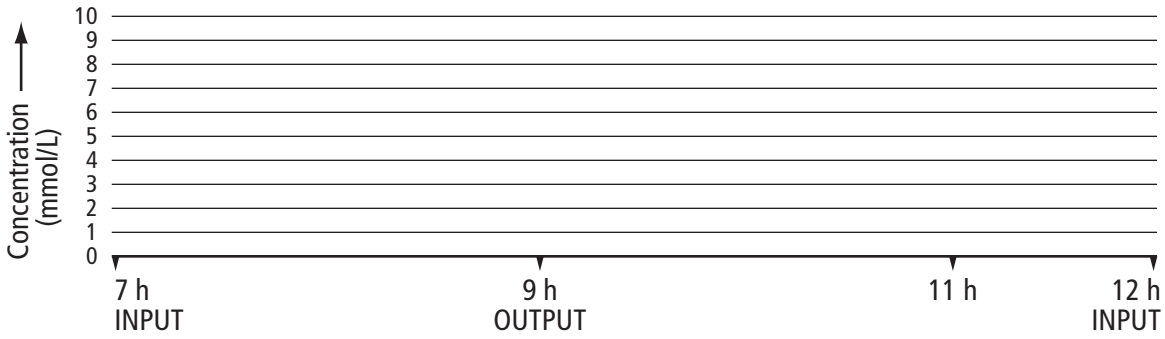
Exemple 1

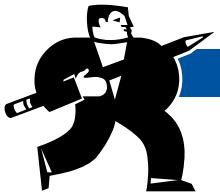




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

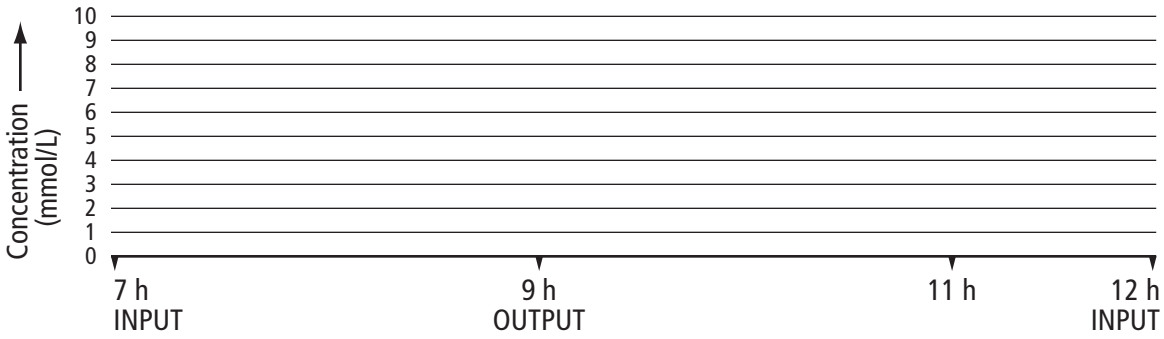
Exemple 2

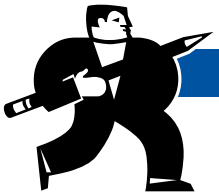




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

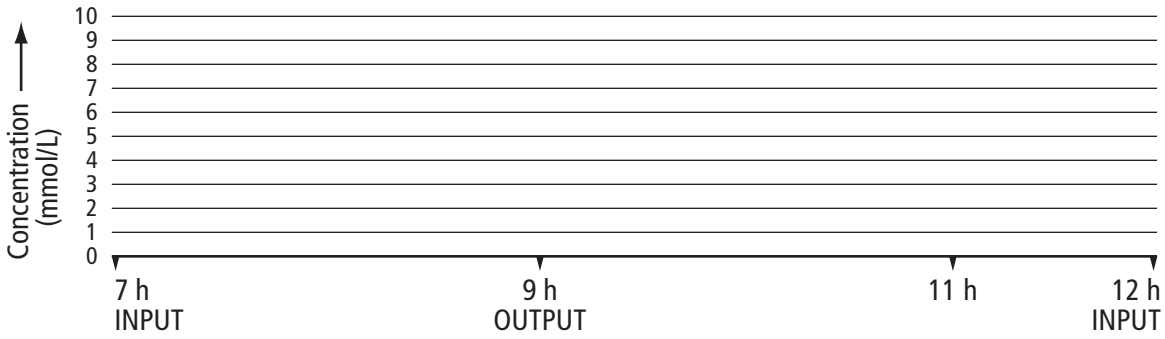
Exemple 3

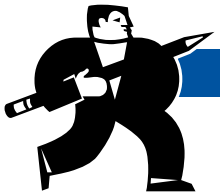




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

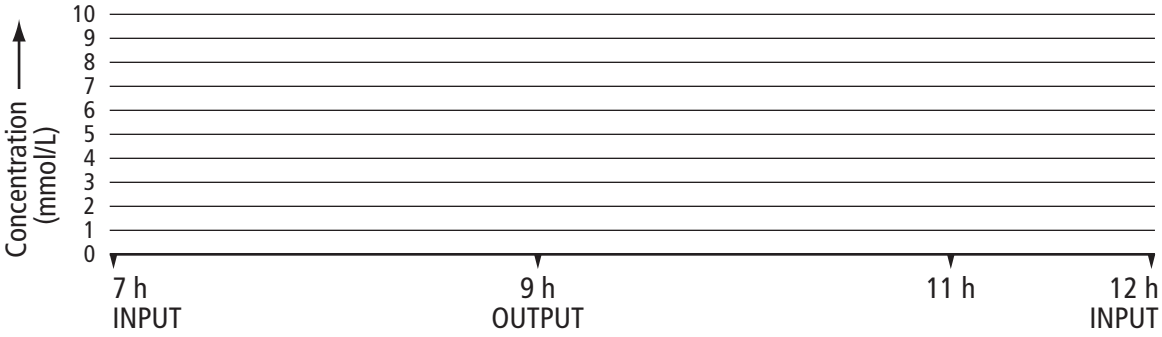
Exemple 4

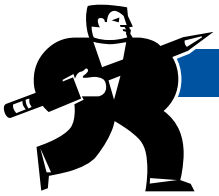




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

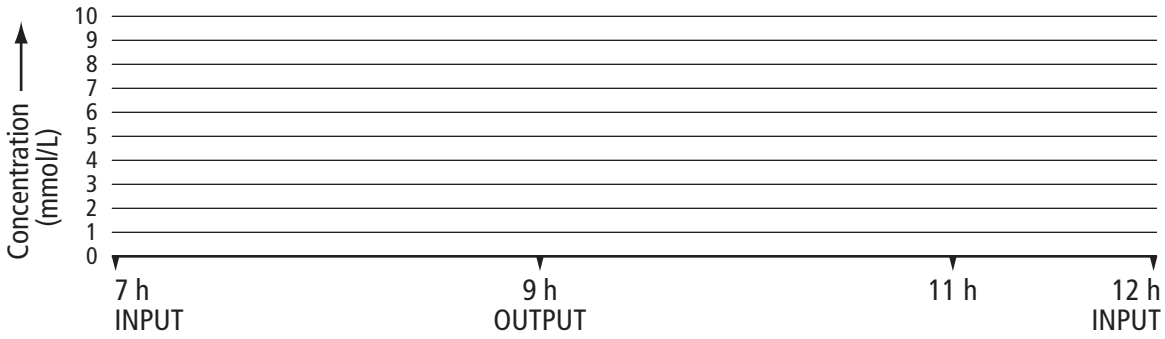
Exemple 5

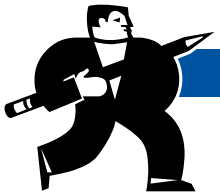




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

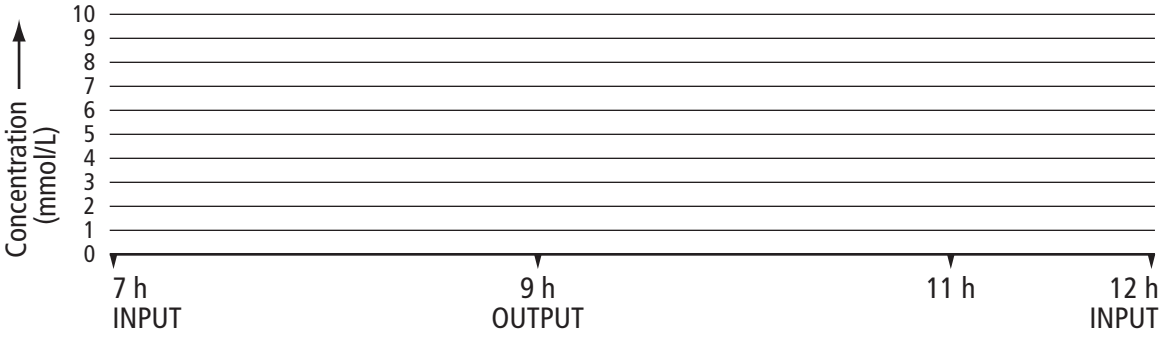
Exemple 6

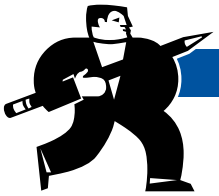




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

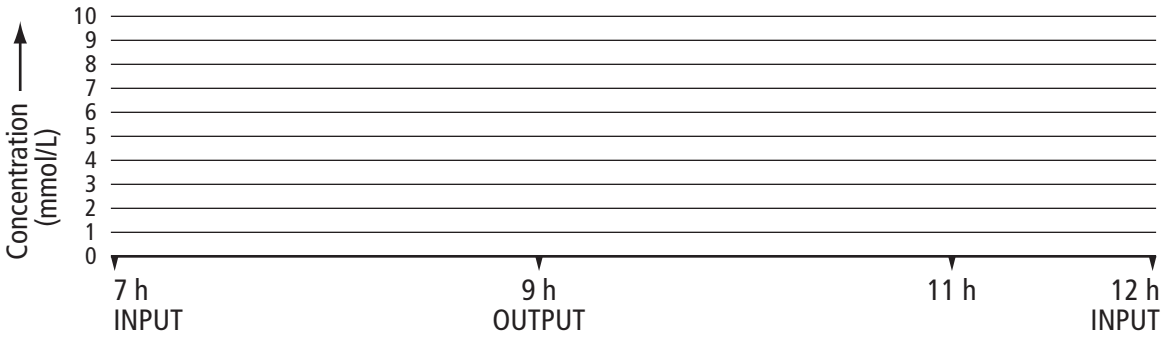
Exemple 7

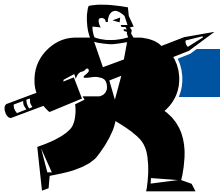




Feuille d'activités : Modélisation de la glycémie

Exemple 8





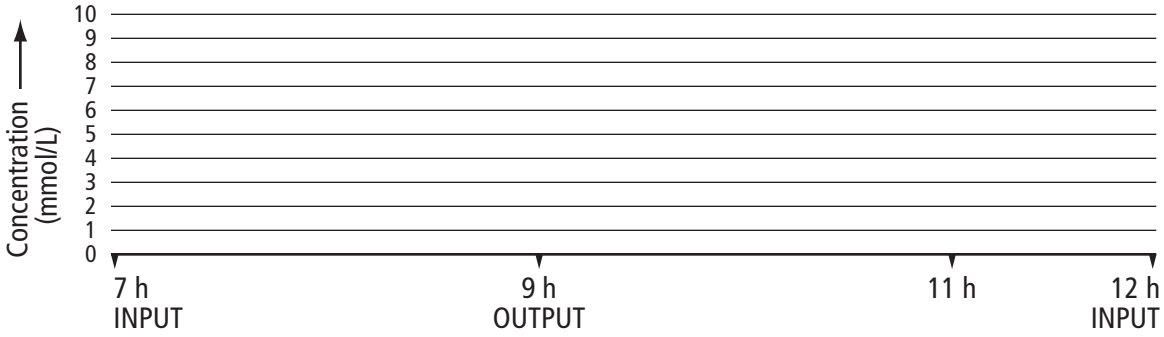
Feuille d'activités : Régime quotidien

Nom de l'élève : _____ Date : _____

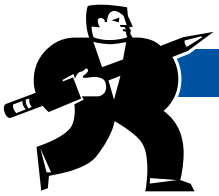
Utilisez le graphique de la feuille d'activités « Le carburant » pour concevoir un régime d'injection en combinant plusieurs types d'insuline. Votre cible est de maintenir la glycémie entre 4 et 7 mmol/L pendant toute la période de 24 heures. Proposez différents scénarios. Soumettez vos régimes à un médecin ou à une infirmière qui œuvre dans le domaine du diabète pour analyse.

Procurez-vous un journal d'injection. Vous en trouverez dans n'importe quelle pharmacie. Comparez-le avec le régime que vous avez conçu.

Régime d'insuline : Régime quotidien



Commentaires :



Feuille d'activités : Régime quotidien

Suivez les indications suivantes pour ajuster le niveau d'insuline.

Si le dosage est :
- inférieur à 8 unités, ajustez par tranches d'une unité;
- entre 8 et 20 unités, ajustez par tranches de deux unités;
- supérieur à 20 unités, ajustez par tranches de moins de 10 %. Par exemple, si le dosage est de 30 unités, ajustez par des doses de 3 unités au maximum à la fois.

L'ajustement d'une glycémie trop faible

- Une lecture de 3,5 mmol/L de la glycémie est considérée trop faible.
- Utilisez le tableau *Quelle est votre glycémie?* On appelle « réaction à l'insuline » une glycémie trop faible. On peut remédier à cet état en prenant 10 g de glucide (deux cuillerées à thé de sucre ou un demi-verre de jus de fruits).
- Une glycémie trop faible peut être la conséquence d'un repas pris en retard, d'une mauvaise combinaison d'aliments ou d'un excès d'activité physique.
- Lorsqu'une réaction à l'insuline apparaît, il faut diminuer le dosage d'insuline.

Ajustez le dosage dans la situation suivante :
- Le matin, Marie prend 5 unités d'insuline courte durée et 15 unités d'insuline à action moyenne. Sa glycémie se maintient entre 4 et 6 mmol/L.
- Un jour, elle subit une réaction à l'insuline inexplicable avant le dîner. Que doit-elle faire?

L'ajustement d'une glycémie trop élevée

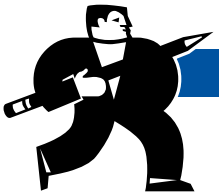
Proposez une solution à chacune des situations suivantes :

Situation nº 1 : Dosage
- 7 unités d'insuline courte durée et 18 unités de « moyenne » le matin
- 4 unités d'insuline courte durée et 8 unités de « moyenne » avant le souper

Les lectures de la glycémie (en mmol/L) sont :

Jour	7 h	12 h	18 h	22 h
Lundi	8,0	4,8	14,8	9,8
Mardi	6,9	6,2	11,3	9,4
Mercredi	7,1	7,6	15,9	11,2

Solution :



Feuille d'activités : Régime quotidien

Situation nº 2 : Dosage
- 30 unités d'insuline « moyenne » le matin
- 18 unités d'insuline « moyenne » avant le souper

Les lectures de la glycémie (en mmol/L) sont :

Jour	7 h	12 h	18 h	22 h
Lundi	10,9	8,9	16,4	12,3
Mardi	17,2	12,6	11,1	10,9
Mercredi	15,8	13,2	12,7	14,5

Solution :

Situation nº 3 : Dosage :
- 10 unités d'insuline « rapide » et 32 unités d'insuline « moyenne » le matin
- 8 unités d'insuline « rapide » avant le souper
- 12 unités d'insuline « moyenne » au coucher

Les lectures de la glycémie (en mmol/L) sont :

Jour	7 h	12 h	18 h	22 h
Lundi	4,8	4,8	12,9	4,2
Mardi	5,2	8,9	14,5	6,9
Mercredi	8,6	9,2	16,0	5,0

Solution :

Activité 3 : Modélisation de deux processus compétitifs

But :

Au cours de cette activité, les élèves conçoivent des modèles linéaires simples afin de représenter des situations mettant en jeu deux processus compétitifs.

Sur le plan mathématique, cette activité leur permet de généraliser leur compréhension des coefficients d'une fonction polynomiale (linéaire) représentant une situation réelle. Ils résolvent des problèmes relatifs à une déficience en insuline en appliquant leurs connaissances en matière de régularités et de relations.

À titre de projet d'évaluation, ils proposent des régimes d'insuline et résolvent des problèmes d'ajustement des doses d'insuline à la suite d'une glycémie trop faible ou trop élevée, d'une maladie, d'un changement d'activité physique ou de toute autre circonstance.

À titre de prolongement, les élèves proposent et résolvent des situations mettant en jeu deux processus compétitifs.

Matériel et équipement :

- Brochures obtenues de l'Association canadienne du diabète (www.diabetes.ca, site en anglais) ou de l'Association Diabète Québec (www.diabete.qc.ca)

Démarche :

1. Introduction

Soit y une population et t le temps. Un processus croissant est un processus au cours duquel y augmente tandis que dans un processus décroissant, y diminue.

Lorsqu'on combine les deux processus, le résultat total est la somme des contributions de chacun des deux processus (s'il s'agit de processus linéaires).

La figure 17 illustre la situation :

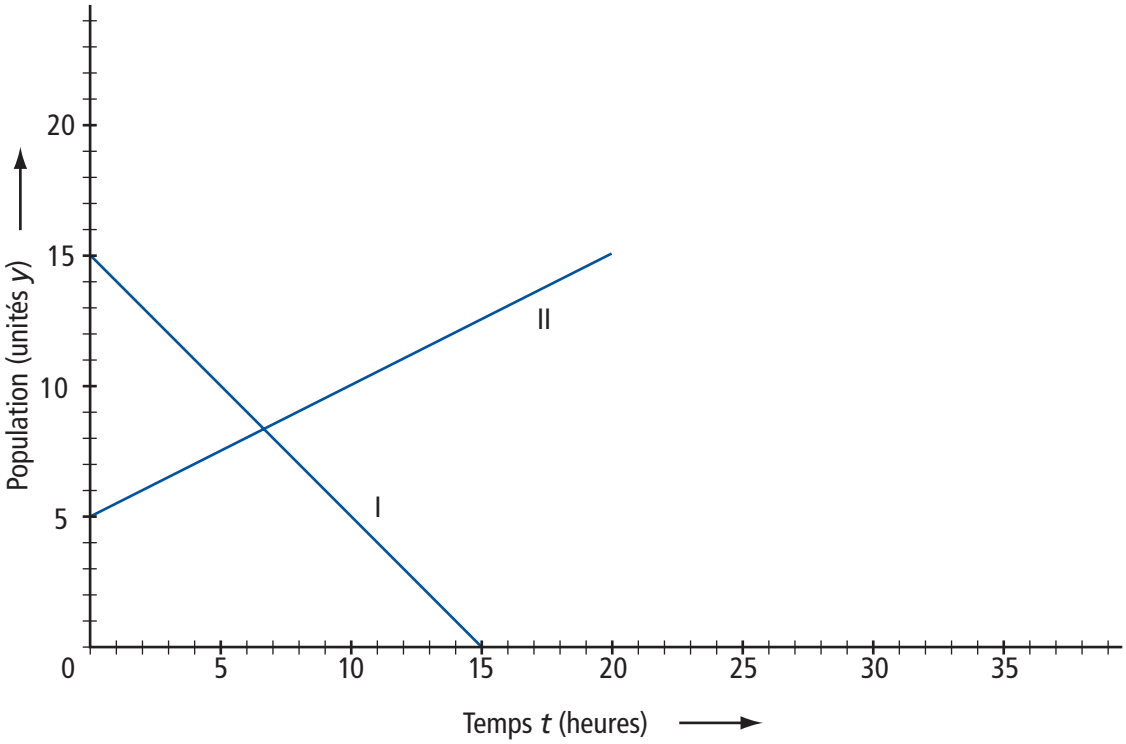
I : $y = -t + 15$ (y décroît à un taux de 1 U/h à partir de 15)

II : $y = 0{,}5t + 5$ (y croît à un taux de 0,5 U/h à partir de 5)

Processus résultant (voir la figure 18)

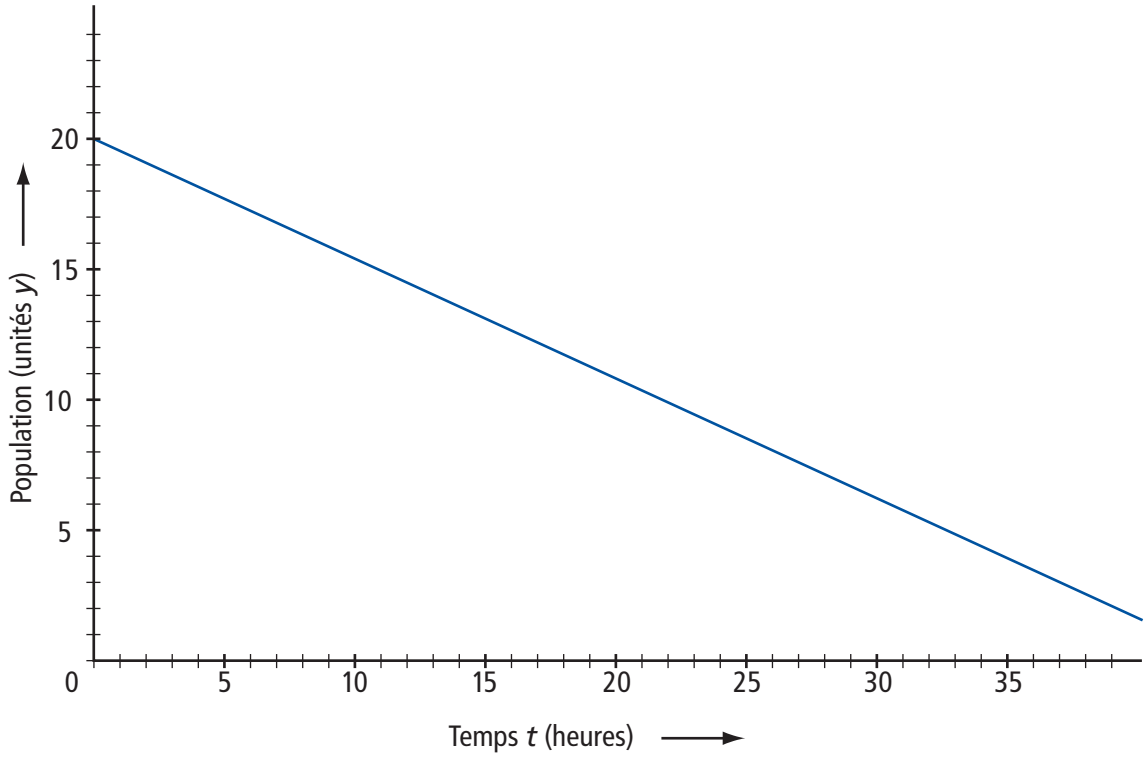
$Y = -t + 15 + 0{,}5t + 5 = -0{,}5t + 20$
(y décroît à un taux de 0,5 U/h à partir de 20)

Figure 17 : Processus croissant et décroissant



Au début, la population est de 5 + 15 = 20 unités. La population totale varie selon les deux processus, l'un croissant, l'autre décroissant. Par exemple, au temps $t = 4$, le processus I donne 11 unités tandis que le processus II donne 7 unités pour un total de 18 unités.

Figure 18 : Processus résultant



Questions à poser :

- Quand la population totale sera-t-elle égale à zéro? (Réponse : $t = 40$.)
- Quel serait le processus décroissant qui aurait pour résultat une population totale constante? (Réponse : Le coefficient de t dans le processus décroissant doit être égal et de signe opposé au coefficient de t dans le processus croissant.)
- Quelle serait la caractéristique d'un processus décroissant tel que la population totale serait toujours décroissante? (Réponse : Le coefficient de t doit être supérieur à 0,5.)
- Que signifie un processus pour lequel le coefficient de t est 0?

2. Comment dériver l'équation d'un modèle linéaire

Un modèle linéaire peut représenter un rapport (proportion directe) entre deux quantités, lorsqu'une quantité varie à un taux constant par rapport à une autre quantité. Le modèle linéaire est le modèle le plus simple de représentation d'une relation entre deux quantités. Le graphe d'une relation de ce type est une ligne droite. Algébriquement, ce modèle est représenté par l'équation $y = mx + b$, où m est le taux de variation de y par rapport à x, et b la valeur de départ de la quantité y.

Par exemple, un ressort au repos mesure 10 cm. Sous l'action d'une force de 5 unités, le ressort s'étire et sa longueur atteint 15 cm. En supposant que ce modèle est linéaire, quelle en est l'équation?

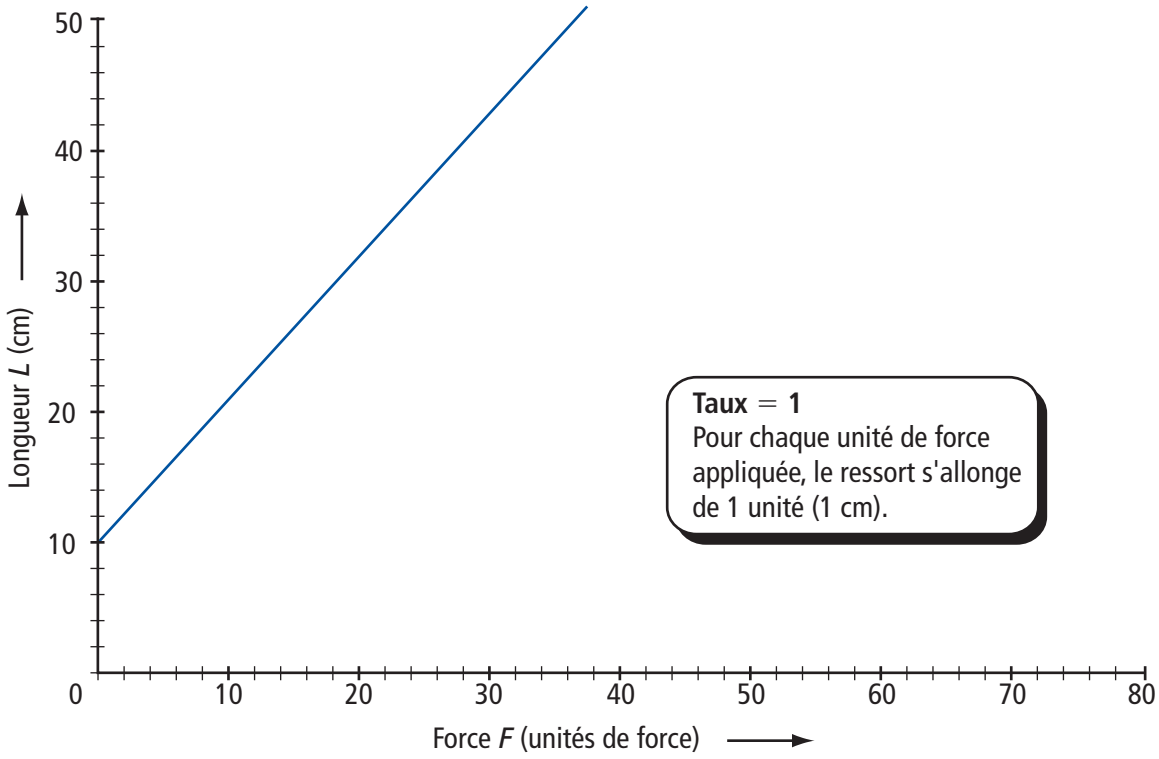
Soit L la longueur du ressort, F la force, et R la longueur du ressort au repos (aucune force n'agit sur le ressort). L est directement proportionnel à F, donc $L = mF$, où m est une constante qui caractérise le ressort et que nous déterminerons ci-après. Si $F = 0$, $L = R$. L'équation du modèle est donc :

$$L = mF + R$$

Détermination de m : si $F = 5$, $L = 15$. En remplaçant les variables par ces valeurs, on obtient $m = 1$. Donc, $L = F + 10$.

Par exemple, si on applique une force de 20 unités au ressort, il s'étirera jusqu'à une longueur de 30 cm.

Figure 19 : Représentation graphique de la relation entre longueur et force



3. Modélisation de l'action de l'insuline en fonction du temps

W est l'heure à laquelle l'insuline commence à agir.
T est le temps requis pour que l'action atteigne son maximum (à partir du moment de l'injection).
N est le nombre d'unités d'insuline au moment du maximum.
C est la durée d'action maximale.
i est le taux d'insuline (variable en fonction du temps).
t est le temps (en heures) écoulé depuis l'injection.

On peut décomposer ce processus en deux phases (voir la figure 20, exemple 1).

Phase I : temps W requis pour que l'action de l'insuline commence.

Équation : $i = 0,\ 0 \leq t < W$

Phase II : atteinte du maximum de N unités à un taux constant m au cours d'une période T.

Équation : $i = mt + b,\ W \geq t < T$

À $t = W,\ i = 0$

À $t = T,\ i = N$

$$m = \frac{N}{T - W}$$

$$b = \frac{NW}{T - W}$$

$$I = \frac{N}{T - W}t - \frac{NW}{T - W}$$

Phase III : le niveau d'insuline reste constant à N pendant la période de temps C.

Équation : $I = N$

Phase IV : le niveau diminue à un taux constant M.

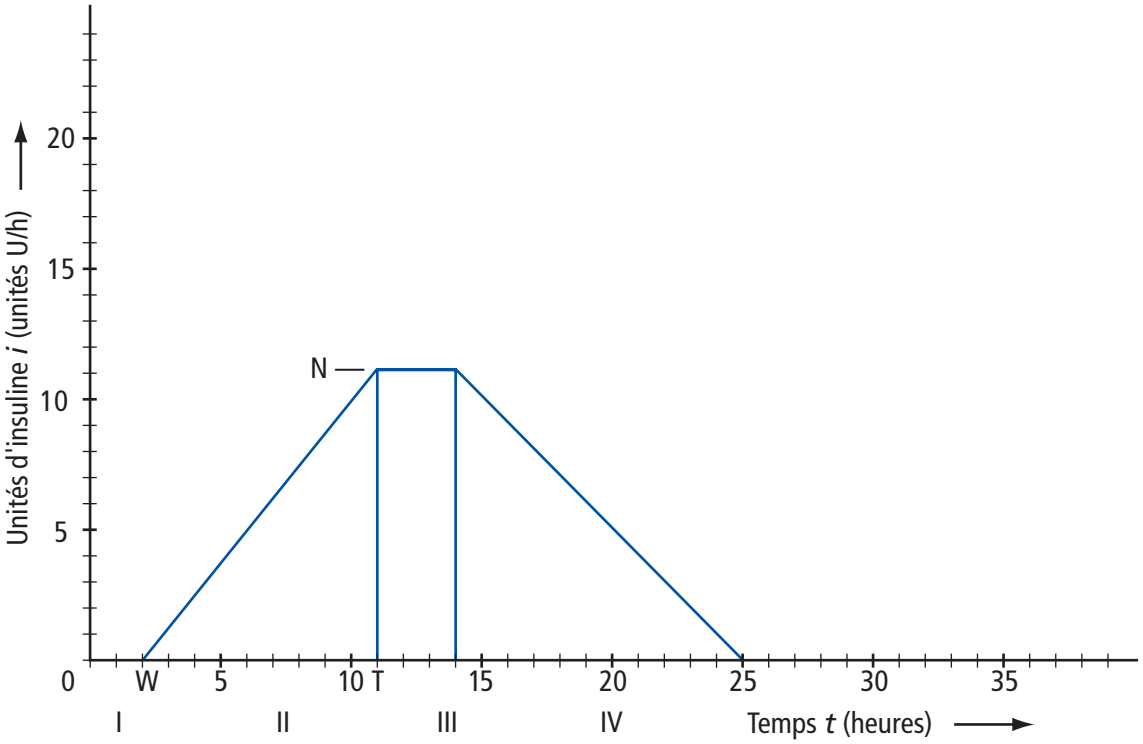
Équation : $i = Mt + d$

À $t = T + C,\ i = N$

À $t = 2T + C,\ i = 0$

$$i = -\frac{N}{T}t + \frac{N(2T + C)}{T}$$

Figure 20 : Modélisation de l'action de l'insuline en fonction du temps (exemple 1)

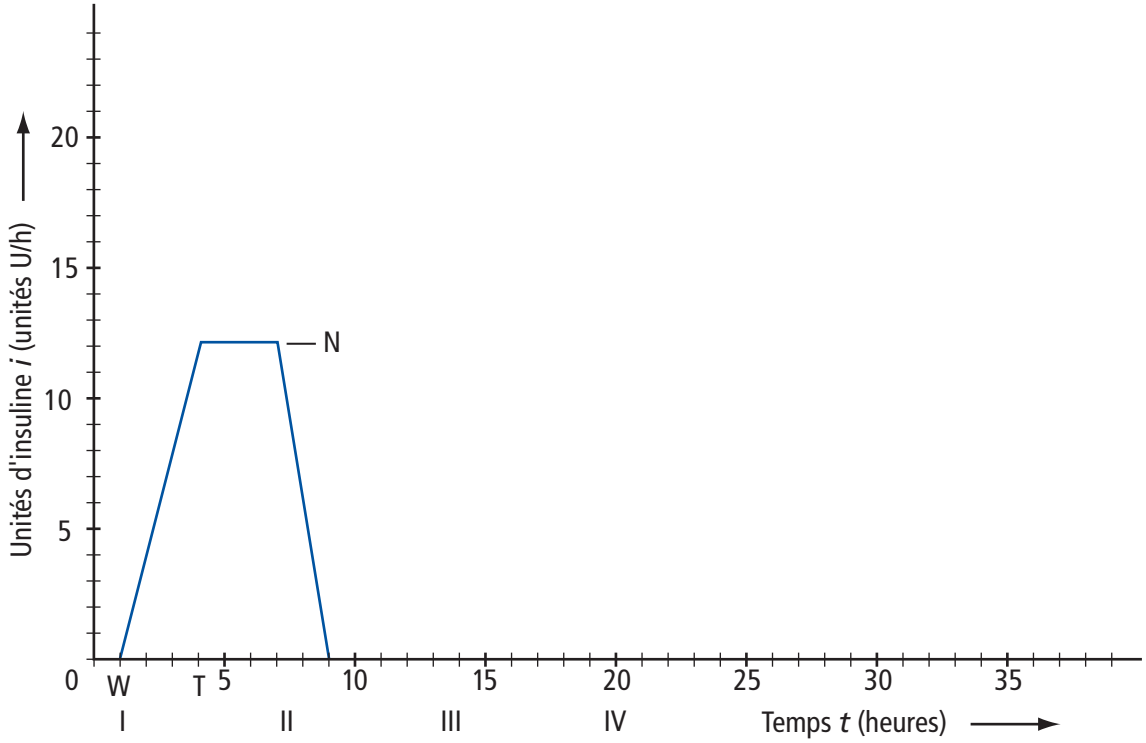


La figure 21 illustre la situation suivante (exemple 2) :

$N = 12$ unités
$W = 1$ heure
$T = 4$ heures
$C = 2$ heures

Phase I : $i = 0$
Phase II : $i = 4t - 4$
Phase III : $i = 12$
Phase IV : $i = -3t + 30$

Figure 21 : Modélisation de l'action de l'insuline en fonction du temps (exemple 2)

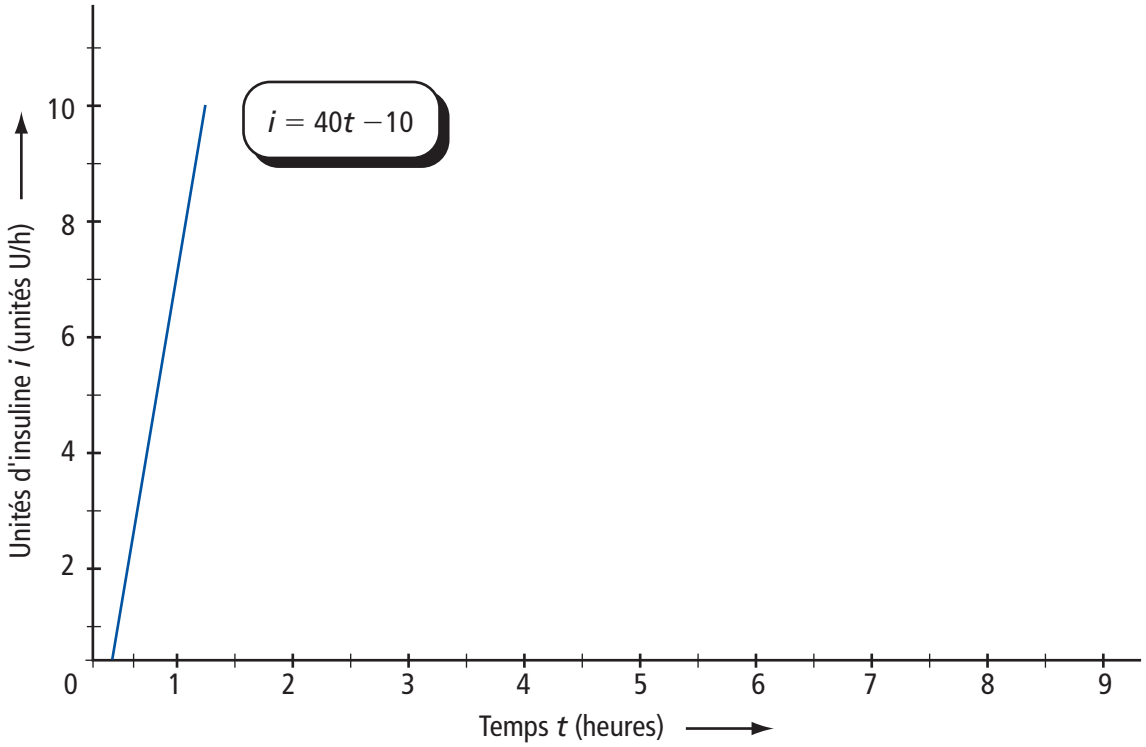


4. Types d'insuline

Insuline à action rapide (Humalog)

Maximum : 10 unités
Temps de latence : 15 minutes
Temps nécessaire à l'atteinte du maximum : 1 heure

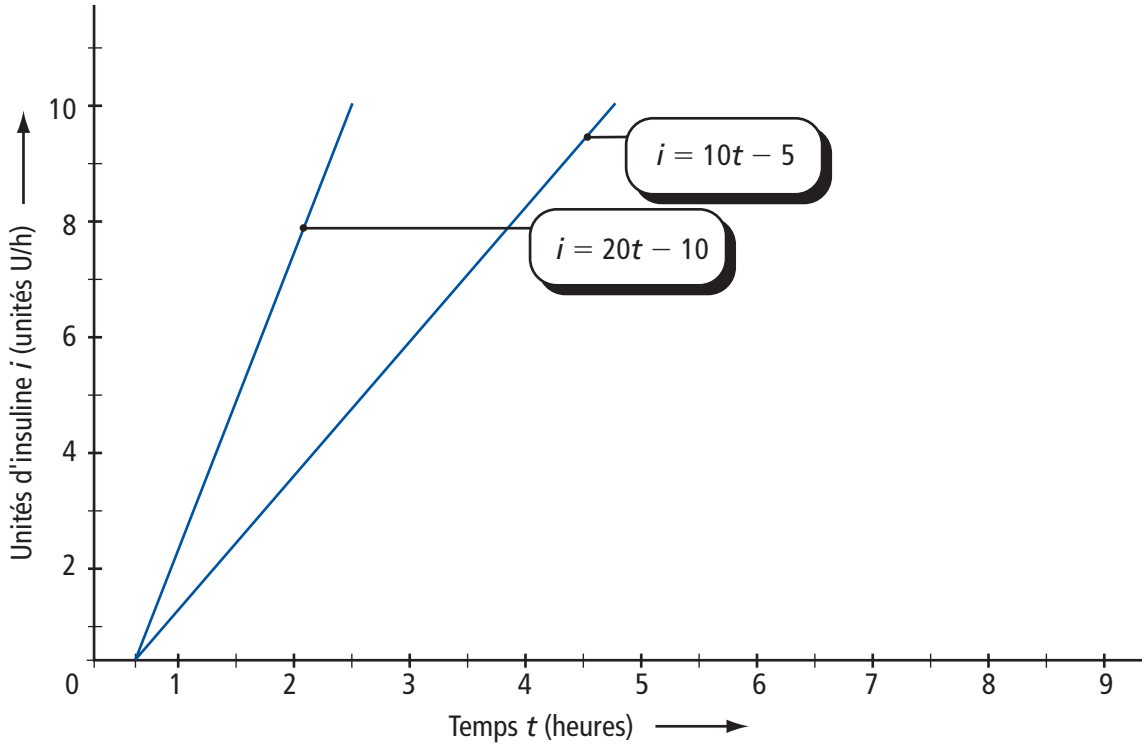
Figure 22 : Modélisation de l'action de l'insuline à action rapide



Insuline à courte action (Toronto)

Maximum : 10 unités
Temps de latence : 30 minutes
Temps nécessaire à l'atteinte du maximum : de 2 à 4 heures

Figure 23 : Modélisation de l'action de l'insuline à courte action

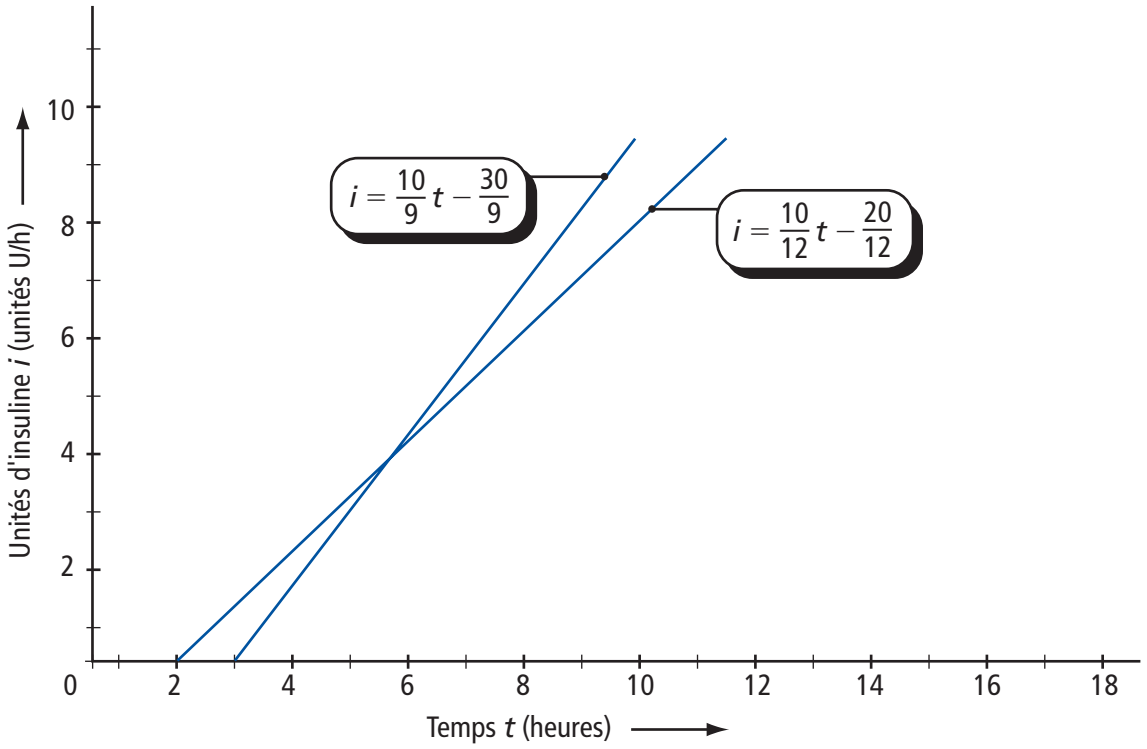


Insuline à action moyenne (NPH)

Maximum : 10 unités
Temps de latence : de 1 à 3 heures
Temps nécessaire à l'atteinte du maximum : de 6 à 12 heures

Exemple 1 : $N = 10$ unités, $W = 3$ heures et $T = 9$ heures
Exemple 2 : $N = 10$ unités, $W = 2$ heures et $T = 12$ heures

Figure 24 : Modélisation de l'action de l'insuline à action « moyenne »



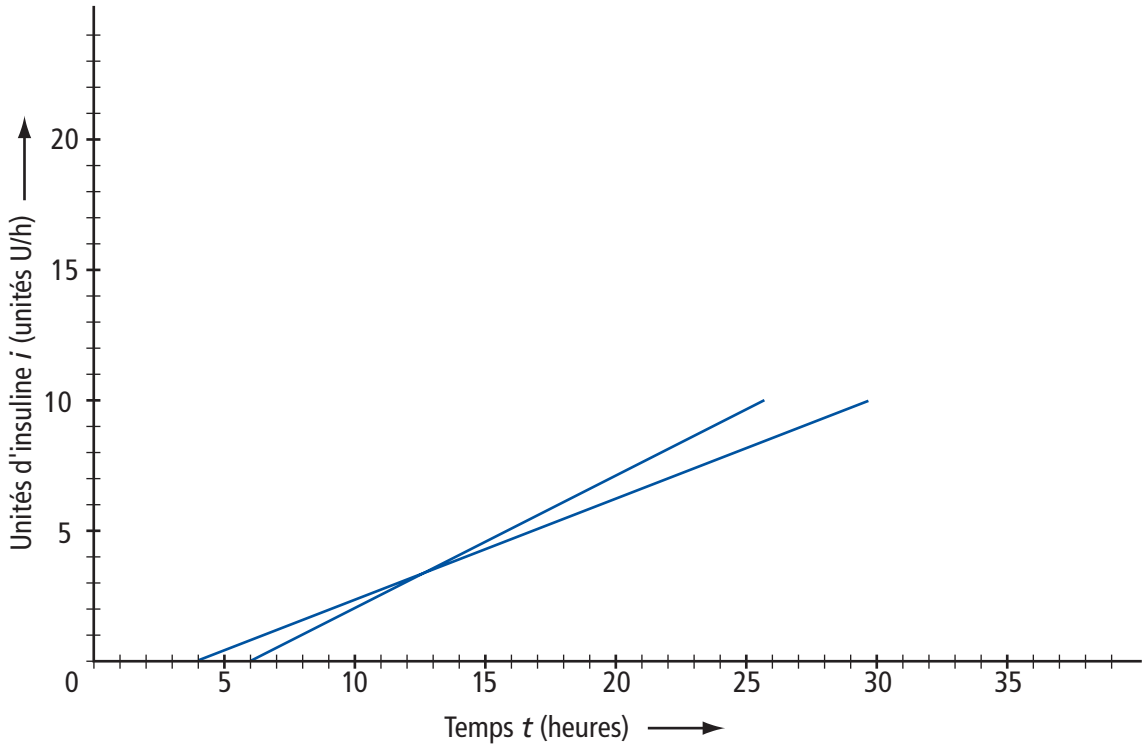
- À quel moment l'action des deux dosages est-elle la même?

Insuline à action de longue durée (insuline U)

Maximum : 10 unités
Temps de latence : de 4 à 6 heures
Temps nécessaire à l'atteinte du maximum : de 24 à 28 heures

Exemple 1 : $N = 10$ unités, $W = 4$ heures et $T = 28$ heures
Exemple 2 : $N = 10$ unités, $W = 6$ heures et $T = 24$ heures

Figure 25 : Modélisation de l'action de l'insuline à action de longue durée

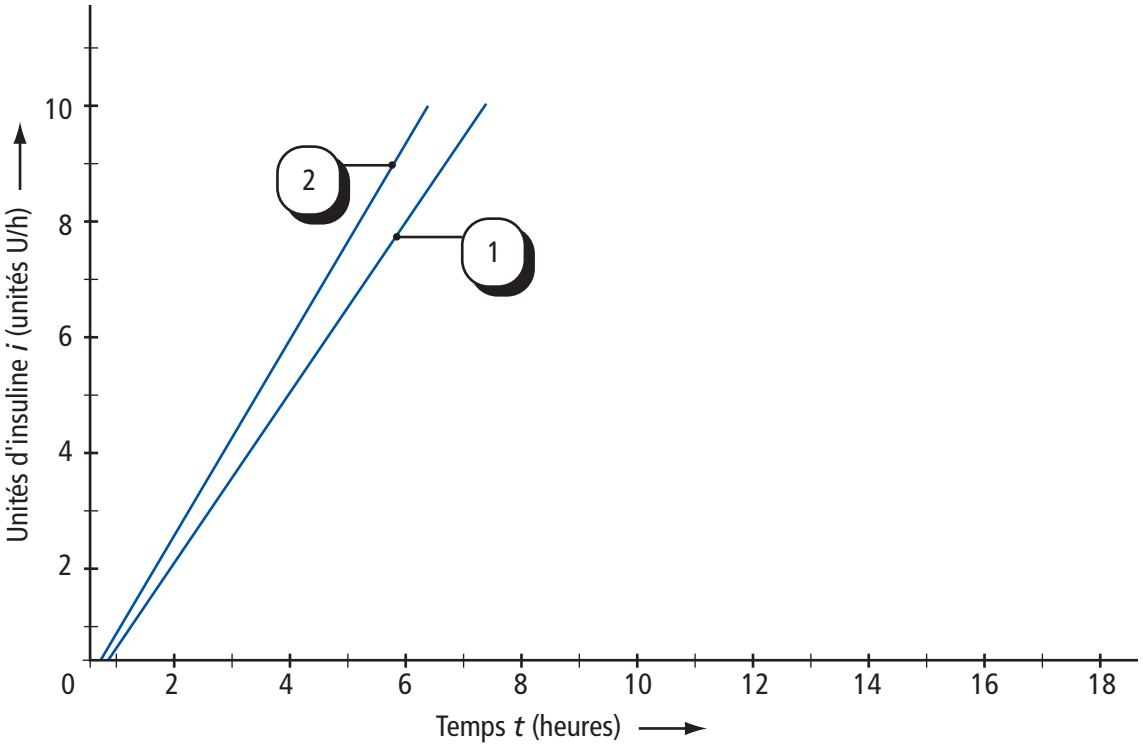


- À quel moment l'action des deux dosages est-elle la même?

5. Problèmes caractéristiques de dosage d'insuline

Déterminez W et T à partir du graphique suivant si $N = 10$ unités.

Figure 26 : Problème caractéristique de dosage d'insuline



Répondez aux questions suivantes :

- Quel type d'insuline commence à agir le plus rapidement?

- Quel type d'insuline atteint un maximum le premier?

- Combien de temps l'insuline 1 met-elle pour atteindre son maximum?

6. Action combinée de différents types d'insuline

Un patient s'injecte 10 UI d'insuline à courte action et en même temps 10 UI d'insuline à action prolongée.

L'insuline à courte action commence à être active après environ 1 heure et atteint son maximum en 3 heures. Son action reste constante pendant 3 heures.

L'insuline à action prolongée commence à être active après environ 5 heures et atteint son maximum en 12 heures. Son action reste constante pendant 8 heures.

- Représentez graphiquement l'action combinée des deux types d'insuline sur une période de 24 heures.

  Données :

  Insuline à courte action :

  $N =$
  $W =$
  $T =$
  $C =$

  Insuline à action prolongée :

  $N =$
  $W =$
  $T =$
  $C =$

  Équations :

  Insuline à courte action :

  Phase I : $i = 0$
  Phase II : $i = 4t$
  Phase III : $i =$
  Phase IV : $i =$

  Insuline à action prolongée :

  Phase I : $i = 0$
  Phase II : $i = 10t/7$
  Phase III : $i =$
  Phase IV : $i =$

- Au cours de la période allant de 6 h à 10 h, l'action des deux types d'insuline est combinée : l'action de l'insuline I en phase IV et de l'insuline II en phase II. Additionnez les deux équations pour déterminer l'évolution de l'insuline entre 6 h et 10 h.

Figure 27 : Action combinée de deux types d'insuline à courte action

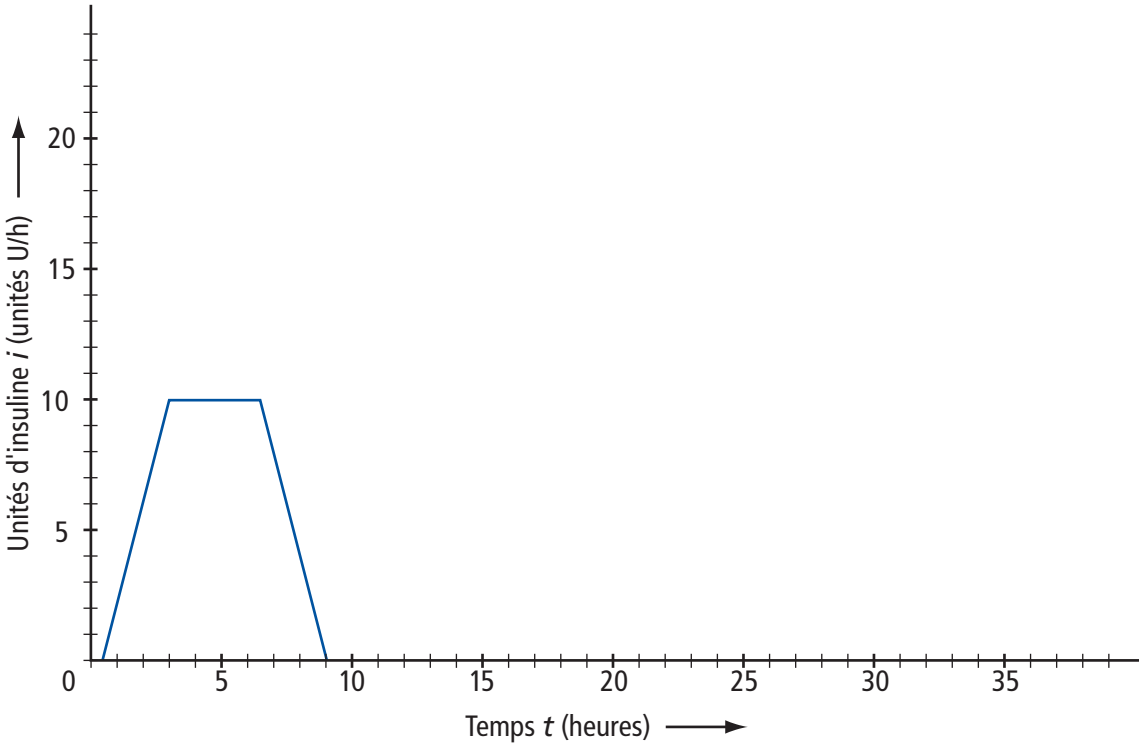
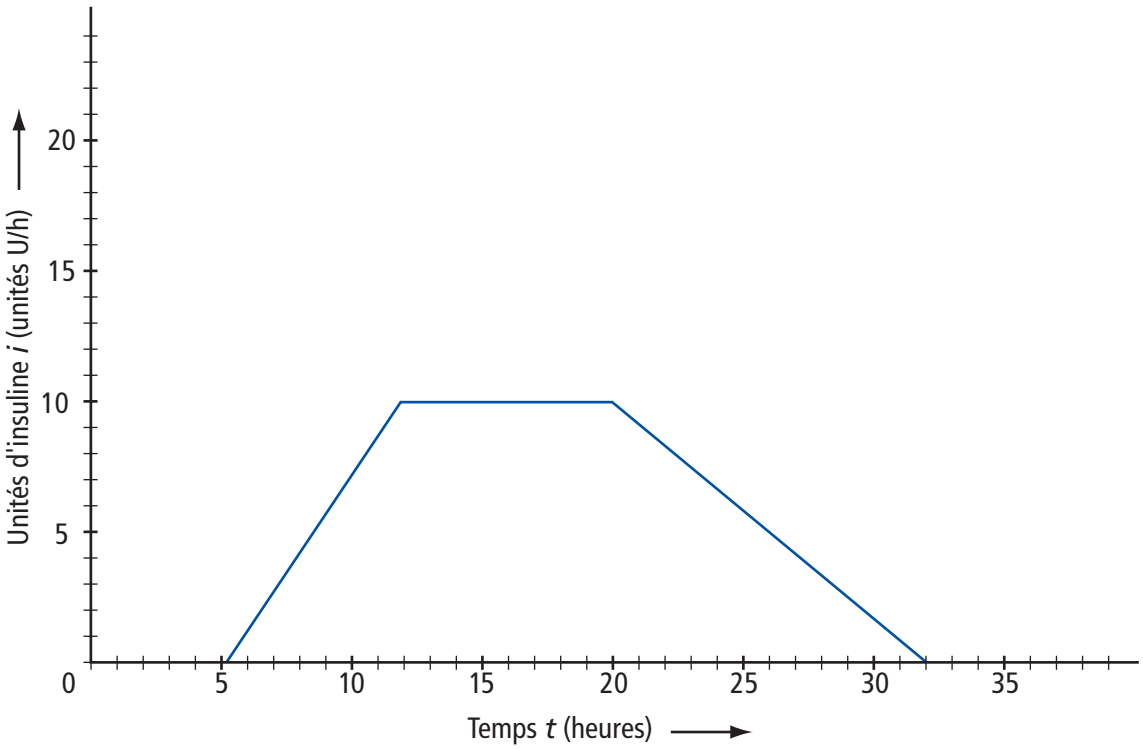


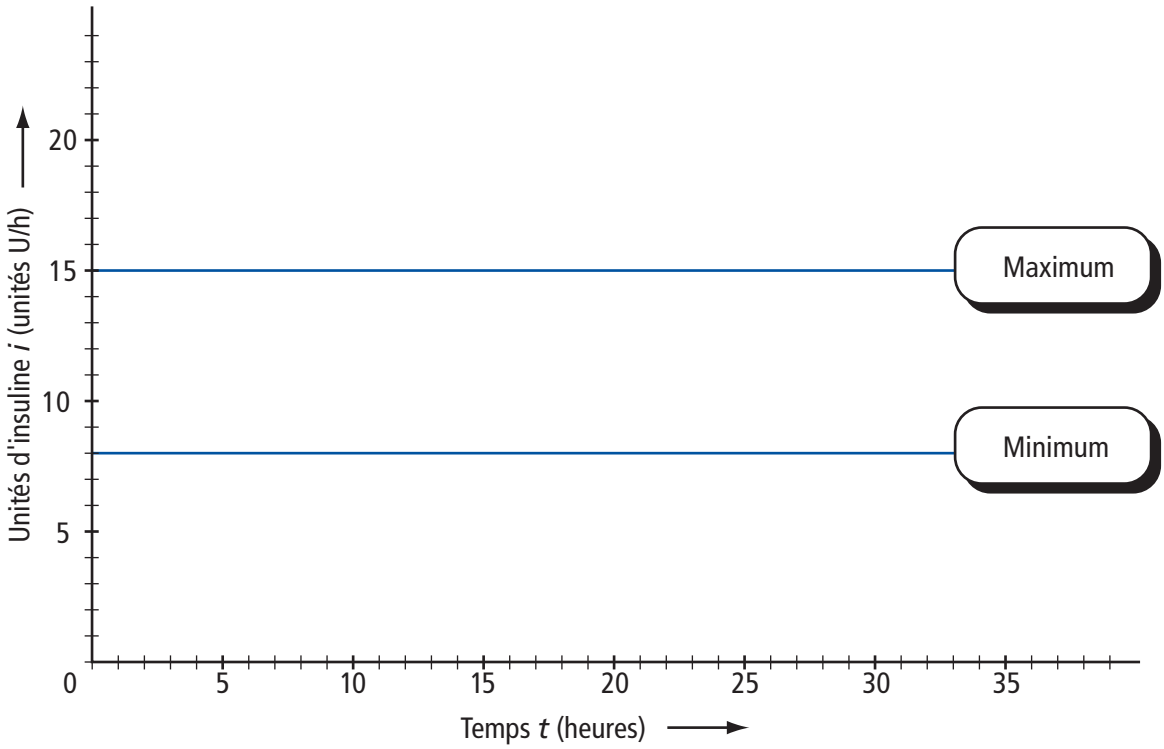
Figure 28 : Action combinée de deux types d'insuline à action prolongée



Problème d'évaluation

- Concevez un régime d'insuline en combinant plusieurs types de façon à ce que 8 unités soient injectées dans le système sanguin en 1/2 heure et que le dosage actif se maintienne entre 8 et 15 unités en tout temps au cours d'une période de 24 heures.

Figure 29 : Régime de doses d'insuline



Partie III : Résolution d'un problème de régime

Démarche :

Dans cette partie, les concepts de mathématiques et de sciences seront évalués au moyen d'un rapport préparé par les élèves (individuellement ou en équipe). Ce rapport doit comprendre :

- une description du diabète;
- la préparation d'un régime de doses d'insuline fondé sur les lectures de la glycémie;
- les réponses aux questions, en particulier celles qui concernent les changements de régime alimentaire;
- une discussion des incidences sociales et économiques du diabète.

Remerciements :
Ce projet a été préparé avec l'aide des personnes suivantes :
D^re^ Susanne Voetman, The Medicine Cabinet, Nanaimo (C.-B.);
M^mes^ Norma E. Gomerich et Elly Hay, Centre d'éducation sur le diabète, Nanaimo Regional General Hospital, Nanaimo (C.-B.).

M A T H É M A T I Q U E S

9

Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet 205

Sommaire du projet 207

Partie I : Introduction 209

Partie II : Le sondage 211

Activité 1 : La construction d'un graphique 211
Activité 2 : La corrélation entre des variables statistiques 216
Activité 3 : Les relations linéaires 218
Activité 4 : Évaluation 222

Partie III : Application 225

Activité 1 : Application des concepts à l'étude des besoins communautaires 225
Activité 2 : Planification 234

Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

Partie I : Introduction ..... 1 période
Partie II : Le sondage
Activité 1 : La construction d'un graphique ..... 1 période
Activité 2 : La corrélation entre des variables statistiques ..... 1 à 2 périodes
Activité 3 : Les relations linéaires ..... 1 période
Activité 4 : Évaluation ..... 1 période
Partie III : Application
Activité 1 : Application des concepts à l'étude des besoins communautaires .. 1 période
Activité 2 : Planification ..... 1 période

Stratégies d'enseignement :

- Étude de cas
- Étude sur le terrain
- Travail de groupe
- Sondages et enquêtes

Applications concrètes :

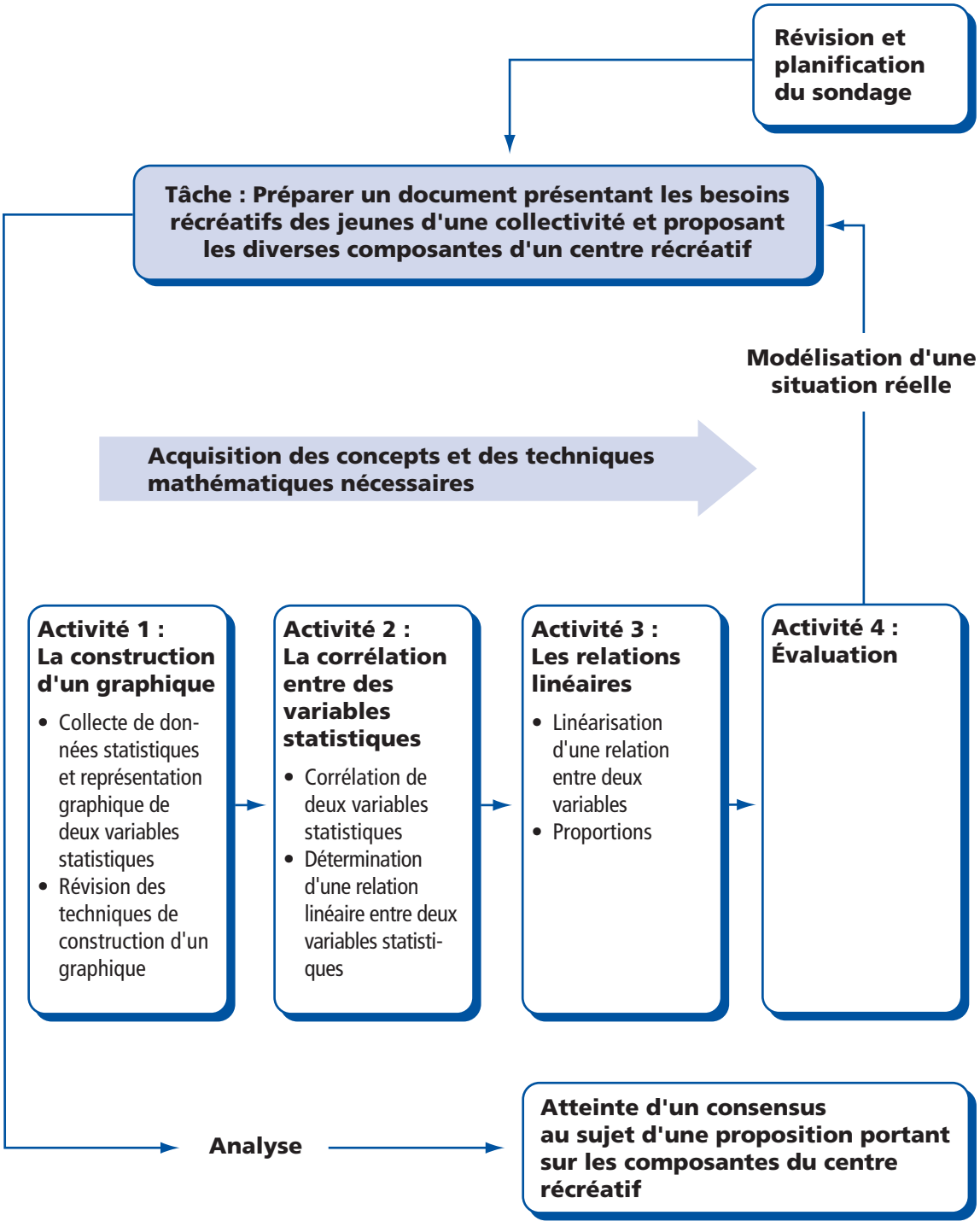
Voici quelques applications concrètes des connaissances et des techniques acquises dans cette unité :

- interpréter et analyser des données dans le domaine de la gestion des ressources naturelles (par exemple, la faune et la flore);
- juger de la qualité des questions posées dans un sondage;
- interpréter les résultats d'un sondage et juger de la validité des conclusions;
- concevoir des sondages et effectuer une recherche.

Schéma du projet :

Le schéma conceptuel (figure 1) de la page suivante vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques et scientifiques présentés dans cette unité. Vous pourrez en outre planifier le projet avec vos élèves à l'aide de ce schéma.

Figure 1 : Projet C : Planification d'un centre récréatif pour les jeunes



Sommaire du projet

Au cours de ce projet, les élèves préparent un document où sont présentés les besoins récréatifs (activités culturelles, sociales, physiques) des jeunes de la collectivité qui pourraient être comblés par la construction d'un centre récréatif pour les jeunes. Le document doit comprendre la description des composantes du centre ainsi que leur emplacement respectif.

Sur le plan des mathématiques, les élèves, en groupes, vont explorer les relations qui peuvent exister entre deux variables statistiques relatives aux besoins récréatifs. Les élèves devront notamment élaborer et interpréter des diagrammes de dispersion dans le but de tirer des conclusions relativement à l'érection d'un centre récréatif répondant aux besoins exprimés.

Ce projet peut constituer une unité d'enseignement complète et isolée ou peut servir de point de départ pour un projet plus vaste regroupant également les projets D et E.

Dans les deux cas, les élèves devront réaliser un sondage, recueillir et présenter les données du sondage, en analyser les résultats et faire des recommandations au sujet du centre récréatif.

Ce projet débute par une phase d'acquisition de nouveaux concepts à travers certaines activités et continue ensuite dans une phase d'application de ces concepts en vue de déterminer les facteurs qui peuvent avoir une incidence sur l'emplacement et les composantes du centre récréatif.

Au cours des activités d'acquisition de nouveaux concepts, les élèves analysent des ensembles de données expérimentales entre deux variables à l'aide d'une calculatrice graphique (si celles-ci sont disponibles) et ils déterminent s'il existe une corrélation entre les deux variables.

Les élèves recueillent ensuite leurs propres données à partir de sondages dans la collectivité. Ils appliquent leurs nouvelles connaissances pour déterminer l'existence d'une relation éventuelle de cause à effet, la représenter à l'aide d'un diagramme de corrélation et en faire une analyse plus rigoureuse.

Dans la partie I, l'enseignant présente le projet, insiste sur son importance dans d'autres champs d'activité et indique aux élèves ce qu'il attend d'eux. Les élèves et l'enseignant préparent un plan d'action en déterminant les étapes à suivre et en justifiant leur raison d'être. La classe est divisée en groupes et l'enseignant distribue les tâches aux élèves.

L'enseignant jugera s'il y a lieu de réviser certains concepts. Les domaines d'apprentissage qui pourraient faire l'objet d'une révision sont : les méthodes de collecte de données, la présentation des données à l'aide d'un diagramme et l'analyse de données statistiques. Certains élèves pourraient tirer parti d'une révision du mode d'emploi de leur calculatrice en ce qui touche particulièrement les calculs statistiques et le tracé de diagrammes.

Dans la partie II, les élèves se servent d'un sondage pour recueillir des données. Ils déterminent la relation éventuelle entre deux variables statistiques à partir de l'examen des diagrammes de dispersion et explorent les relations linéaires, non linéaires et aléatoires.

Dans la partie III, les élèves élaborent un plan d'action en se fondant sur les résultats de leur sondage et sur leur interprétation. Ils doivent ensuite s'entendre sur l'emplacement du centre récréatif et de ses composantes (par exemple, la piscine, la bibliothèque, la salle de spectacles). Ils reconnaissent et explorent les concepts et les techniques mathématiques nécessaires à la préparation et à la présentation professionnelle de leur projet aux autorités compétentes.

Les concepts et techniques mathématiques abordés dans les projets D et E sont les suivants :

- Projet D : Les élèves explorent les techniques de triangulation dans le cadre d'un relevé de terrain. Ils préparent ensuite un plan à l'échelle à partir des mesures effectuées sur le terrain.
- Projet E : Les élèves acquièrent des aptitudes dans le domaine spatial et les appliquent à la résolution de problèmes de construction. Ils construisent des modèles en trois dimensions à partir de plans (en deux dimensions).

Partie I : Introduction

But :

Dans cette partie, les élèves feront un portrait des besoins récréatifs des jeunes de leur collectivité. Pour obtenir un portrait aussi précis que possible, les élèves doivent déterminer l'existence de relations de cause à effet entre les activités possibles et d'autres variables telles que l'âge, le sexe, la distance à parcourir entre leur domicile et les centres déjà existants, le temps nécessaire pour s'y rendre et ainsi de suite.

Les élèves doivent également déterminer dans quelle mesure leurs habitudes pourraient être modifiées si on construisait un nouveau centre répondant à leurs besoins.

Afin d'examiner ces relations avec exactitude, les élèves vont explorer des diagrammes de dispersion et tracer des courbes d'ajustement au meilleur de leurs capacités. Ils pourront de plus explorer le tracé de courbes de meilleur ajustement à l'aide d'une calculatrice graphique, s'ils en ont une à leur disposition.

Note : Avant de commencer le projet, l'enseignant devrait vérifier auprès des autorités compétentes s'il existe des politiques (soit de l'école ou du district) à prendre en considération dans une activité où les élèves élaborent des sondages et y participent.

Matériel et équipement :

- Calculatrice, calculatrice graphique ou logiciel graphique

Démarche :

- Présentez le projet et insistez sur sa pertinence et son importance dans d'autres champs d'activités. Vous pouvez inviter un conseiller municipal, un spécialiste des sondages, un agent d'assurances ou un agent de police à venir présenter à la classe un exposé soulignant l'importance des applications des mathématiques dans le monde réel.
- Évaluez de façon informelle les acquis et préparez une révision au besoin. Cette révision pourrait comprendre :
  - les concepts de population et d'échantillon (quelle est la population étudiée et quelles méthodes d'échantillonnage seraient les plus appropriées);
  - la formulation des questions posées dans le cadre d'un sondage;
  - l'utilisation de méthodes appropriées de collecte et de représentation des données;
  - la reconnaissance d'un biais dans la collecte et la présentation des données.
- À l'aide d'exemples concrets, présentez le concept de relation statistique entre deux variables. Indiquez aux élèves qu'ils vont explorer cet aspect de la statistique. Choisissez un exemple d'une forte corrélation entre deux variables et un exemple où les variables sont complètement aléatoires.

- Préparez un plan d'action avec les élèves et indiquez-leur ce que vous attendez d'eux à la fin de ce projet. Le plan d'action doit comprendre :
  - les étapes à suivre : contacter les écoles, obtenir une liste des élèves, déterminer la méthode de collecte des données;
  - le type d'interview (par exemple, en personne, par téléphone).
- D'un commun accord avec les élèves, déterminez :
  - quels résultats rechercher;
  - quelles questions particulières poser;
  - quels membres de la collectivité interroger.
- Fournissez aux élèves des exemples de questionnaires et de sondages.
- Divisez la classe en groupes et assignez à chaque groupe des tâches particulières, soit une ou deux des composantes du centre récréatif.
  - Encouragez les élèves à préparer des questions supplémentaires reliées au sujet traité par leur groupe. Par exemple, si un groupe étudie la nécessité de construire une bibliothèque, demandez-lui de formuler des questions comme celles-ci : « Utilisez-vous actuellement les services d'une bibliothèque? Combien de fois par semaine allez-vous à la bibliothèque? »
  - Demandez aux élèves de présenter leurs résultats à l'aide de diagrammes avant de commencer leur séance de planification.
  - Au cours du processus de collecte et de représentation des données, les élèves devraient garder à l'esprit le but de l'activité, qui est de dresser un portrait aussi précis que possible des besoins des jeunes relativement à la construction d'un centre récréatif.

Partie II : Le sondage

Activité 1 : La construction d'un graphique

But :

Au cours de cette activité, les élèves étudient les relations de cause à effet entre deux variables statistiques et apprennent de nouvelles façons de représenter et d'interpréter des données.

Démarche :

- Distribuez aux élèves la feuille d'activités « Construction d'un graphique ». Dans cette activité, les élèves étudient la relation éventuelle entre deux variables statistiques en représentant graphiquement des données obtenues à partir de diverses sources. Ensuite, à l'aide de la figure 2 : Nombre d'accidents en fonction du groupe d'âge, ils analysent la relation entre les variables.

  En guise de prolongement, les élèves pourront étudier d'autres situations qu'on peut modéliser par une relation linéaire.

- Demander aux élèves : Comment décide-t-on s'il y a une certaine relation entre deux variables? Comment peut-on décrire cette relation? À titre d'exemples :
  - Y a-t-il une relation entre l'âge du conducteur et le nombre d'accidents d'automobile ou entre l'âge et le nombre de contraventions pour excès de vitesse?
  - Y a-t-il une relation entre la distance que l'on doit parcourir pour se rendre à la piscine et la fréquence d'utilisation de la piscine?
  - Y a-t-il une relation entre l'heure de la journée et la quantité d'eau consommée par résidence?
  - Y a-t-il une relation entre le temps qu'une personne passe au téléphone et la pointure de ses chaussures?

- Demandez aux élèves de formuler des questions pour lesquelles ils aimeraient trouver une réponse. À titre d'exemple :
  - La probabilité d'avoir un accident d'automobile augmente-t-elle avec l'âge?
  - Y a-t-il un groupe d'âge particulier pour lequel la probabilité d'avoir plus d'un accident d'automobile par année est plus élevée que pour les autres?

- Demandez ensuite aux élèves de déterminer toutes les variables à prendre en considération pour répondre aux questions qu'ils se posent.

- Les élèves représentent ensuite leurs données sous forme graphique après avoir choisi les deux variables. Par exemple :
  - le groupe d'âge et la proportion de personnes n'ayant eu aucun accident d'automobile;
  - le nombre d'accidents par année et le groupe d'âge des 40 à 49 ans;
  - le nombre total d'accidents et un groupe d'âge particulier.

- Les élèves devraient décrire dans leurs propres mots la relation entre les deux variables, par exemple : si une des variables augmente de façon continue lorsque l'autre augmente; s'il n'y a aucune relation entre les deux variables; si une variable augmente jusqu'à un certain point, puis décroît, alors que l'autre variable augmente continuellement.
- Demandez aux élèves d'utiliser la même région du graphique pour représenter trois relations différentes entre deux ou trois paires de variables. Demandez-leur de décrire la relation entre les paires de variables lorsque trois relations semblent suivre la même tendance : croissance, atteinte d'un maximum, décroissance, nouvelle croissance (voir la figure 2).

Feuille d'activités : Construction d'un graphique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

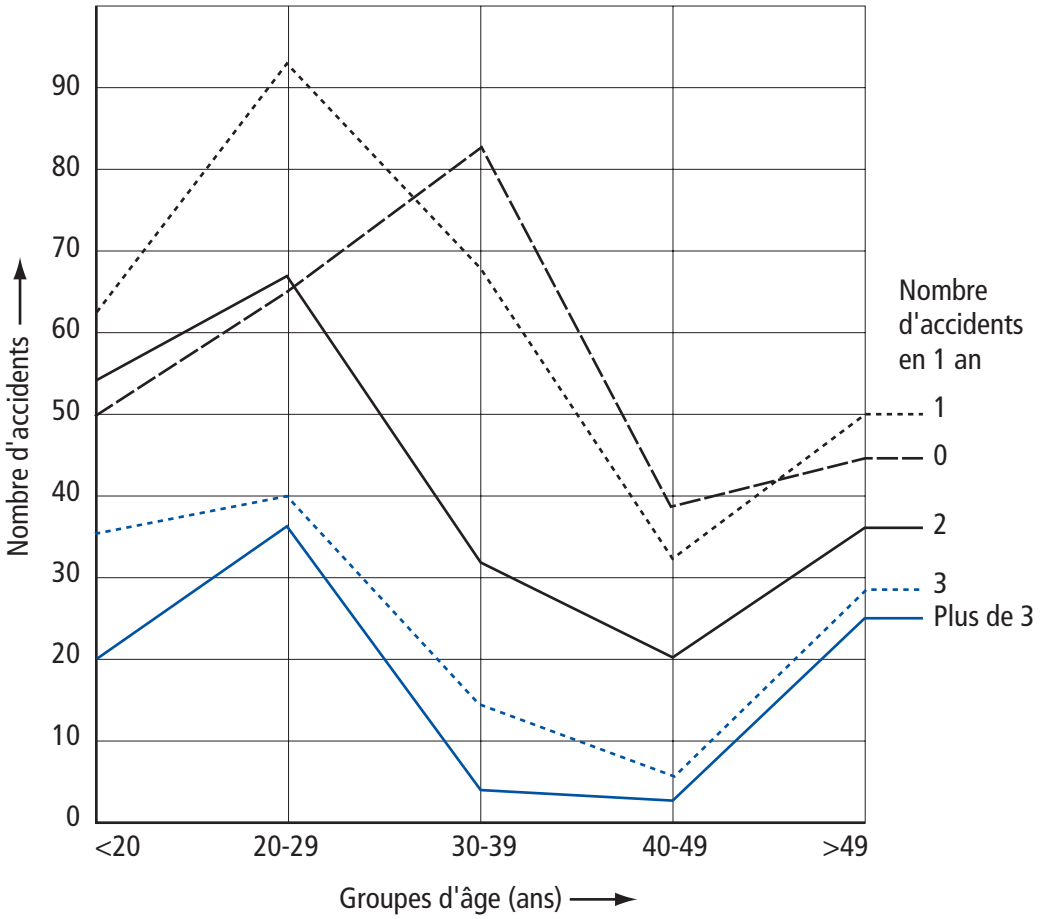
Les données suivantes ont été obtenues d'une compagnie d'assurances. Mille conducteurs ont été choisis au hasard dans la même ville afin de déterminer s'il existait une relation entre l'âge du conducteur et le nombre d'accidents par année.

Tableau 1

Relation entre le groupe d'âge et le nombre d'accidents par année

	Nombre d'accidents par année				
Groupe d'âge	**0**	**1**	**2**	**3**	**Plus de 3**
Moins de 20 ans	50	62	53	35	20
De 20 à 29 ans	64	93	67	40	36
De 30 à 39 ans	82	68	32	14	4
De 40 à 49 ans	38	32	20	7	3
50 ans et plus	43	50	35	28	24

Figure 2 : Nombre d'accidents en fonction du groupe d'âge



Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la probabilité qu'un conducteur choisi au hasard…
  - soit âgé de moins de 20 ans et ait été impliqué dans 3 accidents au cours d'une année?

    Réponse : $\left(\frac{35}{1000} = 0{,}035\right)$

  - soit âgé de 30 à 39 ans et ait été impliqué dans au moins un accident au cours d'une année?

    Réponse : $\left(\frac{68+32+14+4}{1000} = 0{,}118\right)$

  - n'ait été impliqué dans aucun accident au cours d'une année?

    Réponse : $\left(\frac{50+64+82+38+43}{1000} = 0{,}277\right)$

- soit âgé de moins de 20 ans ou ait été impliqué dans 3 accidents au cours d'une année?

  Réponse : $\left(\frac{53+62+50+35+20+40+14+7+28}{1000} = 0{,}309\right)$

- En guise de préparation à l'activité suivante, demandez aux élèves de préparer un ensemble de questions reliées aux accidents d'automobile et pour lesquelles ils désirent obtenir des réponses. Les élèves pourraient obtenir des données auprès d'ICBC, de compagnies d'assurances privées, de la GRC ou de la police municipale.

- Vous pourriez suggérer des questions comme celles-ci :
  - Est-il vrai qu'un conducteur risque davantage d'être impliqué dans un accident d'automobile au cours des six premiers mois suivant l'obtention de son permis de conduire qu'à toute autre période subséquente?
  - Quelle est la relation entre le sexe du conducteur et le nombre d'accidents au cours de sa vie entière?
  - Est-il vrai que le nombre d'accidents impliquant au moins une automobile de couleur rouge est moindre que le nombre d'accidents impliquant au moins une automobile de couleur grise?
  - Quelle est la relation entre le nombre d'accidents et l'âge de l'automobile?
  - Quelle est la relation entre le nombre de contraventions pour excès de vitesse et l'âge de l'automobile?
  - Quelle est la relation entre le nombre de contraventions pour excès de vitesse et la marque de l'automobile?
  - Quelle est la relation entre le nombre de contraventions pour excès de vitesse et l'âge du conducteur?
  - Quelle est la relation entre le nombre de contraventions pour excès de vitesse et le sexe du conducteur?

- Déterminez dans quelle mesure les élèves peuvent :
  - formuler leurs questions de façon claire et concise;
  - choisir les variables appropriées;
  - choisir des sources d'information fiables.

Activité 2 : La corrélation entre des variables statistiques

But :

Au cours de cette activité, les élèves établissent des relations entre deux variables statistiques et les représentent graphiquement.

Matériel et équipement :

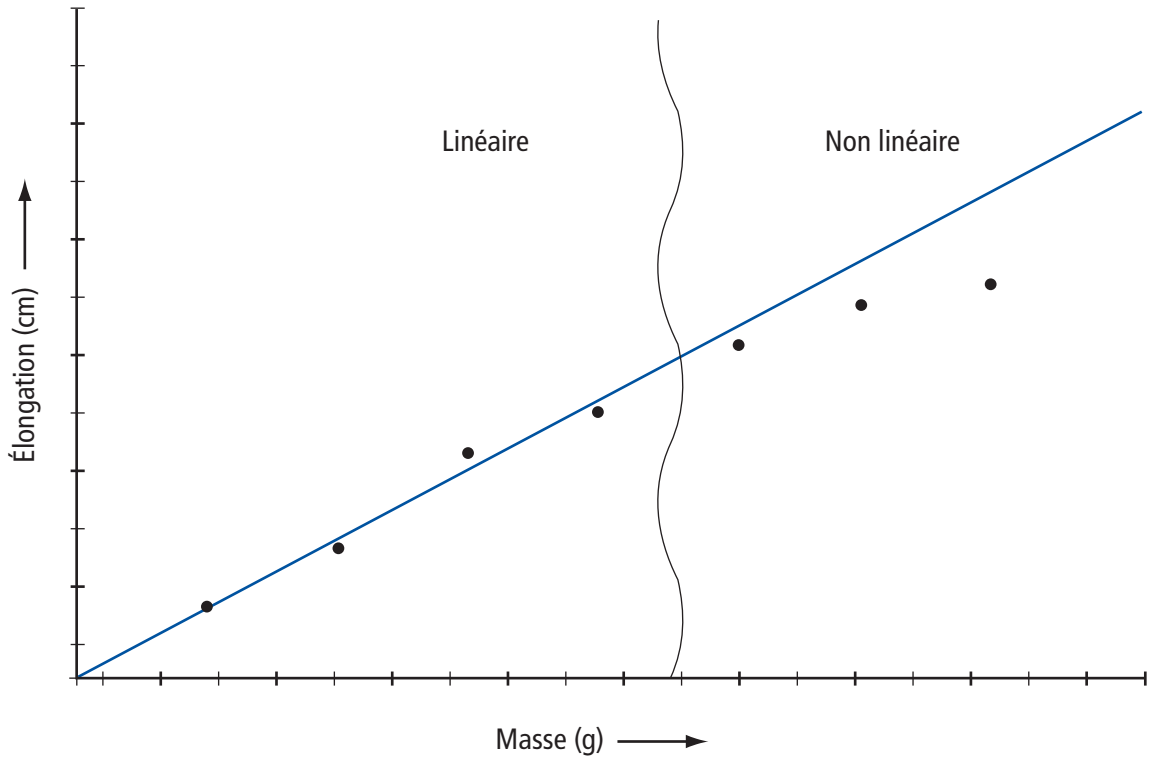
- Calculatrice graphique

Démarche :

- Demandez aux élèves d'imaginer des questions faisant intervenir deux variables sans relation apparente (par exemple, le nombre de contraventions pour excès de vitesse et la couleur de l'automobile, le nombre d'accidents et le quantième du mois).
- Vérifiez avec les élèves si leurs questions sont formulées de manière correcte et précise. Au besoin, aidez les élèves à reformuler leurs questions. Les questions doivent se rapporter à des situations n'impliquant que deux variables.
- Proposez aux élèves des questions qui ne sont pas formulées de façon correcte ou précise, par exemple des questions :
  - qui sont trop générales;
  - qui mettent en jeu plus de deux variables;
  - qui se rapportent à des situations trop précises par rapport à l'information disponible.
- Vérifiez si les élèves ont recueilli l'information suffisante. Dans le cas contraire, suggérez-leur de formuler des hypothèses raisonnables à propos des données manquantes.
- Aidez les élèves à construire correctement leur graphique ou leur diagramme en leur suggérant sur quel axe placer chacune des variables.
- Insistez sur le fait que, bien qu'en théorie la disposition ne soit généralement pas importante, il y a presque toujours une disposition préférable à l'autre du point de vue de la présentation. Par exemple, à la figure 2, le graphique représente le nombre d'accidents selon le groupe d'âge, car la recherche portait sur le nombre d'accidents « en fonction » du groupe d'âge (le nombre d'accidents dépend du groupe d'âge) et non sur le groupe d'âge en fonction du nombre d'accidents. Généralement, on place la variable « dépendante » sur l'axe vertical et la variable « indépendante » sur l'axe horizontal.
- Insistez sur l'importance de bien choisir les unités dans lesquelles les variables sont exprimées et représentées sur les axes. Les unités doivent être choisies de façon à ce que les données couvrent un espace optimal du graphe. Il est de bonne pratique de commencer par esquisser le graphe sur papier, puis d'ajuster les unités des axes au besoin.

- Lorsque les élèves auront terminé leur esquisse, demandez-leur de décrire dans leurs propres mots quel genre de relation semble relier les variables (p. ex. relation linéaire ou constante, absence de relation, progression géométrique, etc.). Ils peuvent ensuite utiliser une règle, une règle flexible ou un « cobra » pour tracer les courbes avec plus de précision. Finalement, demandez-leur de tracer les courbes d'ajustement à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un ordinateur.
- Le cas échéant, demandez aux élèves de diviser le domaine en intervalles pour lesquels la relation est linéaire. Les élèves devront indiquer clairement les bornes de ces intervalles.
- L'activité suivante pourrait s'avérer utile pour discuter de la linéarité d'une relation entre deux variables (ceci peut être une bonne occasion d'impliquer l'enseignant des sciences dans le projet) :
  - Demandez aux élèves de mesurer l'élongation d'un ressort sous l'action de différents poids. Cette activité pourra prendre place soit dans le gymnase avec des extenseurs, soit au laboratoire de sciences avec des dynamomètres ou en classe avec des élastiques attachés à un crochet.
  - Les élèves mesurent l'élongation du ressort et complètent le tableau 6 des feuilles d'activités. Les données recueillies sont ensuite reportées sur un graphique.
  - L'élongation du ressort ou de l'élastique est portée sur le graphique en fonction du poids ou de la force appliquée, tel qu'illustré à la figure 3 ci-dessous.
  - Demandez aux élèves d'utiliser une règle flexible pour tracer la courbe d'ajustement. Ils devraient déterminer l'intervalle sur lequel la relation est linéaire et l'intervalle où la relation cesse de l'être. (Note : Il se peut qu'une discontinuité apparaisse là où le ressort ou l'élastique cesse d'être… élastique; c'est le domaine d'inélasticité).

Figure 3 : Élasticité d'un ressort



Activité 3 : Les relations linéaires

But :

Au cours de cette activité, les élèves en apprennent davantage au sujet des relations linéaires.

Matériel et équipement :

- Calculatrice graphique

Démarche :

Dans certains cas, il suffit, pour faire ressortir une relation linéaire, de changer d'unité ou de modifier une des deux variables en l'élevant au carré si le graphe de la relation ressemble à une parabole.

- Demandez aux élèves de manipuler des graphes. À l'aide de leur calculatrice graphique et en expérimentant des changements de variables (par exemple, en l'élevant au carré, en en prenant la racine carrée), les élèves peuvent transformer certains graphes en droites ou en courbes « linéarisées ».
- Dans d'autres situations, les élèves peuvent utiliser des techniques comme celle des médianes ou la régression linéaire pour linéariser des relations.
- L'exemple suivant peut vous aider à présenter la technique des médianes aux élèves :
  - Lors d'un échantillonnage en juin 1998, les agents de Pêches et Océans Canada ont recueilli les données présentées au tableau 2 au sujet de la longueur et de la masse des crevettes à cette saison.
  - Distribuez une copie du tableau 2 aux élèves et demandez-leur de préparer un diagramme de dispersion en se servant de la figure 6 des feuilles d'activités.
  - Demandez aux élèves s'ils voient une relation entre les deux variables. Demandez-leur ensuite de répartir les crevettes en trois catégories : petites, moyennes et grosses. Ce sont les élèves eux-mêmes qui décideront de la façon de délimiter les catégories de crevettes.
  - Les élèves calculent ensuite la longueur et la masse moyenne (ou la médiane ou le mode) de chacune des catégories de crevettes, puis ils portent ces données sur le graphique.
  - Les élèves compareront leurs résultats entre eux et la classe décidera de la meilleure façon de former les catégories en fonction de la linéarité de la ligne joignant les trois points du graphe.

Tableau 2

Longueur et masse des crevettes

Longueur (cm)	Masse (g)	Longueur (cm)	Masse (g)
7,5	25,7	9,1	27,3
7,6	25,9	9,2	28,0
7,6	26,7	9,5	27,8
7,6	26,8	9,5	27,8
8	26,0	9,5	28,0
8	26,5	9,5	28,3
8	26,8	9,9	27,3
8	27,1	9,9	27,8
8,5	26,3	9,9	27,9
8,5	26,5	10	28,3
8,5	27,5	10,8	28,5
8,5	27,8	11	28,6
9	26,6	11,5	28,1
9	26,7	12	28,5
9	27,0	12	28,7
9	26,8	12,5	28,5
9,1	26,4	13	28,9

- Présentez la méthode de régression linéaire à l'aide de l'exemple suivant. Les données du tableau 3 ont été obtenues d'une banque; elles représentent le montant annuel épargné en fonction du revenu familial annuel.

Tableau 3

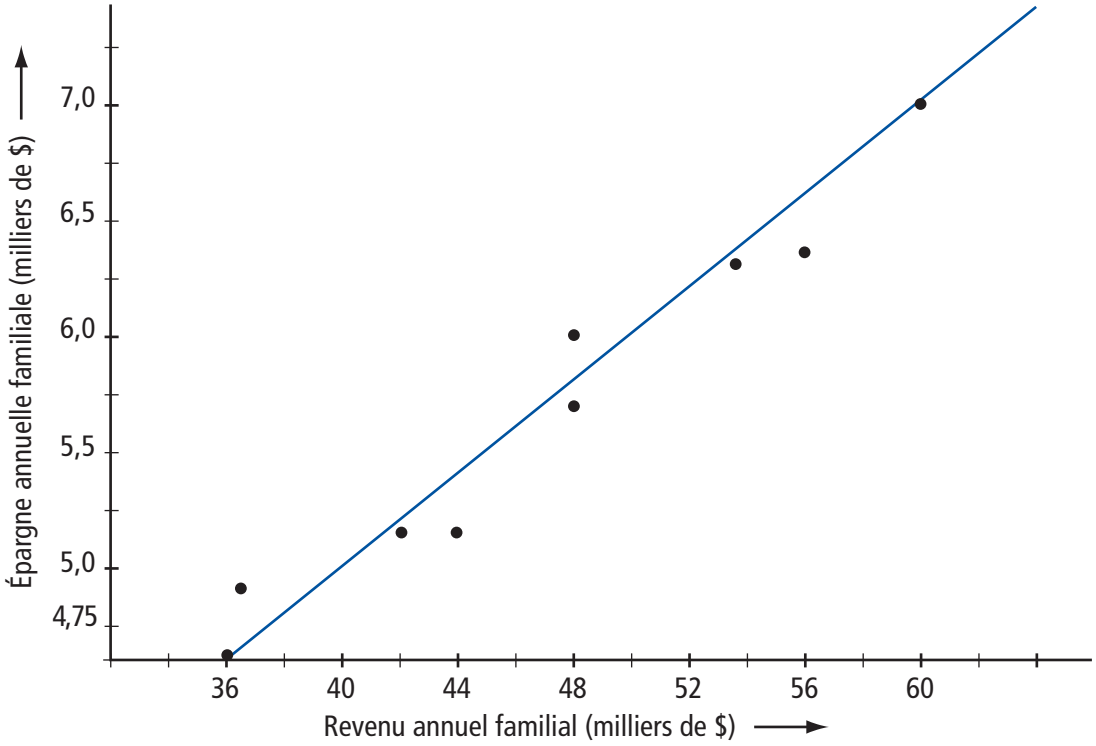
Montant épargné selon le revenu familial annuel

Revenu annuel (milliers de $)	Épargne annuelle (milliers de $)
42	5,2
48	6,0
36	4,6
56	6,3
60	7,1
54	6,3
44	5,2
48	5,7

- Demandez aux élèves de porter les données sur un graphique afin de former un diagramme de dispersion, puis d'esquisser une courbe d'ajustement. Une courbe d'ajustement est une courbe passant aussi près que possible de tous les points du diagramme. On peut suggérer aux élèves d'utiliser une règle et de procéder par tâtonnements jusqu'à ce qu'il y ait autant de points à gauche (en haut) qu'à droite (en bas) de la règle. Les élèves peuvent par la suite raffiner leur droite d'ajustement en déplaçant légèrement la règle pour tenir compte de la distance séparant les points de la règle (idéalement, la somme des distances entre la droite et les points situés au-dessus devrait être égale à la somme des distances entre la droite et les points situés au-dessous).
- La figure 4 ci-après représente la droite d'ajustement obtenue par la méthode de régression linéaire à l'aide d'une calculatrice.

  À ce stade, il est cependant préférable de ne pas demander aux élèves de se servir d'une calculatrice graphique, car ils ne sont pas encore en mesure de comprendre le sens de l'équation de la droite de régression. Vous pouvez néanmoins leur mentionner qu'il existe des moyens systématiques de tracer les droites d'ajustement.

Figure 4 : Droite d'ajustement obtenue par la méthode de régression linéaire



- Demandez aux élèves de recueillir des données anthropométriques auprès de leurs camarades, par exemple l'envergure des bras en fonction de la pointure des chaussures ou la taille des élèves en fonction de l'envergure de leurs bras.
- Après avoir recueilli les données, les élèves préparent un diagramme de dispersion en utilisant le graphique de la figure 7, présenté dans les feuilles d'activités.
- Demandez aux élèves de discuter de la nature de la relation. Par exemple, est-elle linéaire ou non linéaire?
- Demandez aux élèves de regrouper les points de différentes façons et de déterminer la médiane (ou la moyenne, ou le mode) de chaque groupe. Les points ainsi déterminés devraient être situés plus près d'une ligne droite.
- Les élèves devraient effectuer différents regroupements jusqu'à ce que le modèle obtenu puisse être considéré comme un modèle linéaire.
- Les élèves peuvent utiliser leur calculatrice pour effectuer les calculs (moyennes des données) et faire l'essai de la fonction « régression linéaire » de la calculatrice pour vérifier leurs calculs.

Activité 4 : Évaluation

But :

Le but de cette activité d'évaluation est de déterminer dans quelle mesure les élèves peuvent :

- comprendre la portée d'un problème et en reconnaître les variables;
- formuler rigoureusement les questions à résoudre;
- recueillir les données pertinentes;
- représenter les données dans un tableau;
- représenter les données sous forme graphique (le graphique ou diagramme doit comprendre les axes, les unités et les points représentant les données et être coiffé d'un titre);
- utiliser correctement une calculatrice ou un ordinateur;
- reconnaître l'existence d'une relation entre deux variables;
- décrire la relation de façon correcte et concise;
- déterminer le ou les intervalles de linéarité;
- proposer des façons de linéariser une relation (les calculs ne sont pas exigés);
- faire le rapprochement entre le graphe et la question à laquelle ils doivent répondre ou modifier le problème original à la lumière de l'analyse du graphe.

Matériel et équipement :

- Papier quadrillé
- Calculatrice graphique
- Ordinateur et logiciel infographique

Démarche :

- Soumettez aux élèves la liste de paires de variables du tableau 4 et demandez-leur d'en choisir quelques exemples (vous pouvez augmenter cette liste à volonté).
- Demandez aux élèves de formuler une ou deux questions au sujet des paires de variables qu'ils ont choisies.
- Demandez aux élèves de recueillir des données à partir de sources pertinentes ou de concevoir une enquête qui leur permettra de les recueillir eux-mêmes. Dans les deux cas, les élèves doivent indiquer leurs sources d'information.
- Les élèves représentent ensuite leurs données sous forme de tableau et de graphique (ou diagramme). À cette fin, ils peuvent se servir du tableau et du graphique présentés dans les feuilles d'activités. Encouragez-les à utiliser les outils technologiques à leur disposition pour préparer leur présentation.
- Demandez aux élèves de tracer la droite de meilleur ajustement à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel (s'ils en ont à leur disposition).

Tableau 4

Paires de variables (cas général)

Variable 1	Variable 2
Pouls	Consommation d'oxygène
Pouls	Âge
Jour de la semaine	Nombre de contraventions pour excès de vitesse
Nombre de maisons vendues	Mois de l'année
Espérance de vie	Année depuis 1900
Distance entre deux villes importantes	Coût du billet d'avion
Valeur du dollar canadien par rapport au dollar américain	Mois depuis 1996
Taille des élèves de 9e année	Poids des élèves de 9e année
Taux de décrochage scolaire	Années depuis 1990
Mois de l'année	Quantité d'eau consommée par résidence
Couleur de l'automobile	Nombre d'accidents
Nombre de travailleurs indépendants	Nombre d'années depuis 1990
Nombre de maisons unifamiliales ou de condominiums vendus	Prix des maisons unifamiliales ou des condominiums
Distance de l'école	Temps nécessaire pour se rendre à l'école
Pourcentage des électeurs ayant voté pour un parti politique	Nombre de sièges du parti à l'assemblée législative
Taux d'imposition fédéral	Revenu imposable
Record mondial du 100 m	Âge de l'athlète
Glycémie	Heure du jour

- Demandez aux élèves de discuter de la relation entre les deux variables et de présenter une analyse rigoureuse. Cette analyse devrait comprendre la description des deux variables, la description de la relation éventuelle (par exemple, linéaire ou non linéaire), l'intervalle de linéarité et, le cas échéant, la méthode utilisée pour linéariser la relation.
- Demandez aux élèves de préparer un bref rapport au sujet de leurs résultats. Rappelez aux élèves que les critères établis en début d'activité seront utilisés pour évaluer l'unité.

Partie III : Application

Activité 1 : Application des concepts à l'étude des besoins communautaires

But :

À ce stade du projet, les élèves possèdent les outils nécessaires pour réaliser leur sondage et pour analyser les corrélations entre des paires de variables relatives au projet.

À la fin de cette activité, les élèves doivent présenter un rapport sur les besoins récréatifs, culturels et sportifs des jeunes de la collectivité, à partir d'une enquête qu'ils auront menée auprès de jeunes de 13 à 16 ans. Le rapport doit présenter les données recueillies et la méthode employée pour la collecte, représenter et analyser les résultats et émettre des recommandations.

Matériel et équipement :

- Bases de graphiques et de tableaux vierges
- Calculatrice graphique
- Ordinateur avec logiciel graphique

Démarche :

- Demandez aux élèves de modifier et de compléter au besoin la liste des paires de variables relatives au projet (tableau 5) et d'inscrire les paires retenues dans le tableau 7 des feuilles d'activités. Le choix des paires de variables dépendra des objectifs particuliers poursuivis par les élèves dans leur sondage.
- Demandez-leur de formuler autant de questions qu'il faudra pour être en mesure de produire une analyse rigoureuse des besoins récréatifs des jeunes de la collectivité.
- On s'attend à ce que les élèves présentent leurs résultats sous forme de tableaux et de graphiques ou de diagrammes, qu'ils analysent les résultats à partir de relations entre deux variables et qu'ils formulent des recommandations à la classe. Les élèves peuvent créer leur propre format de tableaux ou utiliser le format général de graphique proposé à la figure 7.

  Les résultats devraient être présentés en fonction de variables indépendantes telles que l'âge, le sexe, le quartier de résidence, la distance entre le domicile et le centre, le temps nécessaire pour se rendre de la maison aux installations existantes et ainsi de suite.

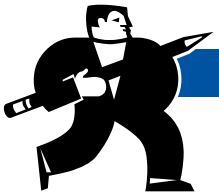
  Les résultats obtenus pourront servir par la suite d'exemples de détermination des relations entre deux variables.

Tableau 5

Paires de variables (reliées au projet de centre récréatif)

Variable 1	Variable 2
Nombre d'heures passées à la bibliothèque	Niveau scolaire
Nombre d'heures par semaine consacrées à des activités récréatives	Distance de la maison à un centre récréatif
Nombre d'heures par semaine consacrées à des activités récréatives	Nombre d'heures par semaine passées au téléphone avec des amis
Distance de la maison à un centre récréatif	Temps nécessaire pour se rendre de la maison au centre
Nombre d'heures passées au téléphone avec des amis	Jour de la semaine
Nombre d'heures par semaine consacrées à des activités récréatives	Temps nécessaire pour se rendre de la maison au centre
Nombre d'heures par semaine consacrées à des activités récréatives	Jour de la semaine
Nombre d'heures par semaine consacrées à des activités récréatives	Âge

- Insistez sur la clarté et la concision des questions du sondage. Les élèves doivent porter une attention particulière aux points suivants :
  - une question par sujet, un sujet par question;
  - la formulation précise des questions (pas d'équivoque);
  - la simplicité;
  - la présence de deux variables claires.



Feuille d'activités : Ressorts et élastiques

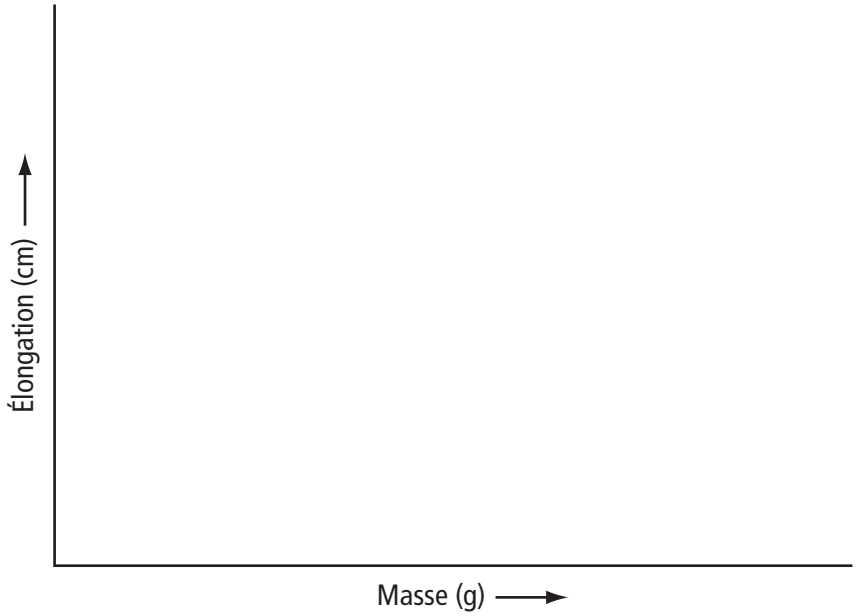
Nom de l'élève : _____ Date : _____

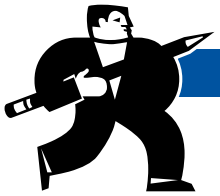
Tableau 6

Ressorts et élastiques

Masse (g)	Élongation (cm)

Figure 5 : Ressorts

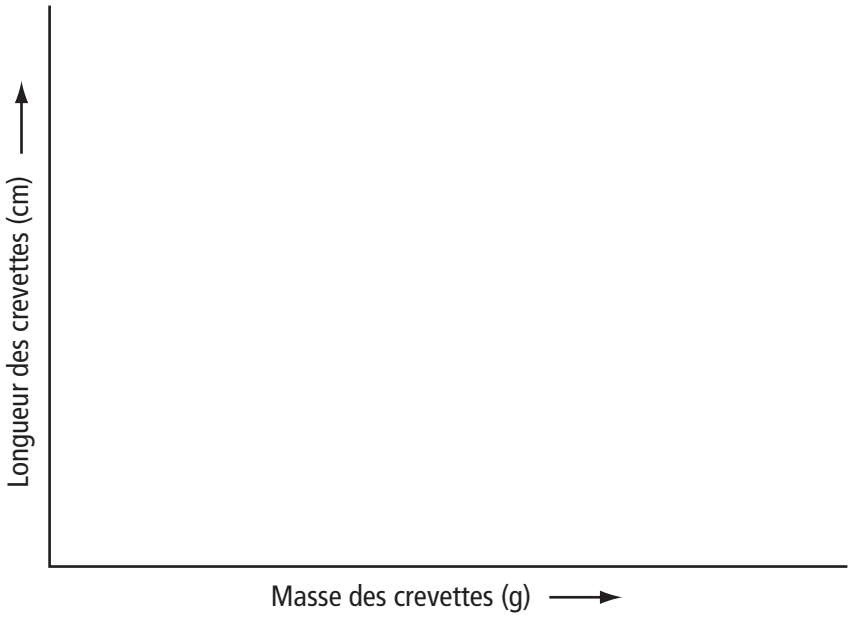


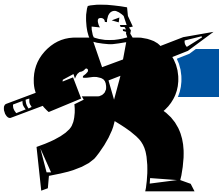


Feuille d'activités : Catégories de crevettes

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Figure 6 : Longueur et masse des crevettes



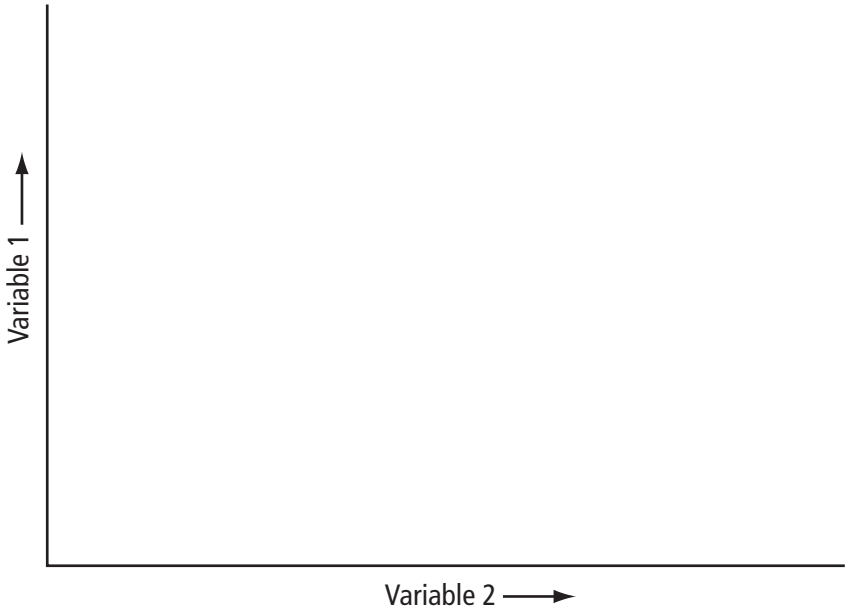


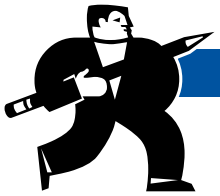
Feuille d'activités : Graphique générique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Le graphique suivant vous sera distribué en autant d'exemplaires que nécessaire.

Figure 7 : Graphique générique





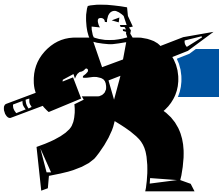
Feuille d'activités : Tableau générique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Tableau 7

Paires de variables reliées au projet

Variable 1	Variable 2



Feuille d'activités : Exemple de sondage

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1. Préparation du sondage

- Renseignements généraux
  - École fréquentée :
  - Année :
  - Nom du contact :
  - Nombre d'élèves :
  - Autre :

- Sujet principal
  - Quelle information spécifique votre groupe doit-il obtenir?

- Informations supplémentaires
  - Quelles informations supplémentaires jugez-vous important d'obtenir? Pourquoi?

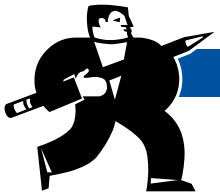
2. Collecte des données

- Déterminez le type et le format du sondage (par exemple, entrevues par téléphone, rencontres personnelles, distribution de questionnaires).

Population et échantillons

- Description de la population que votre groupe doit sonder
  Âge :
  Sexe :
  Autres caractéristiques :

- Description de l'échantillon (nombre de personnes à sonder)
  Âge :
  Sexe :
  Autres caractéristiques :



Feuille d'activités : Exemple de sondage

- Description du pourcentage de l'échantillon
  Âge :
  Sexe :
  Autres caractéristiques :

- Discutez des informations spécifiques que votre groupe doit recueillir au moyen du sondage (par exemple, l'âge du répondant, le nombre d'heures passées à la piscine, le nombre d'heures passées à la bibliothèque).
- Décidez du format de chaque question. Par exemple :
  - Pensez-vous qu'une piscine de 50 m est importante pour la collectivité?
    Pas très importante 1 2 3 4 5 Très importante
- Organisez et regroupez vos questions en sections et déterminez le but visé par chaque section. Cette façon de faire vous sera très utile lors de la compilation de vos résultats.

  Par exemple :

  Section 1 : Renseignements généraux
  - Quel âge avez-vous?
  - Sexe : M F
  - Dans quel quartier résidez-vous?

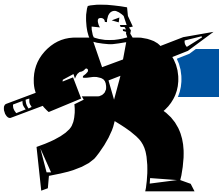
  Section 2 : … (pour le moment, je …)
  - Êtes-vous inscrit à …?
  - Combien d'heures par semaine passez-vous à …?

  Section 3 : … (si …, alors je …)
  - j'irais à … 3, 4, … fois par semaine.

  Section 4 : … (si j'avais le choix entre … et … , je préférerais …)

Conseils pratiques

- Avant de rédiger le questionnaire sous sa forme finale, vérifiez avec votre enseignant s'il existe certaines politiques de l'école ou du district concernant le type d'information que vous voulez obtenir et si vous devez obtenir des autorisations de la part de la direction des écoles où vous voulez effectuer votre sondage.
- Mettez votre questionnaire à l'essai avec des amis et servez-vous de leurs commentaires pour ajuster et raffiner vos questions. Soumettez votre questionnaire à votre enseignant pour obtenir ses commentaires finaux et son « feu vert ».



Feuille d'activités : Exemple de sondage

- Faites suffisamment de copies de votre questionnaire.
- À l'aide d'une liste de contrôle, vérifiez si vous êtes prêts à administrer le sondage.
- Si votre sondage est du type « entrevue », prenez garde de ne pas influencer les répondants. Par exemple, allouez le même temps de réponse à chacun des répondants, posez les questions dans le même ordre à tous les participants, utilisez le même ton de voix neutre et ainsi de suite.

3. Présentation et analyse des résultats

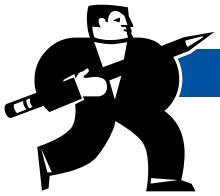
- Choisissez le format le plus approprié pour présenter les résultats de votre sondage. Justifiez ci-dessous votre choix.

- Compilez les résultats par section et construisez des tableaux récapitulatifs avant d'entreprendre la représentation graphique. Construisez un tableau par section et trouvez un titre adéquat à chaque tableau (voir les exemples à la page suivante).
- Effectuez tous les calculs nécessaires (par exemple, le calcul des moyennes, des pourcentages) et tirez les conclusions qui s'imposent.

  - Quelles conclusions pouvez-vous tirer de l'examen des représentations graphiques?

  - Quelles sont les recommandations de votre groupe à l'issue de votre sondage?

- Exemple :
  Votre groupe doit déterminer s'il est nécessaire de construire une nouvelle piscine. Vous pourriez présenter vos résultats de la façon indiquée au tableau 8 et à la figure 8 de la page suivante.



Feuille d'activités : Exemple de sondage

Tableau 8

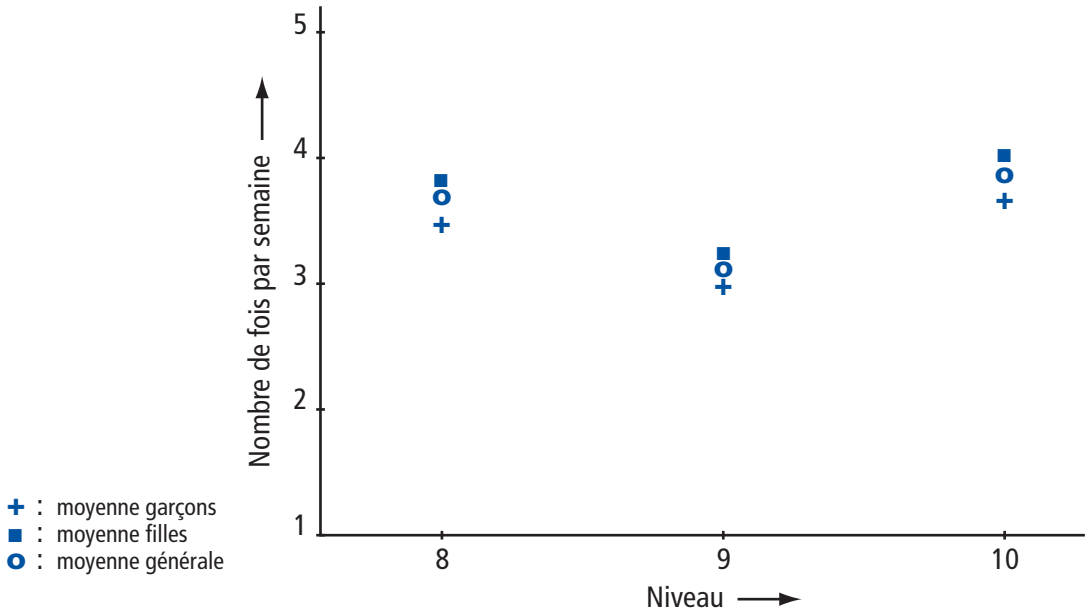
Résultats du sondage sur la construction d'une piscine de 50 m

Année	G	F	Échelle 1	2	3	4	5	Moyenne garçons	Moyenne filles	Moyenne générale	Remarques
8	6	5	0	1	2	2	1	3,5	3,8	3,75	
9	4	7	0	1	2	2	1	3,0	3,2	3,1	
10	6	7	0	1	2	2	1	3,7	4,0	3,85	
Total (moy.)	16	19	0	3	6	6	3			3,57	

Cotes : 1 - pas du tout important
2 - pas très important
3 - moyennement important
4 - important
5 - très important

- Présentez vos résultats sous forme graphique en indiquant clairement ce que chacun des axes représente. Par exemple :

Figure 8 : Fréquence d'utilisation de la piscine par les étudiants, selon le niveau scolaire



- Tirez vos conclusions et rédigez vos recommandations.

Activité 2 : Planification

But :

La classe doit arriver à un consensus concernant le choix des composantes et des caractéristiques d'un centre récréatif pour les jeunes dans leur collectivité en tenant compte des besoins exprimés lors des sondages.

Les élèves décident également de la façon de se répartir les tâches (groupes spécialisés pour chaque tâche à accomplir).

Matériel et équipement :

- Résultats des sondages de tous les groupes

Démarche :

- Aidez les élèves dans leur processus de prise de décision et assurez-vous que les décisions sont prises en tenant compte des résultats des sondages.
- Limitez la durée des discussions. Par exemple, les élèves doivent arriver à un consensus en moins d'une période d'enseignement et l'ébauche du plan d'action devra être rédigée pour la période suivante.
- Préparez pour la période suivante un tableau où sont bien indiquées les composantes et les caractéristiques ainsi que les tâches à accomplir. Assurez-vous que les élèves comprennent bien qui fait quoi, quand et comment. De plus, assurez-vous que le but de chacune des activités (c'est-à-dire le produit final à la fin de l'activité), les concepts mathématiques sous-jacents et leur importance dans le cadre du projet sont bien indiqués.
- Les élèves forment des groupes qui se répartissent les tâches. Les groupes devraient être en contact constant au cours du projet. Chaque groupe doit compléter chacune de ses activités en gardant à l'esprit la tâche particulière qui lui est impartie.

Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet 237

Sommaire du projet 239

Partie I : La triangulation 240

Activité 1 : La triangulation 242
Activité 2 : Le théorème de Pythagore 249

Partie II : Résolution du problème 255

1. Résolution du problème par la trigonométrie 255

Activité 1 : La hauteur d'un arbre 258
Activité 2 : La scène d'un accident 264
Activité 3 : Rampes et pentes 267
Activité 4 : Chirurgie du cerveau 273
Activité 5 : La Grèce antique 274
Activité 6 : Les plans à l'échelle 275

2. Résolution du problème par la géométrie 277

Activité 7 : La hauteur d'un arbre 281
Activité 8 : La mesure d'une pente 284
Activité 9 : Plans à l'échelle et similitude des triangles 285
Activité 10 : Plans à l'échelle et congruence des triangles 287

Partie III : La préparation du plan 288

Activité 1 : Le plan (première esquisse) 290
Activité 2 : Le plan à l'échelle 294

Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

12 à 13 heures

Stratégies d'enseignement :

- Enseignement magistral
- Étude sur le terrain
- Travail de groupe

Applications concrètes :

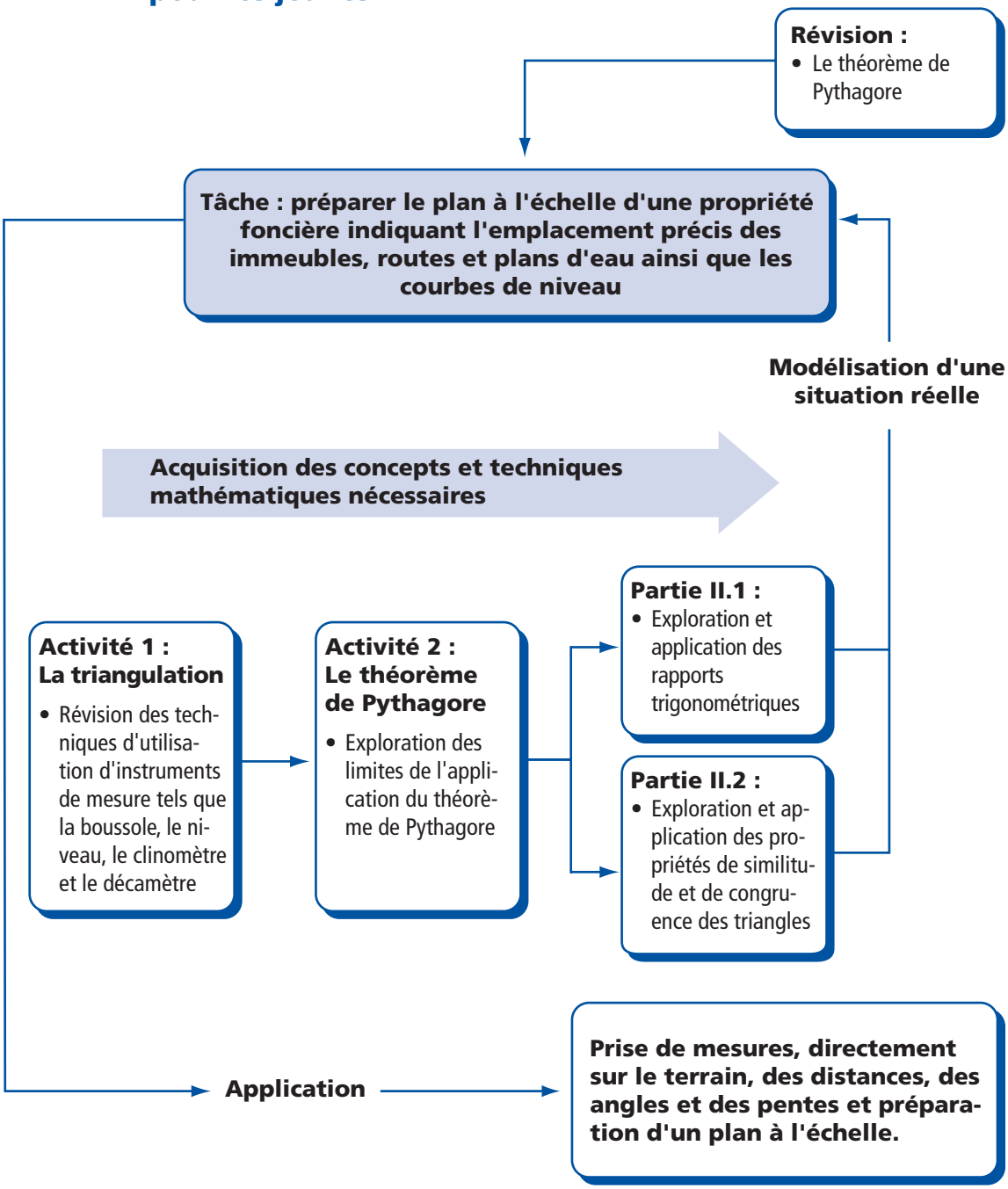
Les applications concrètes des connaissances et des techniques mathématiques et scientifiques introduites dans cette unité peuvent notamment servir aux fins suivantes :

- décrire les activités auxquelles s'adonnent les arpenteurs, les ingénieurs forestiers, les architectes, les bûcherons, les modélistes, et les décorateurs d'intérieur dans le cadre de leur profession;
- utiliser de façon adéquate une carte topographique à des fins récréatives;
- retoucher des patrons de couture et de courtepointes;
- faire le plan de la disposition des chaises et des tables dans une salle de spectacle en vue d'une soirée dansante;
- élaborer les plans d'une cabane d'oiseaux ou d'un meuble pour ensemble audiovisuel.

Schéma du projet :

Le schéma conceptuel (figure 1) de la page suivante vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques et scientifiques présentés dans cette unité. Vous pourrez en outre planifier le projet avec vos élèves à l'aide de ce schéma.

Figure 1 : Projet D : Plan à l'échelle d'un centre récréatif pour les jeunes



Sommaire du projet

La classe doit préparer un plan complet à l'échelle de la propriété foncière choisie. Le plan doit comporter tous les éléments importants : les dimensions, les angles, l'emplacement des immeubles, le tracé des routes, l'emplacement des plans d'eau ou des rivières et les courbes de niveau.

Au point de vue mathématique, ce projet permet aux élèves d'explorer les concepts de trigonométrie et de géométrie dont la compréhension est indispensable à la réalisation de la tâche exigée.

Dans la partie I, les élèves rencontrent les difficultés inhérentes au tracé d'un plan à l'échelle. Ils reconnaissent notamment les limites du théorème de Pythagore dans de telles situations.

Dans la partie II, les élèves explorent de nouveaux concepts dont les applications vont permettre de remédier aux limites du théorème de Pythagore.

Dans la partie III, les élèves mettent en pratique leurs nouvelles connaissances en élaborant le plan complet à l'échelle d'un terrain qui leur a été assigné.

Partie I : La triangulation

But :

Dans cette partie, les élèves rencontrent les difficultés inhérentes au tracé d'un plan à l'échelle d'un terrain. Ils révisent les techniques de triangulation qu'ils connaissent, en particulier l'utilisation du théorème de Pythagore.

Matériel et équipement :

- Une boussole
- Un poteau gradué de 2 m
- Un décamètre ou une corde inextensible avec graduation
- Un pied pour poser les niveaux
- Deux niveaux de 1 m
- Un rapporteur
- Un clinomètre (ou un instrument tel que celui proposé à la figure 4)
- Un ensemble de géométrie (règle, crayons, compas, équerre, rapporteur)

Démarche :

- On choisira de préférence un terrain de forme et de relief irréguliers. La présence d'obstacles (par exemple, des buissons, un ruisseau ou une rivière, un étang ou un lac, des immeubles) oblige les élèves à explorer des techniques de mesure indirecte. Les tâches à accomplir doivent comprendre des mesures de distances, d'angles et de niveaux.
- Demandez aux élèves de proposer des façons de mesurer la distance entre deux points et l'orientation de la droite qui relie ces deux points par rapport à une droite de référence lorsqu'il est impossible d'apercevoir un des points à partir de l'autre point ou lorsqu'un des points est inaccessible.
- Rattachez les suggestions des élèves au projet en donnant des exemples de situations où ces techniques de mesure indirecte sont nécessaires.
- Suggestions pour aborder les techniques de mesure indirecte :
  - Projetez un document vidéo ou demandez à un arpenteur de venir faire une présentation devant la classe.
  - Relatez l'évolution des techniques d'arpentage et les origines de la trigonométrie. Le mot « trigonométrie » vient des racines latines d'origine grecque *trigone* (triangle) et *metron* (mesure). Les techniques de mesure utilisant les propriétés des triangles furent découvertes par les Grecs de l'Antiquité, qui s'en servaient principalement pour calculer des distances et des angles en astronomie. Trouvez des exemples dans l'histoire des mathématiques pour montrer aux élèves comment et dans quel contexte ces techniques furent découvertes.

- Donnez aux élèves quelques exemples où les techniques de triangulation sont indispensables et insistez sur la similarité de ces problèmes notamment en ce qui touche la nécessité d'utiliser des techniques de mesure indirecte.
  - Les travailleurs forestiers doivent régulièrement estimer la hauteur d'un arbre avant de le couper afin de prévoir l'endroit où le sommet de l'arbre va toucher le sol ou de prévoir si l'arbre va tomber sur une ligne de transmission ou s'il va accrocher un autre arbre au cours de sa chute. Les travailleurs forestiers utilisent un instrument appelé clinomètre pour estimer la hauteur des arbres. Faites une démonstration d'un clinomètre devant les élèves ou demandez-leur de fabriquer un instrument semblable (voir la figure 4).
  - En arpentage, on doit mesurer des distances entre deux points et l'orientation d'une droite par rapport à une autre. Dans bien des cas, un des points n'est pas accessible ou ne peut être « vu » à partir de l'autre point. Les arpenteurs doivent alors utiliser des techniques trigonométriques (si possible, montrez aux élèves un théodolite et faites-en la démonstration). Ces techniques ont dû être utilisées souvent durant la construction des lignes de chemin de fer au 19e siècle et, plus récemment, lors du tracé du tunnel sous la Manche entre l'Angleterre et la France.
  - Les enquêteurs responsables de l'analyse des causes d'un accident d'automobile doivent également appliquer ces techniques de mesure indirecte pour déterminer la vitesse d'un véhicule lors de l'impact ou pour préparer des schémas qui serviront de preuve au tribunal. Montrez aux élèves des photos d'accidents d'automobile ainsi que des schémas représentant les circonstances et le déroulement de l'accident.
  - De toute évidence, les astronomes ne peuvent pas mesurer directement les distances entre les planètes (en marchant d'une planète à l'autre). Ils doivent donc utiliser des techniques indirectes. Montrez aux élèves une illustration montrant comment Érathosthène a pu calculer le rayon de la Terre en 195 avant J.-C.
  - Les neurochirurgiens ne peuvent pas mesurer directement les distances et les angles à l'intérieur du cerveau avant d'effectuer une opération au laser. Montrez un exemple de la façon dont ces mesures sont prises avant d'effectuer une opération.
  - Les dentistes doivent effectuer de nombreuses mesures indirectes pour analyser les radiographies de la mâchoire d'un patient avant de construire des dentiers ou des appareils orthodontiques. Demandez à un dentiste de vous fournir des radiographies montrant les mesures effectuées par triangulation.
  - En navigation de plaisance, la localisation précise de la position d'un bateau nécessite une bonne compréhension des concepts de trigonométrie. Présentez aux élèves quelques exemples de cartes marines. Vous pourriez également leur montrer comment on utilise un sextant.

- Demandez aux élèves de trouver d'autres exemples d'utilisation des techniques de triangulation (voir la feuille d'activités « Recherche »).

- Posez aux élèves des questions comme celles-ci :
  - Qu'est-ce que la triangulation?
  - Pourquoi le calcul des angles est-il plus facile et plus précis que celui des distances?
  - Quelle est l'utilité des rapports trigonométriques en arpentage?
  - Pourquoi la similitude et la congruence des triangles sont-elles des concepts aussi importants en arpentage?

Activité 1 : La triangulation

But :

Au cours de cette activité, les élèves utiliseront la triangulation pour mesurer une distance entre deux points qui ne sont pas visibles l'un de l'autre.

Matériel et équipement :

- Une boussole
- Un poteau gradué de 2 m
- Un décamètre ou une corde inextensible avec graduation
- Un pied pour poser les niveaux
- Deux niveaux de 1 m
- Un rapporteur
- Un clinomètre (ou un instrument tel que celui proposé à la figure 4)
- Un ensemble de géométrie (règle, crayons, compas, équerre, rapporteur)

Démarche :

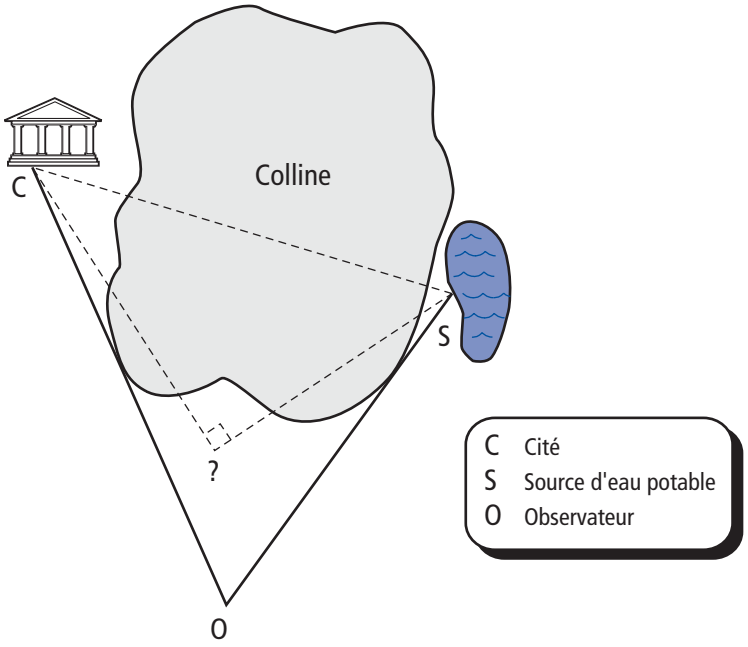
La situation suivante sert de contexte :

> À cause d'un accroissement de la population, une cité de la Grèce antique s'est trouvée confrontée à un problème d'approvisionnement en eau potable. Les habitants décidèrent que l'eau devrait être acheminée à la cité à partir d'une source d'eau potable située dans les montagnes avoisinantes. Or une colline séparait la cité de la source et la seule solution était de creuser un tunnel à travers la colline. En creusant de part et d'autre de la colline, il fallait que les ouvriers se rencontrent en un point précis au milieu de la colline (voir la figure 2 ci-après).

- Comment les arpenteurs ont-ils pu planifier le tracé du tunnel de façon à ce que les deux équipes d'ouvriers se rencontrent au point prévu? Il faut se rappeler que les Grecs de l'Antiquité ne connaissaient ni les signaux radio ni les autres instruments de mesure modernes. Néanmoins, ils furent en mesure de trouver une méthode pour résoudre le problème.
- Pour les arpenteurs, le problème à résoudre consiste à déterminer la direction de la droite joignant les points C et S lorsqu'on ne peut « voir » un des deux points à partir de l'autre point à cause de la présence de la colline.
- Demandez aux élèves de faire un inventaire des concepts et des techniques qu'ils connaissent et qui pourraient servir à résoudre ce problème. Par exemple, ils pourraient se rappeler le théorème de Pythagore; celui-ci leur permet de trouver le troisième côté d'un triangle rectangle lorsque les deux autres côtés sont connus.

  Cependant, dans la situation présente, l'application du théorème de Pythagore nécessite la connaissance des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle

Figure 2 : Approvisionnement en eau potable d'une cité de la Grèce antique



dont l'hypoténuse serait *CS*. Comment tracer un tel triangle rectangle? Existe-t-il plusieurs triangles rectangles ayant *CS* comme hypoténuse? Comment tracer ces côtés sur le terrain? Comment mesurer les angles?

- Montrez aux élèves qu'il existe plusieurs triangles rectangles ayant CS pour hypoténuse. Dans chacun de ces triangles rectangles, les angles que forment l'hypoténuse et les côtés de l'angle droit sont différents (on pourrait mentionner aux élèves que pour tous les triangles rectangles, le sommet opposé à l'hypoténuse est toujours situé sur la circonférence du cercle de diamètre *CS*). Proposez l'idée qu'il est nécessaire dans une situation telle que celle-ci de trouver une relation entre les angles et les longueurs des côtés.
- Présentez aux élèves le schéma de la situation illustrée à la figure 2 ci-dessus, où il n'est pas possible de construire un triangle rectangle de sorte que l'observateur *O* puisse « voir » les points *C* et *S* simultanément. Pour que *C* et *S* soient « visibles » simultanément de *O*, les seuls triangles possibles sont des triangles non rectangles.
- Demandez aux élèves d'imaginer des façons d'approcher ce problème. Expliquez le concept de similitude entre des triangles et montrez aux élèves comment on pourrait résoudre le problème en calculant les rapports entre côtés correspondants. Au cours de la discussion, faites en sorte que les élèves découvrent la congruence des angles correspondants dans des triangles semblables.

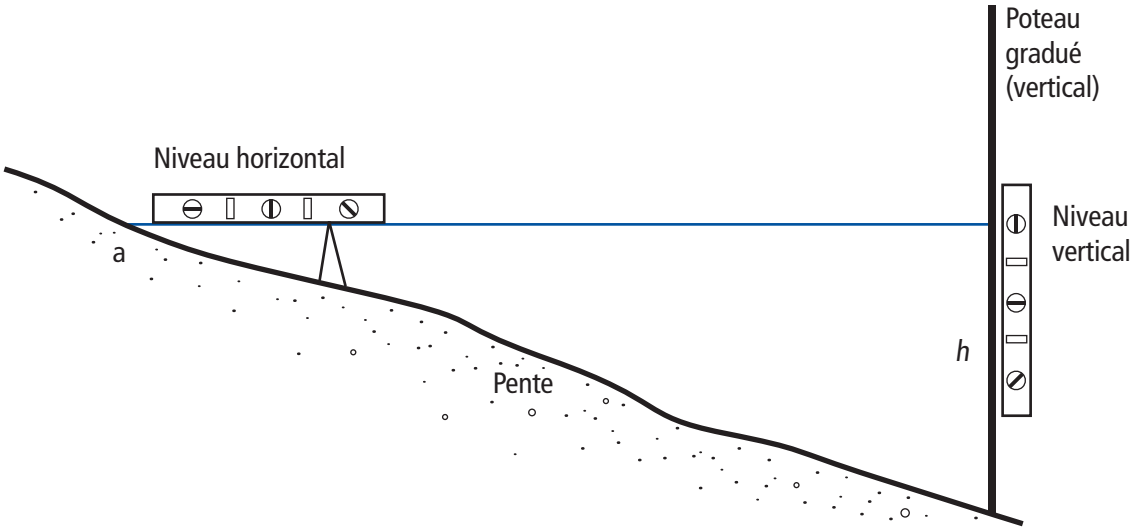
Démonstration sur le terrain :

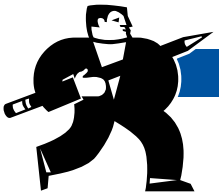
Dans la cour d'école, faites la démonstration de l'utilisation correcte d'instruments de mesure tels que la boussole, le niveau, le clinomètre et le décamètre. Demandez par exemple aux élèves de repérer deux points *C* et *S* tels qu'il soit impossible de « voir » un des points à partir de l'autre (présence entre les deux points d'un obstacle comme un immeuble ou une colline). Écartez-vous de l'obstacle avec la boussole jusqu'à ce qu'il soit possible de « voir » *C* et *S* sous un angle droit. Demandez aux élèves de mesurer les distances *OC* et *OS*. Marchez ensuite sur un arc de cercle passant par *O* (on s'assurera de marcher le long d'un arc de cercle en maintenant l'angle droit) et demandez aux élèves de mesurer les distances *OC* et *OS* pour différents emplacements du point *O*.

Les niveaux peuvent être utilisés pour mesurer une pente. Le montage est illustré à la figure 3 ci-dessous.

Faites une démonstration de l'emploi du clinomètre pour mesurer une hauteur (par exemple, un arbre).

Figure 3 : Niveaux





Feuille d'activités : La triangulation

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Qu'est-ce que la triangulation?

Au cours de cette activité, vous apprendrez à mesurer des distances et des angles entre des points invisibles l'un de l'autre. Ce sont des problèmes que le théorème de Pythagore ne permet pas de résoudre.

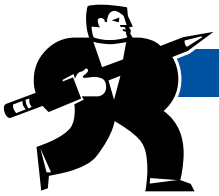
Vous dériverez par la suite des formules qui vous permettront de déterminer la longueur d'un côté de l'angle droit dans un triangle rectangle. On appelle ces formules les rapports trigonométriques d'un triangle rectangle.

Les techniques que vous allez apprendre sont nécessaires pour mesurer des distances et des angles sur le terrain. Ces formules sont utilisées systématiquement par les arpenteurs, par les enquêteurs de la police après un accident d'automobile et même par les dentistes et les neurochirurgiens.

Pourquoi utiliser la triangulation?

Exemples :

- Dans l'industrie forestière, il faut souvent estimer la hauteur d'un arbre avant de l'abattre. Il faut entre autres connaître la réponse à des questions comme celles-ci : « Où la tête de l'arbre va-t-elle tomber? », « En tombant, est-ce que l'arbre va toucher la ligne de transmission ou endommager un autre arbre? »
- Les arpenteurs doivent souvent mesurer l'angle entre deux droites ou l'orientation d'une droite lorsque les extrémités ne sont pas visibles en même temps.
- Les enquêteurs doivent régulièrement faire appel à des techniques de mesure indirecte pour évaluer la vitesse d'une automobile lors d'un accident et pour préparer des rapports incluant des plans à l'échelle qui serviront de preuve au tribunal.
- Les astronomes ne peuvent évidemment pas mesurer directement les distances entre les planètes. Ils doivent donc utiliser des mesures indirectes.
- Les neurochirurgiens ne peuvent pas mesurer les distances et les angles directement à l'intérieur du cerveau des patients avant d'effectuer une opération.
- Les dentistes doivent utiliser des techniques de mesure indirecte pour analyser les radiographies des mâchoires avant de façonner des dentiers ou des appareils orthodontiques.

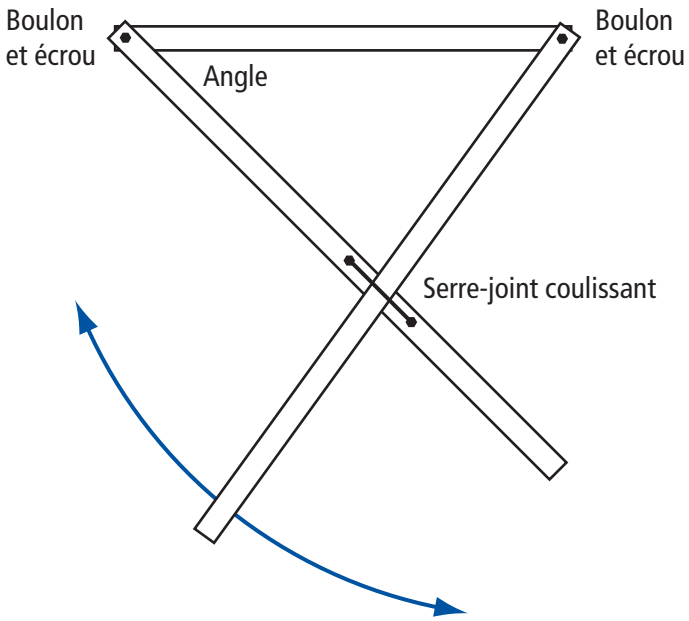


Feuille d'activités : La triangulation

Matériel et équipement :

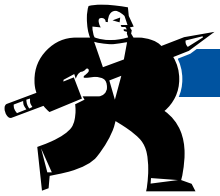
- Une boussole
- Un poteau gradué de 2 m
- Un décamètre ou une corde inextensible avec graduation
- Un pied pour poser les niveaux
- Deux niveaux de 1 m
- Un rapporteur
- Un clinomètre (voir la figure 4)
- Un ensemble de géométrie (règle, crayons, compas, équerre, rapporteur)
- Du papier quadrillé

Figure 4 : Clinomètre



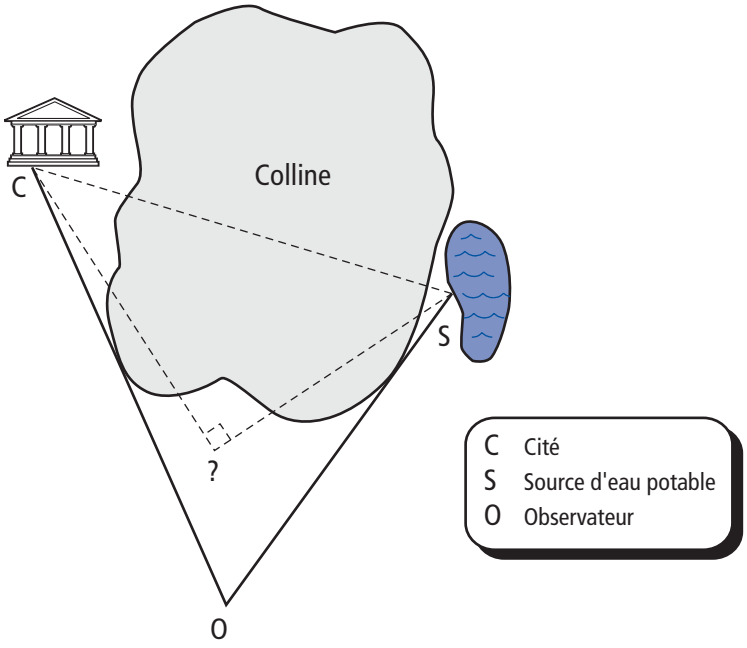
Proposez une stratégie pour résoudre le problème suivant :

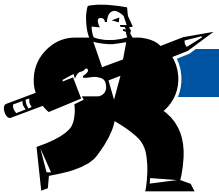
À cause d'un accroissement de sa population, une cité de la Grèce antique a un problème d'approvisionnement en eau potable. Il faudra acheminer à la cité l'eau d'une source d'eau potable située dans les montagnes avoisinantes. Or une colline sépare la cité de la source et la seule solution est de creuser un tunnel à travers la colline. Il faut que les ouvriers qui creusent de part et d'autre de la colline se rencontrent en un point précis (voir la figure 5 ci-après). Comment s'y prendront-ils?



Feuille d'activités : La triangulation

Figure 5 : Approvisionnement en eau potable d'une cité de la Grèce antique





Feuille d'activités : Recherche

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Sur Internet, dans une revue ou dans un journal, trouvez une photo ou une illustration d'une situation où il faut mesurer une distance ou une longueur, mais où il est impossible de le faire directement. Collez une reproduction de cette illustration ci-dessous, décrivez les mesures et tracez un schéma montrant comment on peut mesurer la distance à l'aide des propriétés des triangles.

Illustration :

L'illustration représente :

Cette illustration provient de la source suivante :

Description des mesures :

Schéma illustrant l'application des propriétés des triangles à cette situation :

Activité 2 : Le théorème de Pythagore

But :

Au cours de cette activité, les élèves appliqueront le théorème de Pythagore.

Matériel et équipement :

- Feuilles d'activités

Démarche :

- Au besoin, révisez le théorème de Pythagore et vérifiez si les élèves :
  - comprennent la formulation du théorème (voir Mathématiques 8 – La forme et l'espace);
  - peuvent utiliser correctement leur calculatrice pour calculer la racine carrée de nombres décimaux.
- Proposez la situation suivante aux élèves :

  Lorsqu'on connaît la mesure des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, on peut calculer la longueur du troisième côté à l'aide du théorème de Pythagore. Le théorème s'énonce de la façon suivante :

  Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

  $$c^2 = a^2 + b^2$$

  ou $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

- La figure 6 représente la scène d'un accident. On a mesuré la hauteur de la falaise : $a = 18{,}75$ m. L'automobile s'est écrasée à une distance $b = 9{,}14$ m du pied de la falaise. La longueur de l'hypoténuse c est :

  $$c = \sqrt{351{,}56 + 83{,}54}$$

  $$c = \sqrt{435{,}10}$$

  $$c = 20{,}86 \text{ m}$$

- Vérifiez si les élèves savent reconnaître l'hypoténuse et les côtés de l'angle droit du triangle rectangle. Vérifiez également si les élèves inscrivent correctement les nombres dans leur calculatrice et utilisent la touche « racine carrée » de la bonne façon.
- Rappelez aux élèves que la longueur de l'hypoténuse est toujours plus grande que celle de chacun des deux côtés de l'angle droit. Demandez-leur pourquoi. Demandez-leur enfin d'estimer la longueur de l'hypoténuse à partir de la figure.

- Assurez-vous que les élèves utilisent correctement leur calculatrice et qu'ils arrondissent le résultat avec le nombre de décimales approprié (dans ce cas-ci, à la deuxième décimale). Peuvent-ils trouver le résultat en un nombre minimal d'opérations?
- Renforcez la compréhension du théorème de Pythagore à l'aide du problème suivant :

  On peut calculer la longueur d'un côté de l'angle droit à partir de la longueur de l'hypoténuse et de celle de l'autre côté de l'angle droit. L'enquêteur a pu mesurer, avec un décamètre, la longueur de la falaise (l'hypoténuse c du triangle rectangle) ainsi que sa hauteur (le côté a de l'angle droit) :

  $c = 20{,}86$ m
  $a = 18{,}75$ m
- À l'aide du théorème de Pythagore, prouvez que la longueur de l'autre côté est $b = 9{,}14$ m.
- Assurez-vous que les élèves savent appliquer le théorème de Pythagore correctement. Demandez-leur d'estimer d'abord le résultat à partir de la figure et en se rappelant que le côté de l'angle droit doit être plus petit que l'hypoténuse. Vous pouvez mentionner que s'ils effectuent la mauvaise soustraction, ils obtiendront une réponse négative et lorsqu'ils essaieront de trouver la racine carrée avec leur calculatrice, ils verront apparaître un message d'erreur.
- Lorsque les élèves appliquent le théorème de Pythagore, assurez-vous qu'ils se rendent compte que les situations ont un point en commun : à partir de la longueur de deux côtés, on calcule la longueur du troisième côté.

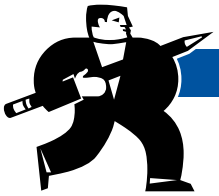
  Vous pouvez évaluer les connaissances des élèves et leur aptitude à utiliser des techniques mathématiques en utilisant une grille d'évaluation comme celle de la page suivante (tableau 1).

Tableau 1

Évaluation des connaissances acquises

Code	Critère	Cote	Commentaires

Le code se rapporte aux résultats d'apprentissage prescrits de l'annexe A. Vous pouvez y ajouter d'autres critères au besoin.



Feuille d'activités : Le théorème de Pythagore

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Lorsqu'on connaît les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, on peut calculer la longueur du troisième côté à l'aide du théorème de Pythagore.

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

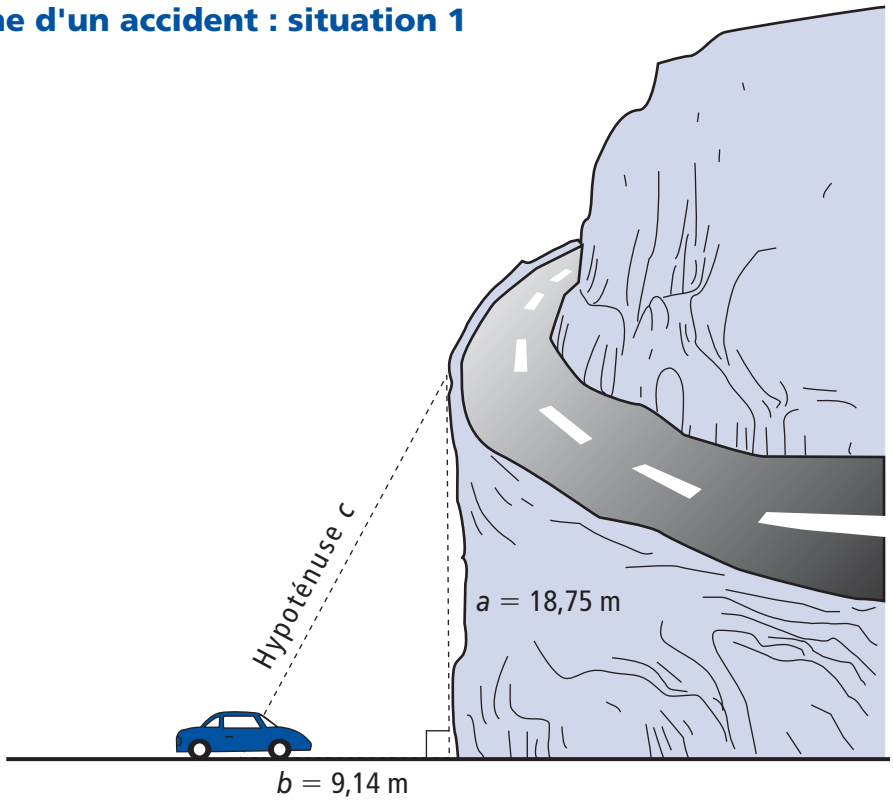
ou $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

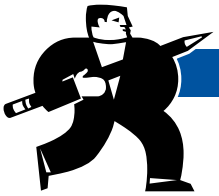
La scène d'un accident : situation 1

Observez la figure 6 ci-dessous. La falaise a une hauteur $a = 18{,}75$ m. La distance entre l'endroit où l'automobile s'est écrasée et le pied de la falaise est $b = 9{,}14$ m. La longueur de l'hypoténuse c est :

$c =$ _____

Figure 6 : Scène d'un accident : situation 1





Feuille d'activités : Le théorème de Pythagore

La scène d'un accident : situation 2

Lorsqu'on connaît la longueur d'un côté de l'angle droit et la longueur de l'hypoténuse, on peut calculer la longueur du deuxième côté de l'angle droit à l'aide du théorème de Pythagore.

Observez la figure 7 ci-dessous. La longueur c (hypoténuse) de la falaise est $c = 20{,}86$ m. Cette longueur a été mesurée par l'enquêteur à l'aide d'un décamètre. La hauteur de la falaise est $a = 18{,}75$ m. La hauteur a été obtenue à partir des plans qui ont servi à construire la route.

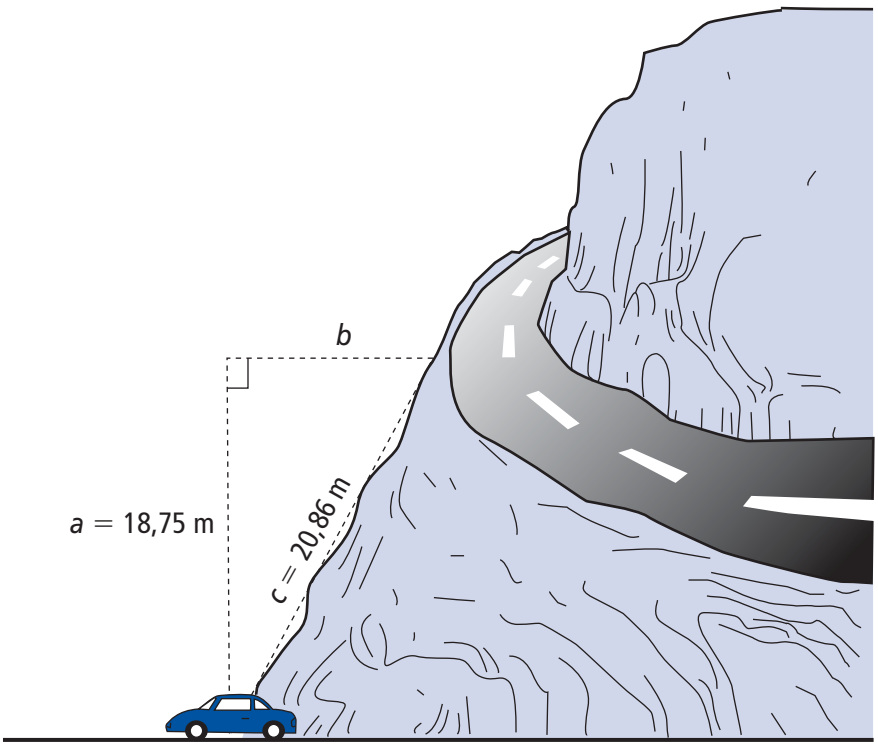
$c = 20{,}86$ m
$a = 18{,}75$ m

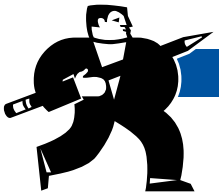
Utilisez le théorème de Pythagore pour calculer la longueur b :

$b =$ _____

b représente la distance horizontale parcourue par l'automobile après avoir quitté la route. Il est important de connaître cette distance pour établir à quelle vitesse le véhicule roulait lors de l'accident.

Figure 7 : Scène d'un accident : situation 2





Feuille d'activités : Le théorème de Pythagore

Décrivez d'autres situations où le théorème de Pythagore peut être utile. Faites un dessin qui illustre les situations.

Décrivez une situation où le théorème de Pythagore ne peut s'appliquer.

En quoi ces deux types de situations diffèrent-elles?

Partie II
1. Résolution du problème par la trigonométrie

But :

Les élèves étudient d'abord la définition de la tangente d'un angle à partir de mises en situation. Ils prennent des mesures, ils représentent graphiquement les relations entre deux distances, puis ils dérivent la formule de la tangente. Ce nouveau concept est rendu nécessaire par l'impossibilité de résoudre certains types de problèmes uniquement en appliquant le théorème de Pythagore.

Les élèves se rendent ensuite compte que la tangente d'un angle en tant que rapport des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle ne permet pas de résoudre certains types de problèmes. Ils étudient alors les autres rapports trigonométriques. Ceux-ci s'avèrent indispensables dans des situations où l'on veut par exemple déterminer la longueur de l'hypoténuse lorsqu'on connaît un angle et la longueur d'un des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle. Il est cependant à noter qu'on peut résoudre ce genre de problème en utilisant à la fois le rapport de la tangente et le théorème de Pythagore. Cette façon de procéder nécessite toutefois des calculs plus longs.

Cette activité sert soit à renforcer, soit à évaluer les résultats d'apprentissage de la composante « Régularités et relations » de l'annexe A.

Matériel et équipement :

- Un clinomètre
- Une boussole
- Un poteau gradué de 2 m
- Un décamètre ou une corde inextensible avec graduation
- Un pied pour poser les niveaux
- Deux niveaux de 1 m
- Un rapporteur
- Une calculatrice scientifique

Démarche :

- Les élèves ont trouvé des situations où on ne peut pas appliquer le théorème de Pythagore. Tel est le cas par exemple lorsqu'on doit calculer la hauteur d'un arbre ou d'un mât sans pouvoir les mesurer directement. Encouragez les élèves à trouver dans quelles circonstances il est nécessaire de calculer une hauteur. Par exemple, lorsqu'on doit abattre un arbre mort, il faut connaître sa hauteur pour décider de quel côté le faire tomber lorsqu'on le coupera, afin d'éviter les accidents. Deman-

dez aux élèves d'estimer la hauteur d'un arbre. Pour ce faire, ils pourraient par exemple comparer la hauteur de l'arbre à la hauteur d'une structure voisine dont la hauteur est connue.

- Vérifiez si les élèves savent utiliser correctement leur clinomètre et vérifiez s'ils ont complété le tableau 2 (feuille d'activités « Mesure de la hauteur d'un arbre ») en y inscrivant les distances mesurées au décamètre et les angles mesurés à l'aide d'un rapporteur et de leur clinomètre.
- Les élèves ont-ils déduit que l'angle de visée sera près de 0° s'ils le mesurent à partir d'un point très éloigné du pied de l'arbre? Comprennent-ils que cet angle sera d'environ 90° s'ils le mesurent à partir du pied de l'arbre?
- Prenez en note les détails fournis par les élèves lorsqu'ils expriment la relation entre la distance et l'angle. Est-ce qu'ils se rendent compte que la relation n'est pas linéaire (par exemple, si la distance double, l'angle ne double pas nécessairement)? De plus, est-ce qu'ils s'aperçoivent que l'angle varie différemment lorsque la distance varie? Très loin de l'arbre, l'angle ne varie que très peu alors que, près du pied de l'arbre, l'angle varie rapidement.
- Encouragez les élèves à se servir de l'information ci-dessus lorsqu'ils représentent graphiquement la relation entre la distance et l'angle. Ils devraient comprendre que la distance augmente indéfiniment lorsque l'angle se rapproche de 0°. Demandez-leur de commenter la situation lorsque l'angle est égal à 0°.
- Cette représentation d'une relation est beaucoup plus abstraite que la représentation numérique de la table des valeurs et certains élèves peuvent éprouver de la difficulté à en saisir le sens. Aidez-les à comparer cette relation avec la représentation d'une relation linéaire représentée sur le même graphique et indiquez-leur en quoi ces deux types de relations diffèrent.

  Certains élèves auront besoin que vous utilisiez des nombres pour représenter la relation.
- Faites une démonstration de l'emploi de la fonction [TAN] d'une calculatrice. Certaines calculatrices offrent un choix d'unités d'angle (degrés, radians et grades). Veillez à ce que les élèves utilisent le mode [DEG] de leur calculatrice. Ils devraient arrondir leurs résultats à la troisième décimale.
- Demandez aux élèves de compléter le tableau 3 de la feuille d'activités. Ils devraient compléter d'abord la première et la troisième colonne (respectivement, les angles et les distances), puis effectuer le nombre minimal d'opérations sur la calculatrice :

  Angle [TAN] × distance [=]

  Combien de décimales significatives faut-il retenir pour exprimer le résultat? La tangente est arrondie à la troisième décimale et la distance, à la deuxième décimale. La réponse devrait être arrondie à la deuxième décimale (demandez aux élèves d'utiliser les règles d'arrondissement des nombres décimaux).

  Les réponses de la dernière colonne devraient être presque identiques. Observez comment les élèves en arrivent à cette conclusion. Les distances et les angles varient; la seule quantité qui reste constante est la hauteur de l'arbre.

- Les élèves devraient être en mesure d'exprimer la relation dans leurs propres mots. Par exemple :

  « Si je multiplie la distance qui me sépare de l'arbre par la tangente de l'angle sous lequel je vois le haut de l'arbre, j'obtiens la hauteur de l'arbre quelle que soit la distance qui me sépare de l'arbre. »

- Les élèves devraient aussi être capables de représenter la relation sous forme algébrique. Soit d la distance, A l'angle et H la hauteur, alors :

  $$d \times \text{tg}\, A = H$$

- Donnez quelques angles aux élèves et demandez-leur de calculer le rapport de la tangente avec leur calculatrice. Demandez-leur d'expliquer pourquoi le message « erreur » apparaît sur la calculatrice lorsqu'ils calculent la tangente de 90° (rappelez-leur le graphe au besoin).

- Encouragez les élèves à manipuler la formule de la tangente afin de dériver une expression permettant de calculer d et une expression permettant de calculer tg A :

  $$d = \frac{H}{\text{tg}\, A} \quad \text{et} \quad \text{tg}\, A = \frac{H}{D}$$

  Dans certains cas, il est préférable d'exprimer la tangente d'un angle en fonction des côtés de l'angle droit (côtés adjacent et opposé à l'angle) :

  $$\text{tg}\, A = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

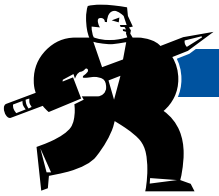
  Les élèves peuvent ensuite enregistrer leurs données sur la feuille d'activités.

- Demandez aux élèves de résoudre les trois problèmes posés dans la feuille d'activités « Mesure de la hauteur d'un arbre » et d'imaginer des situations qu'on peut modéliser par ces schémas.

Évaluation :

Pendant que les élèves travaillent à cette activité, évaluez de façon informelle dans quelle mesure ils peuvent :

- saisir la pertinence de cette activité dans le cadre du projet;
- reconnaître des situations où le théorème de Pythagore ne peut pas servir à résoudre un problème concret;
- reconnaître des situations où le rapport de la tangente peut servir à résoudre un problème concret;
- exprimer la tangente d'un angle d'un triangle rectangle sous la forme du rapport entre la longueur du côté opposé et la longueur du côté adjacent de l'angle;
- utiliser correctement leur calculatrice pour calculer la tangente d'un angle;
- arrondir leur résultat à la troisième décimale;
- manipuler la formule de la tangente de façon à exprimer une des trois quantités en fonction des deux autres.



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

Nom de l'élève : _____ Date : _____

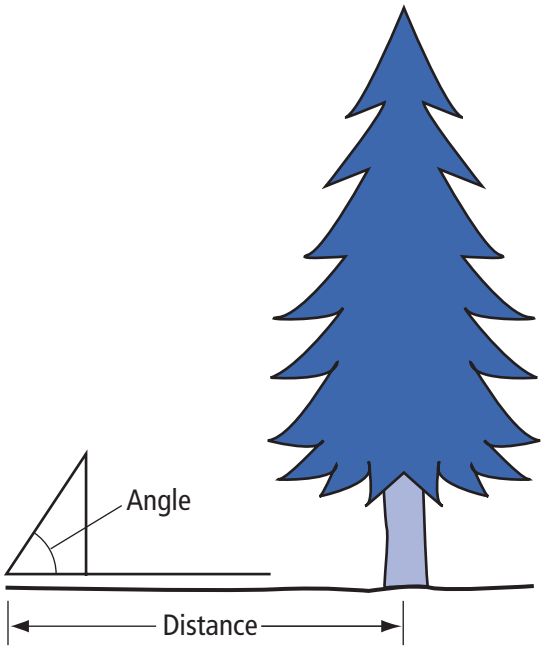
Activité 1 : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

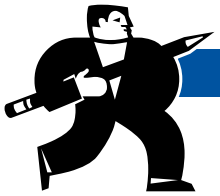
On ne peut pas appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la hauteur d'un arbre ou d'un mât.

- Dans quels genres de situations serait-il nécessaire de calculer la hauteur d'un arbre?

- Avec un camarade, choisissez un arbre, un mât ou un immeuble sur le terrain de l'école. Estimez la hauteur de l'objet choisi : _____ m

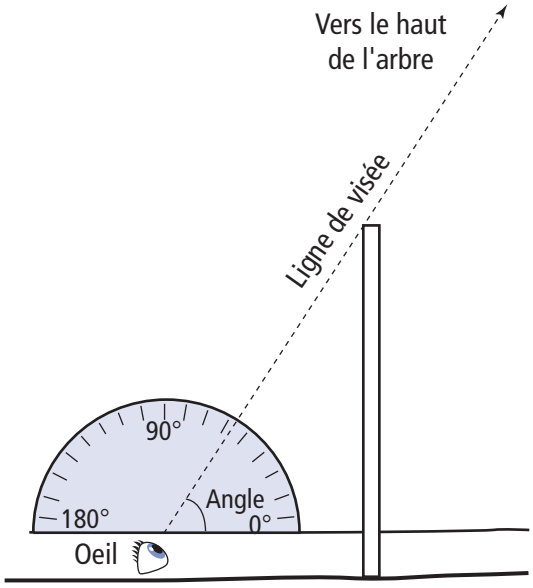
Figure 8 : Visée de l'arbre





Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

Figure 9 : Utilisation d'un clinomètre



- Au fur et à mesure que vous vous éloignez du pied de l'arbre, notez comment varie l'angle sous lequel vous « voyez » la tête de l'arbre (figure 8). Utilisez votre clinomètre et le rapporteur (voir la figure 9) pour déterminer l'angle au pied de l'arbre (à une distance de 0 m) et à des distances de 10 m et de 25 m.

  Au pied de l'arbre (0 m) : _____

  À 10 m : _____

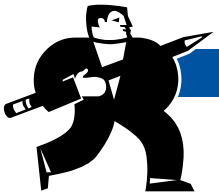
  À 25 m : _____

- Éloignez-vous de l'arbre de façon à « voir » la tête de l'arbre sous des angles de 60°, 45° et 30° et prenez en note les distances qui vous séparent du pied :

  Sous 60° : _____ m

  Sous 45° : _____ m

  Sous 30° : _____ m



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

Tableau 2

Distances et angles

Distance (m)	Angle (degrés)
10 mètres	
	45°

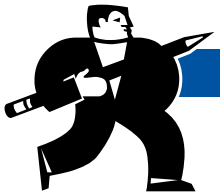
- Que pouvez-vous conclure au sujet de la relation entre les distances et les angles à partir du tableau 2 ci-dessus?

- Quel angle correspond à une distance de 500 m du pied de l'arbre?

- Quelle distance correspond à un angle de 90°?

- Quelle distance correspond à un angle de 0°?

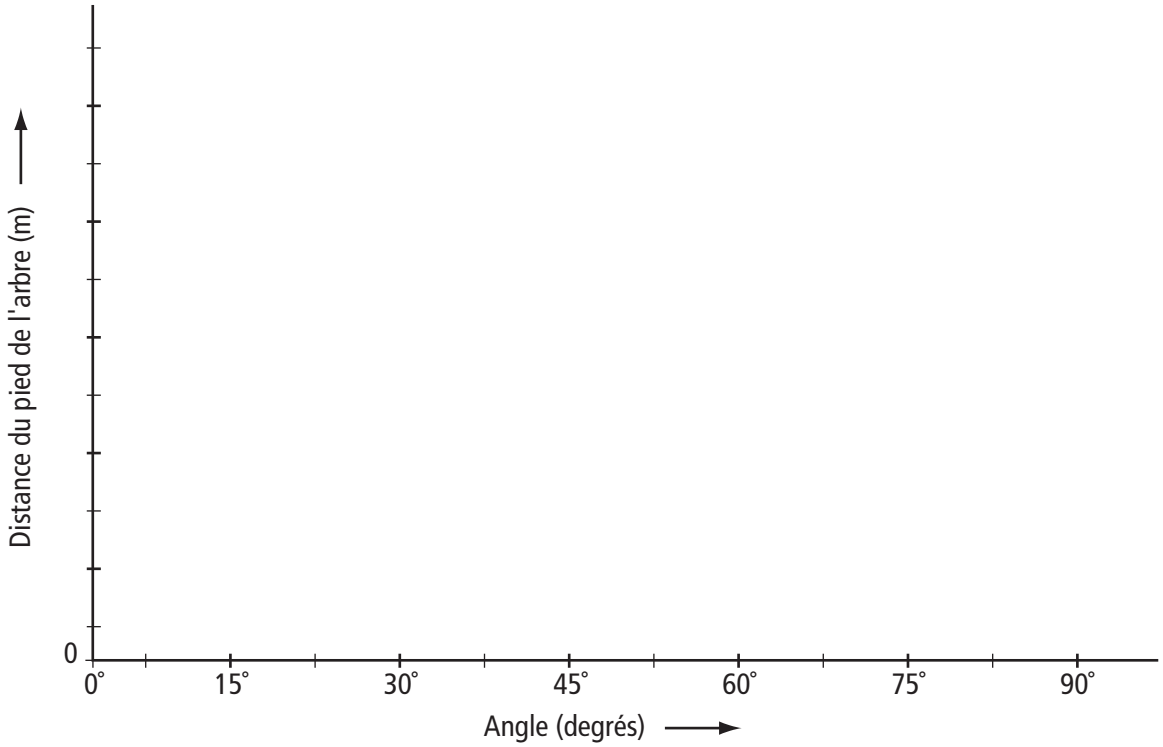
- Décrivez dans vos propres mots la façon dont l'angle varie en fonction de la distance (par exemple, si la distance double, qu'advient-il de l'angle? La relation est-elle linéaire?)



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

- Complétez le graphique ci-dessous en portant les angles sur l'axe horizontal et les distances sur l'axe vertical.

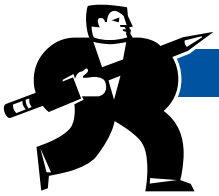
Figure 10 : Relation entre les distances et les angles



- Que pouvez-vous conclure au sujet de la relation entre les distances et les angles à partir du graphe ci-dessus?

- À partir du graphe, décrivez dans vos propres mots la façon dont l'angle varie selon la distance.

- Utilisez la fonction TAN de votre calculatrice pour calculer la tangente des angles du tableau 2 et inscrivez vos résultats dans le tableau 3 à la page suivante.



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

Tableau 3

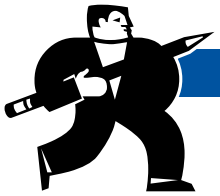
Tangente

Angle (degrés)	Tg de l'angle (3 décimales)	Distance (m)	Produit (Tg *A* × distance) (m)

- Que signifie le produit calculé dans la dernière colonne?

- Décrivez dans vos propres mots la relation entre l'angle A, la distance du pied de l'arbre d et la hauteur de l'arbre H.

- Représentez cette relation sous la forme d'une équation.

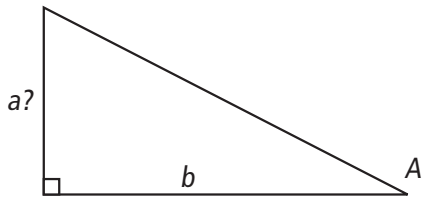


Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (trigonométrie)

- Dérivez la formule permettant de calculer la grandeur inconnue (angle ou longueur d'un côté) dans les trois figures ci-dessous. Indiquez toutes les étapes de votre calcul dans l'espace approprié.

  Diagramme 1 : On connaît la longueur du côté adjacent *b* et l'angle *A*. Trouvez la formule permettant de calculer la longueur du côté opposé *a*.

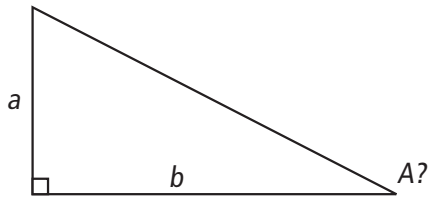
Diagramme 1



Formule : $a =$ _____

Diagramme 2 : On connaît la longueur du côté adjacent *b* et celle du côté opposé *a*. Trouvez la formule permettant de calculer l'angle *A*.

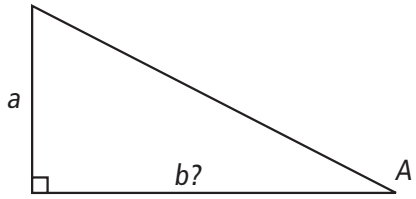
Diagramme 2



Formule : $\angle A =$ _____

Diagramme 3 : On connaît la longueur du côté opposé *a* et l'angle *A*. Trouvez la formule permettant de calculer la longueur du côté *b*.

Diagramme 3



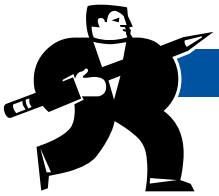
Formule : $b =$ _____

- Imaginez une situation réelle qu'on pourrait représenter par chacun des diagrammes 1, 2 et 3 ci-dessus.

  Diagramme 1 :

  Diagramme 2 :

  Diagramme 3 :



Feuille d'activités : La scène d'un accident

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 2 : La scène d'un accident

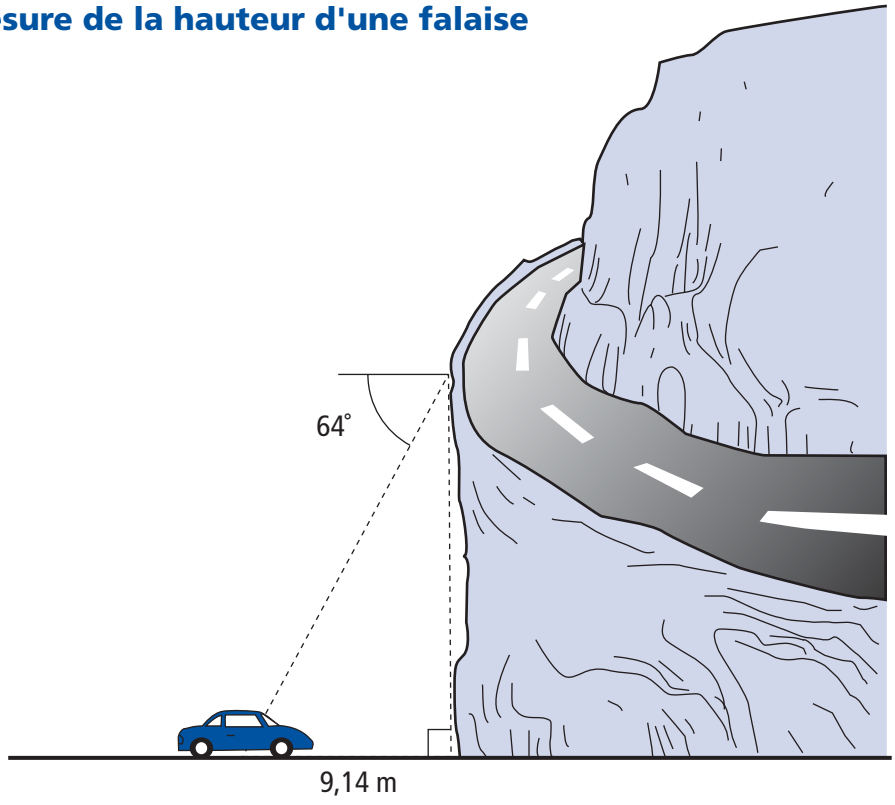
(Mesure d'une distance à partir d'un angle et du rapport de la tangente)

Après un accident, l'enquêteur a pris les mesures suivantes (voir la figure 11 ci-dessous) :

- Le véhicule a quitté la route et s'est écrasé à une distance de 9,14 m du pied de la falaise.
- L'angle du point de chute par rapport à l'horizontale est de 64°. Cet angle a été mesuré au clinomètre.

- Pour tracer un plan à l'échelle, l'enquêteur doit déterminer la hauteur de la falaise. Quelle formule doit-il utiliser? Calculez ensuite la hauteur arrondie à la deuxième décimale.

Figure 11 : Mesure de la hauteur d'une falaise



Démarche pour calculer le sinus et le cosinus :

Au cours de cette activité, le problème principal sera de choisir le meilleur rapport trigonométrique pour modéliser une situation donnée. Il importe d'indiquer aux élèves que n'importe lequel des trois rapports trigonométriques peut être utilisé dans toute situation mais que dans certains cas, il sera nécessaire de suppléer par le théorème de Pythagore. Le meilleur choix sera celui qui nécessitera le moins d'opérations.

- Montrez aux élèves à utiliser leur calculatrice pour déterminer des rapports trigonométriques inverses, c'est-à-dire pour déterminer l'angle (inférieur ou égal à 90°) à partir de la valeur d'un rapport trigonométrique afin de résoudre un problème comme celui proposé à la figure 12 de la feuille d'activités.
- Demandez aux élèves de discuter en classe de la nécessité de déterminer l'angle d'une rampe ou d'une route (par exemple, pour satisfaire aux règlements provinciaux ou municipaux lors de la construction d'une structure). Incitez les élèves à trouver d'autres situations qu'on peut modéliser par des triangles rectangles lorsqu'on connaît l'hypoténuse et un côté de l'angle droit.
- Soumettez aux élèves la situation suivante : « Quelle information peut-on obtenir directement sur une photo ou sur un écran radar et comment peut-on déterminer les informations manquantes? ». L'écran radar montre la direction et la distance d'un avion, mais il ne donne aucune indication de son altitude (voir la figure 12).
- Demandez aux élèves d'établir le lien entre ces deux situations et d'expliquer pourquoi aucune des méthodes employées précédemment n'est applicable directement. Demandez aux élèves de résoudre le problème de façon indirecte en combinant la définition de la tangente et le théorème de Pythagore (voir la figure 12) :
  h est le côté opposé à l'angle A (quantité mesurable);
  a est le côté adjacent à l'angle A (quantité non mesurable directement);
  d est l'hypoténuse (quantité mesurable);
  à partir de la définition de la tangente, $h = a \times \text{tg}\, A$, mais a n'est pas une quantité connue.

  D'après le théorème de Pythagore $d^2 = a^2 + h^2$, donc $a = \sqrt{d^2 - h^2}$
  Connaissant a, on peut maintenant utiliser la définition de la tangente.

  Note : En extrayant la racine carrée, on obtient deux valeurs de a (l'une positive, l'autre négative). Les élèves peuvent se convaincre de l'existence des deux solutions à l'aide leur calculatrice : d'abord, extraire la racine carrée d'un nombre, ensuite, élever le résultat au carré et enfin, élever l'inverse additif du résultat au carré.
- Si vous en avez le temps, demandez aux élèves de déduire le sinus et le cosinus de l'angle de la même façon qu'ils en ont trouvé la tangente.
- Demandez aux élèves de trouver une rampe ou une route et de déterminer l'angle de sa pente. On pourrait également utiliser une échelle appuyée contre un mur. Quelles sont les quantités mesurables? En quoi ces nouveaux concepts sont-ils reliés au projet?

  Les élèves devraient modéliser la situation à l'aide de triangles rectangles. Vérifiez si les élèves utilisent les bons symboles pour représenter les côtés du triangle : a et h sont les côtés de l'angle droit et d est l'hypoténuse.
- Demandez aux élèves de calculer le rapport $\frac{\text{Hauteur}}{\text{Distance}}$ pour des distances différentes, puis de compléter le tableau 4. Cette quantité est le rapport entre le côté opposé (numérateur) et l'hypoténuse (dénominateur). On appelle ce rapport le **sinus** de l'angle A (symboliquement, sin A). Introduisez le rapport cosinus de la même façon.

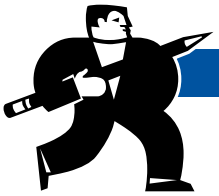
- Montrez aux élèves comment utiliser la fonction inverse [INV] [SIN] sur leur calculatrice (la suite d'opérations peut varier d'une calculatrice à l'autre). Expliquez-leur qu'en effectuant ces opérations sur la calculatrice, ils calculent l'angle à partir du rapport trigonométrique.
- Demandez aux élèves de représenter la relation entre la hauteur mesurée sur le poteau (côté opposé à l'angle A), la longueur de la rampe (hypoténuse) et l'angle A, d'abord dans leurs propres mots, puis sous forme symbolique.
- Insistez sur l'importance d'utiliser le rapport trigonométrique approprié à chaque situation donnée. Demandez aux élèves de résoudre les problèmes illustrés par les quatre figures de la feuille d'activités « Rampes et pentes ». Les élèves devraient proposer plusieurs méthodes dans chacun des cas.
- Incitez les élèves à découvrir avec leur calculatrice que, si le sinus d'un angle et le cosinus d'un autre angle sont égaux, ces angles sont complémentaires. Demandez-leur de s'exercer avec des angles différents.
- Pour aider les élèves à mettre leurs connaissances en pratique, demandez-leur d'effectuer les activités 3 à 6 (pages 267 à 276) proposées dans les feuilles d'activités. Fournissez aux élèves suffisamment de copies de la feuille reproductible 5 (annexe B) pour qu'ils puissent compléter l'activité 6.

Prolongement : Précision et arrondissement

- Demandez aux élèves de déterminer à l'aide de leur calculatrice le sinus et le cosinus d'angles au voisinage immédiat de 0°, 45° et 90° (arrondis à la cinquième décimale) et de discuter comment les réponses diffèrent. Ils devraient se rendre compte qu'au voisinage de 90°, le sinus varie lentement alors que le cosinus varie rapidement et inversement au voisinage de 0°. Que peuvent-ils conclure à propos du meilleur rapport trigonométrique à utiliser dans ces deux situations? Que peuvent-ils conclure de la façon d'arrondir la valeur d'un rapport trigonométrique?

Évaluation :

- Demandez aux élèves de proposer une stratégie pour résoudre les problèmes d'accidents lorsque différentes quantités sont mesurables (hauteur de la falaise, distance horizontale, angle) avant de prendre des mesures dans la cour d'école et de préparer leur plan à l'échelle. Cette activité peut servir à évaluer les concepts de tangente, de sinus et de cosinus et à réviser le concept de changement d'échelle (voir, dans le programme de 8^{e} année, « La forme et l'espace », « Mesures » et « Transformations »). Vous devrez peut-être réviser avec les élèves les concepts d'agrandissement et de contraction (rapports d'homothétie).
- Évaluez dans quelle mesure les élèves peuvent :
  - reconnaître correctement les quantités mesurables et les quantités inconnues;
  - choisir la méthode la plus efficace pour résoudre le problème posé;
  - modéliser le problème en utilisant la bonne formule;
  - utiliser les bonnes fonctions de leur calculatrice;
  - effectuer les approximations et arrondissements adéquats;
  - appliquer leurs connaissances et les transférer à d'autres contextes;
  - relier leurs connaissances au projet;
  - choisir une échelle appropriée pour leur plan à l'échelle;
  - utiliser correctement les instruments de géométrie;
  - transposer correctement leur plan à l'échelle dans la réalité (de la représentation à la réalité).



Feuille d'activités : Rampes et pentes

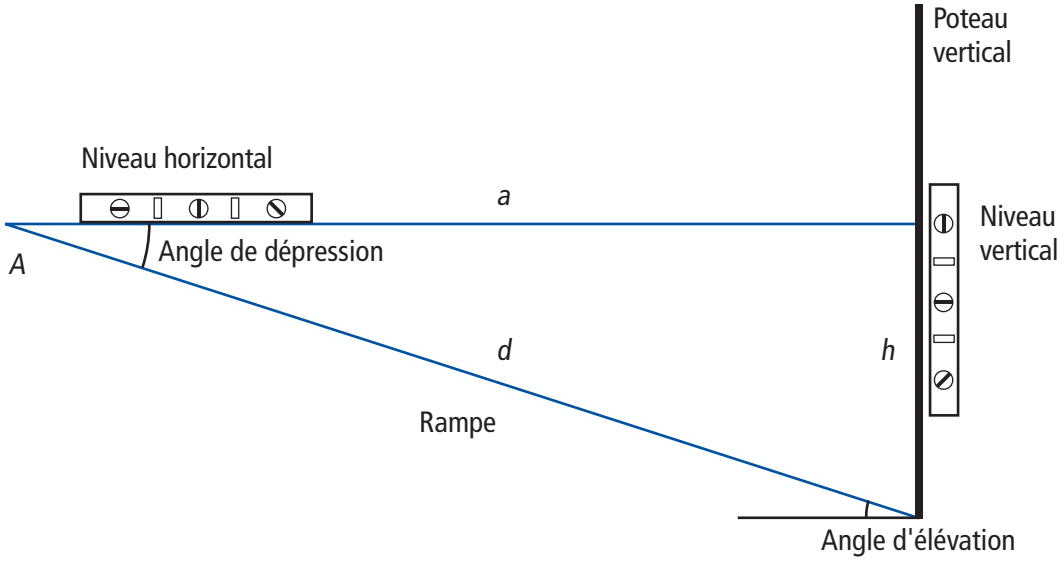
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 3 : Rampes et pentes

Dans certains cas, ni le théorème de Pythagore ni le rapport de tangente ne peuvent servir seuls à déterminer une distance ou un angle. Le problème suivant est un exemple d'une telle situation.

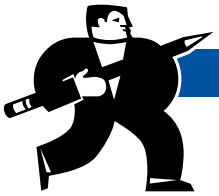
- Déterminez l'angle entre une rampe d'accès et un immeuble à l'aide de deux niveaux et d'un poteau gradué (figure 12).

Figure 12 : Détermination de l'angle de dépression



- Dans quelles situations doit-on déterminer l'angle de dépression d'une rampe ou d'une route?

- Pourquoi ne peut-on pas résoudre de tels problèmes uniquement à l'aide du théorème de Pythagore ou du rapport de la tangente?



Feuille d'activités : Rampes et pentes

- Avec votre camarade, trouvez une rampe ou une route qui n'est pas horizontale. Vous aurez besoin d'un poteau gradué de 2 m, d'un décamètre et de deux niveaux. Décrivez comment vous allez calculer l'angle de dépression.

- Quelles distances pouvez-vous mesurer? Notez vos mesures dans le tableau 4 ci-dessous. N'oubliez pas de mesurer les distances dans la même unité (mètre ou centimètre).

- Modélisez la situation avec un triangle rectangle tracé à l'échelle et représentez les côtés du triangle par les lettres suivantes : a et h pour les côtés de l'angle droit, d pour l'hypoténuse.

- Répétez les mêmes mesures à deux endroits différents de la rampe et inscrivez vos résultats au tableau 4.

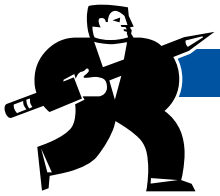
- Calculez le rapport $\frac{\text{Hauteur}}{\text{Distance}}$. C'est le rapport entre le côté opposé h et l'hypoténuse d. Ce rapport s'appelle le « sinus » de l'angle A et s'écrit « sin A ».

- Suivez les instructions de votre enseignant pour calculer l'angle avec votre calculatrice. Pour beaucoup de calculatrices, vous devrez presser la touche 2nd ou SHIFT ou INV, puis la touche SIN. Les calculatrices ne fonctionnent pas toutes de la même façon. Vérifiez avec votre enseignant ou consultez le mode d'emploi de votre calculatrice.

Tableau 4

La rampe

Longueur de la rampe (d)	Hauteur lue sur le poteau (h)	Rapport h/d	Angle (°)



Feuille d'activités : Rampes et pentes

- Décrivez dans vos propres mots la relation entre la hauteur mesurée sur le poteau (côté opposé du triangle), la longueur de la rampe ou de la route (hypoténuse du triangle) et l'angle de dépression A de la rampe ou de la route.

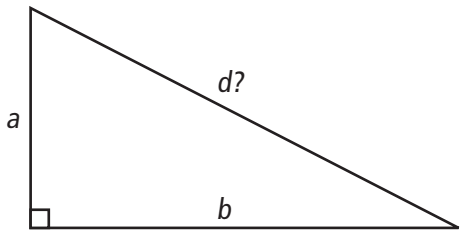
- Écrivez une formule qui représente la relation entre les longueurs h et d et l'angle A.

- Le rapport du sinus peut servir à résoudre des problèmes où on connaît deux quantités mesurables. Faites la liste de toutes les combinaisons de deux quantités mesurables dans un triangle rectangle et de la quantité que vous pouvez calculer à l'aide de la formule.

Quantités mesurables		Quantité calculée
	et	
	et	
	et	

- Pour chacun des deux diagrammes suivants :
  - décrivez une situation concrète qui pourrait être modélisée par ce diagramme;
  - déterminez les quantités mesurables;
  - choisissez une méthode (théorème de Pythagore, rapport de la tangente, rapport du sinus) permettant de calculer la quantité non mesurable;
  - calculez la quantité non mesurable.

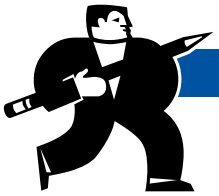
Diagramme 1



Situation concrète :

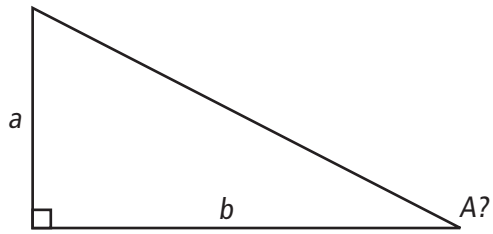
Méthode :

Solution :



Feuille d'activités : Rampes et pentes

Diagramme 2

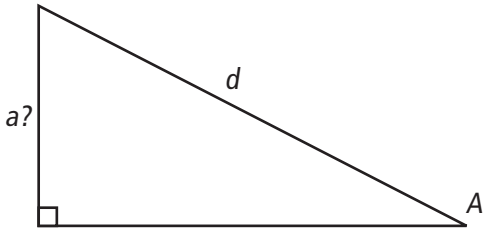


Situation concrète :

Méthode :

Solution :

Diagramme 3

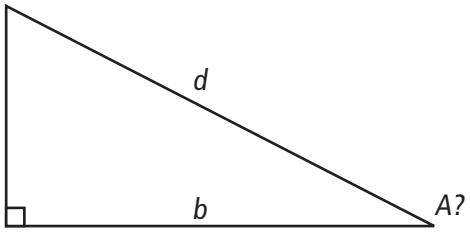


Situation concrète :

Méthode :

Solution :

Diagramme 4



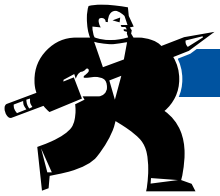
Situation concrète :

Méthode :

Solution :

- Dans le cas du diagramme 4 ci-dessus, aucune des méthodes ne peut être utilisée directement. Vous devez trouver une combinaison de deux méthodes. Cette approche est plus longue et plus compliquée.

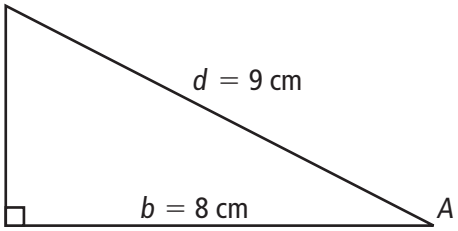
  Décrivez dans vos propres mots en quoi cette situation diffère des trois situations précédentes.



Feuille d'activités : Rampes et pentes

Dans des problèmes où l'hypoténuse d et le côté b sont connus, on appelle le rapport $\frac{b}{d}$ le cosinus de l'angle A. On représente ce rapport par le symbole cos A (voir la figure 13).

Figure 13 : Le rapport du cosinus



- Dans quelles situations concrètes est-il avantageux d'utiliser le rapport du cosinus?

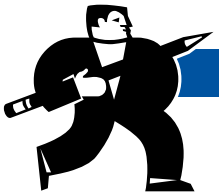
- À partir des données de la figure 13, utilisez votre calculatrice pour calculer l'angle dont le cosinus est $\frac{b}{d}$. Suivez les instructions de votre enseignant ou consultez le mode d'emploi de la calculatrice.

(réponse : 27,3°)

- À l'aide de votre calculatrice (ou d'une table trigonométrique), déterminez les angles suivants :

$\sin A = 0{,}500$: $A =$ _____ °
$\cos A = 0{,}500$: $A =$ _____ °
$\sin A = 0{,}501$: $A =$ _____ °
$\sin A = 0{,}505$: $A =$ _____ °
$\sin A = 0{,}510$: $A =$ _____ °
$\cos A = 0{,}101$: $A =$ _____ °
$\cos A = 0{,}105$: $A =$ _____ °
$\cos A = 0{,}110$: $A =$ _____ °

Décrivez le niveau de précision des résultats.



Feuille d'activités : Rampes et pentes

- Dans quelle mesure une erreur de calcul du rapport trigonométrique affecte-t-elle la précision de la mesure de l'angle?

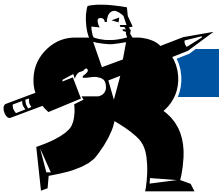
- À l'aide de votre calculatrice, calculez le sinus et le cosinus des angles du tableau 5 ci-dessous. Arrondissez vos réponses à la troisième décimale.

Tableau 5

Sinus et cosinus

Angle	Sinus	Cosinus
0		
1		
5		
44		
45		
50		
85		
86		
90		

- Est-ce que la précision des calculs est plus grande ou moins grande au voisinage de 90° ou au voisinage de 0°? Expliquez.



Feuille d'activités : Chirurgie du cerveau

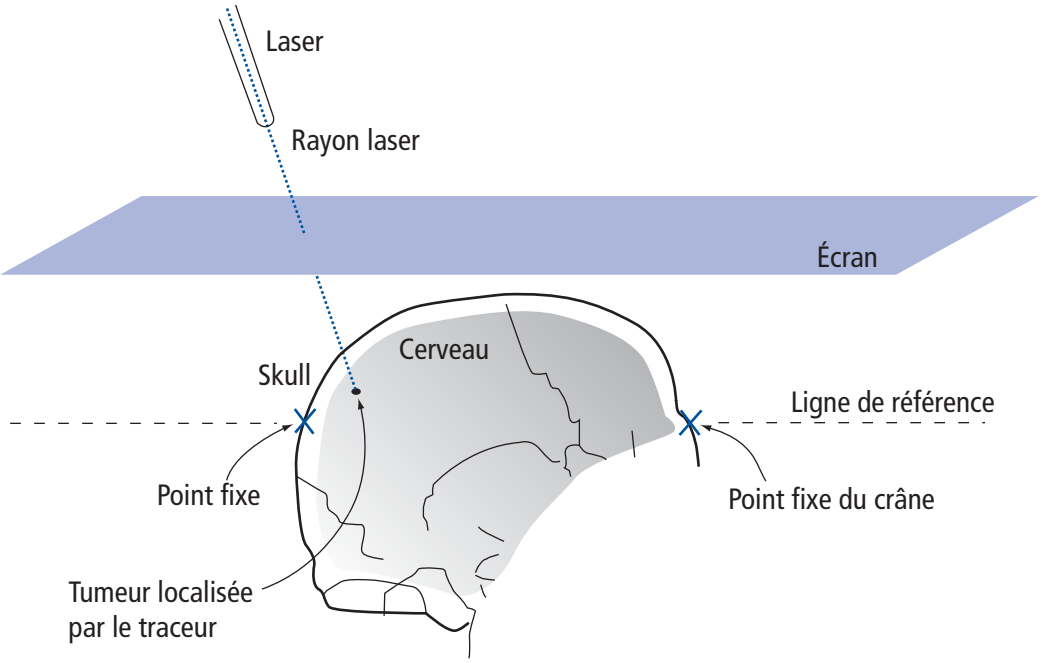
Nom de l'élève : _____ Date : _____

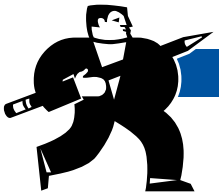
Activité 4 : Chirurgie du cerveau

Lorsqu'ils pratiquent une chirurgie du cerveau, les neurochirurgiens doivent diriger un rayon laser avec beaucoup de précision afin de brûler une tumeur sans endommager les parties saines du cerveau. On localise la tumeur à l'aide d'un « traceur » et on mesure la distance entre le traceur et un écran (voir la figure 14 ci-dessous). On trace une ligne de référence imaginaire passant par deux points du crâne.

- Modélisez cette situation avec un triangle rectangle et indiquez sur le schéma quelles sont les grandeurs mesurables ainsi que les grandeurs que vous devez calculer pour pouvoir orienter précisément le rayon laser.

Figure 14 : Chirurgie du cerveau au laser





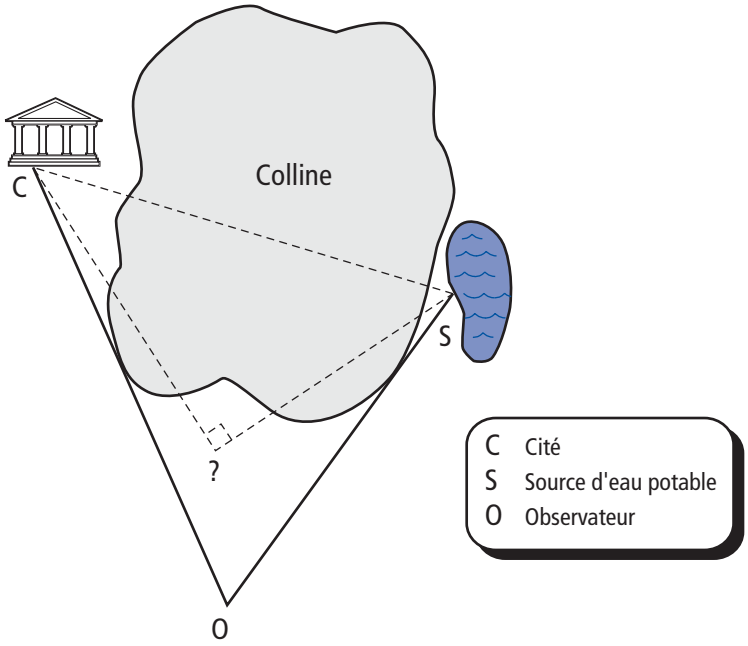
Feuille d'activités : La Grèce antique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 5 : La Grèce antique

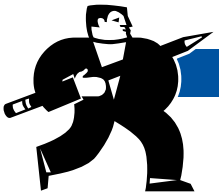
À la suite d'un accroissement de sa population, une cité de la Grèce antique fait face à une pénurie d'eau potable. La cité doit s'approvisionner en eau potable à partir d'une source située dans les montagnes voisines. Malheureusement, une colline sépare la cité de la source et la seule solution est de creuser un tunnel à travers la colline. Des ouvriers ont commencé à creuser à partir des deux côtés de la colline et se sont rencontrés au milieu de la colline (voir la figure 15 ci-dessous).

Figure 5 : Approvisionnement en eau potable d'une cité de la Grèce antique



- Comment les arpenteurs ont-ils déterminé dans quelle direction les ouvriers devaient creuser la colline? Rappelez-vous que les Grecs de l'Antiquité n'avaient ni signaux radio, ni télescopes. Malgré cela, ils ont trouvé une méthode grâce à laquelle ils ont réussi à creuser en partant des deux côtés de la colline et à se rencontrer sous terre en un point précis.

  Servez-vous de vos connaissances en trigonométrie pour résoudre ce problème.



Feuille d'activités : Les plans à l'échelle

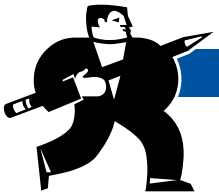
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 6 : Les plans à l'échelle

- Choisissez deux points *C* et *S* de manière à ne pas pouvoir « voir » un point à partir de l'autre (par exemple, deux points situés de part et d'autre d'un édifice ou d'une colline).
- Éloignez-vous de l'obstacle avec une boussole jusqu'à ce que vous puissiez voir les deux points en même temps **à angle droit** (demandez à votre enseignant comment utiliser la boussole dans cette situation si vous ne vous en souvenez pas). Appelez ce point, le point *O*.
- Mesurez *OC* et *OS* avec un décamètre ou une corde inextensible graduée.
- De part et d'autre du point *O*, décrivez un arc de cercle. Les points de cet arc de cercle sont les points où vous « voyez » *C* et *S* sous un angle droit. Répétez les mesures des distances *OC* et *OS* à partir de quelques points de l'arc de cercle. L'arc de cercle s'appelle le **lieu géométrique** des points équidistants du centre de la droite joignant *C* à *S*.
- Esquissez les positions d'objets particuliers et notez toutes les distances et tous les angles que vous jugez nécessaires pour tracer votre plan à l'échelle. Auparavant, vous devez avoir choisi un point et une orientation fixe (ceci constitue votre système de référence). Les distances et les angles seront mesurés à partir de ce système de référence.

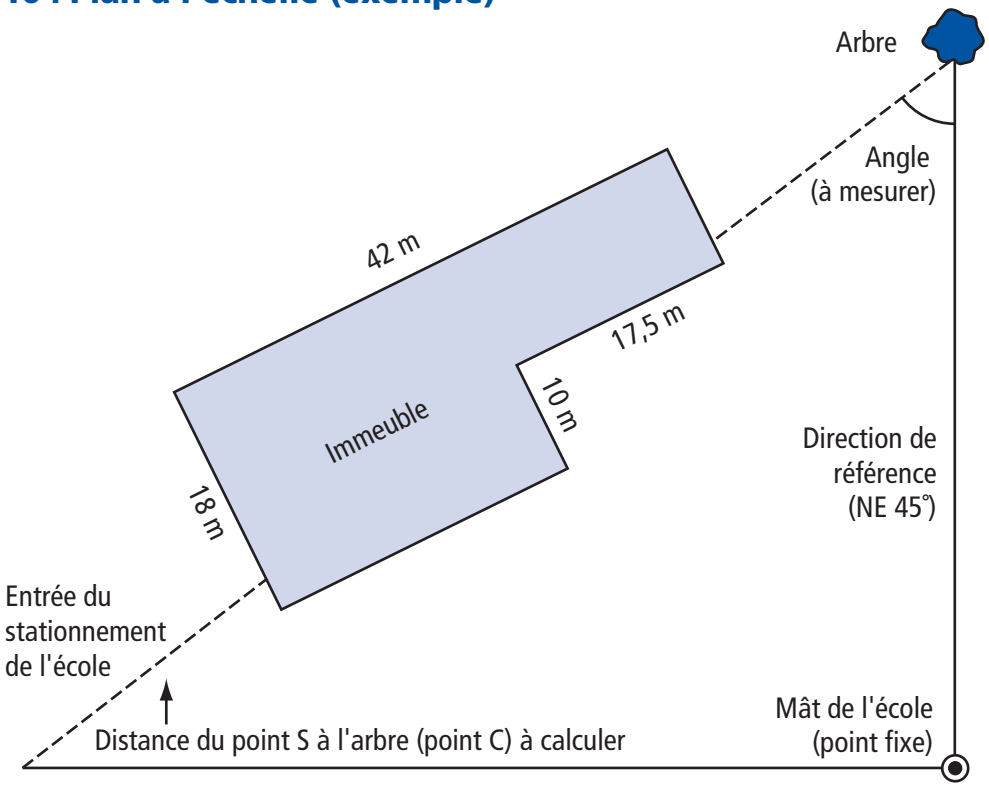
Plan à l'échelle

- Utilisez les feuilles quadrillées que votre enseignant vous a remises.
- Choisissez l'échelle la plus appropriée. Votre choix dépendra des distances sur le terrain. Par exemple, si les distances sont grandes, vous pourriez utiliser une échelle 1 m : 1 mm ou 1 : 1000. Pour de plus petites distances, vous pourriez utiliser une échelle 1 : 100 (1 m sur le terrain équivaut à 1 cm sur le plan).
- Sur la feuille, indiquez l'emplacement du point fixe et de la direction de référence. Vous choisirez l'emplacement de votre système de référence à partir de l'esquisse que vous avez dessinée sur le terrain de façon à ce que tous les objets que vous désirez reproduire à l'échelle soient représentés sur la feuille (voir la figure 16).
- Mentionnez la direction de référence (en degrés) à partir des mesures prises sur le terrain et tracez toutes les distances à l'échelle.



Feuille d'activités : Les plans à l'échelle

Figure 16 : Plan à l'échelle (exemple)



Partie II
2. Résolution du problème par la géométrie

But :

Les élèves élaborent des solutions au problème en utilisant cette fois des propriétés géométriques telles que la similitude et la congruence des triangles.

Matériel et équipement :

- Une corde inextensible
- Un décamètre
- Un poteau
- Des piquets
- Un pied pour poser les niveaux
- Deux niveaux de 1 m
- Des fanions ou des cônes rouges

Démarche : Méthode de résolution basée sur la similitude des triangles

Les élèves explorent le concept de similitude des triangles. Au cours des activités 7, 8 et 9 proposées dans les feuilles d'activités, les élèves doivent déterminer la hauteur d'un arbre (activité 7), calculer la pente d'une rampe ou d'une route (activité 8) et résoudre le problème de la cité de la Grèce antique (activité 9). Au cours de ces activités, ils découvrent les conditions de similitude des triangles en mesurant des grandeurs sur le terrain.

Les deux premières situations traitent de triangles rectangles. Les résultats sont ensuite élargis à des triangles quelconques au cours de la dernière activité.

Ces concepts sont importants pour la réalisation du projet, car ils permettent aux élèves d'utiliser des méthodes différentes pour mesurer des distances sur le terrain lorsqu'on ne peut modéliser la situation simplement à l'aide de triangles rectangles.

Mesure de la hauteur d'un arbre (activité 7)

Au cours de cette activité, les élèves modélisent la situation avec des triangles, ils déterminent expérimentalement les rapports entre les longueurs de côtés correspondants, ils notent la congruence des angles correspondants et ils déduisent l'égalité des rapports entre les longueurs de côtés correspondants. Après avoir exprimé algébriquement l'égalité des rapports, ils utilisent cette propriété pour résoudre le problème soumis.

Si vous manquez de temps, vous pouvez distribuer aux élèves les données obtenues au cours d'activités précédentes, notamment celles de l'activité 1, « Mesure de la hauteur d'un arbre » (page 258).

La mesure d'une pente (activité 8)

Au cours de cette activité, les élèves font un retour sur le problème consistant à mesurer la pente d'une rampe ou d'une route (activité 3). On peut également résoudre ce problème à l'aide de la similitude des triangles. Si vous manquez de temps, les élèves utiliseront les résultats obtenus lors de l'activité 3; autrement, ils procéderont comme suit :

La pente exprimée en pourcentage est le rapport de la distance verticale ou dénivellation (positive dans le cas d'une élévation et négative dans le cas d'une dépression) à une distance horizontale unitaire (par exemple, 100 m).

En examinant la figure 21, on peut conclure que les triangles *BTR* et *BDF* sont des triangles semblables. La longueur *BT* est égale à 3 m (ou 300 cm), la distance verticale (dénivellation) est de 30 cm. La dénivellation correspondant à une distance horizontale de 100 m sera de 10 m et la pente (en pourcentage) de la route sera de 10 %. Indiquez aux élèves que les pentes des routes sont indiquées en pourcentage.

Si on veut exprimer cette pente comme un angle, il suffit de calculer l'angle dont la tangente est égale à 1/10 = 0,1. En utilisant la calculatrice, la fonction [INV] [TAN] donne 5,71° comme résultat.

Plans à l'échelle et similitude des triangles (activité 9)

Cette activité peut servir d'activité d'évaluation partielle. Au cours de cette activité, les élèves passent d'une représentation à la réalité. Ils découvrent que cette méthode géométrique constitue un nouvel outil qu'ils pourront utiliser dans le cadre de leur projet.

À la figure 23 des feuilles d'activités, les deux points *C* et *S* sont tels qu'il n'est pas possible de trouver un point *O* permettant de construire un triangle rectangle ayant *O* comme angle droit. Cette situation est une généralisation de la situation rencontrée précédemment, où les élèves avaient utilisé un triangle rectangle pour résoudre le problème.

Le triangle *OCS* n'étant pas rectangle, comment les élèves approcheront-ils le problème? Au besoin, aidez-les à découvrir qu'ils peuvent appliquer la méthode des triangles semblables, même si les triangles ne sont pas rectangles comme dans les deux activités précédentes.

- Demandez aux élèves de tracer un plan à l'échelle aussi précis que possible à partir des mesures qu'ils ont prises sur le terrain lors de l'activité 6.
- Pour permettre aux élèves de réaliser l'importance de la précision de leur plan à l'échelle, demandez-leur d'estimer :
  - de combien une erreur de 2 mm sur leur plan à l'échelle se répercutera-t-elle sur le terrain si l'échelle est de 1 cm : 1 m? (réponse : 20 cm sur le terrain)
  - de combien une erreur de 1° (l'angle étant calculé avec un rapporteur) se répercutera-t-elle sur une distance de 35 m mesurée sur le terrain?
- Demandez aux élèves de construire des triangles semblables et d'appliquer la propriété de similitude des triangles pour déterminer l'emplacement du point *E* sur la droite passant par *O* et *C* tel que la droite *ED* est parallèle à la droite *CS*. Les élèves devraient

réaliser la congruence des angles et appliquer l'égalité des rapports des côtés correspondants pour déterminer la direction précise et la longueur du segment de droite *CS*.

- Révisez les conditions de similitude des triangles en rappelant la congruence des angles et la proportionnalité des côtés correspondants. Mentionnez aux élèves que trois cas peuvent se présenter.
- Insistez auprès des élèves sur l'importance de cette méthode géométrique dans le cadre de leur projet, car il est vraisemblable qu'ils rencontreront des situations où il sera impossible de tracer des triangles rectangles.

Plans à l'échelle et congruence des triangles (activité 10)

Au besoin, révisez les concepts reliés aux transformations (translation, rabattement et rotation dans le plan). Rappelez en particulier aux élèves que ces transformations préservent les distances et les angles (par exemple, suite à une translation d'un triangle, l'image est un triangle tel que les angles et les côtés correspondants des deux triangles sont congruents).

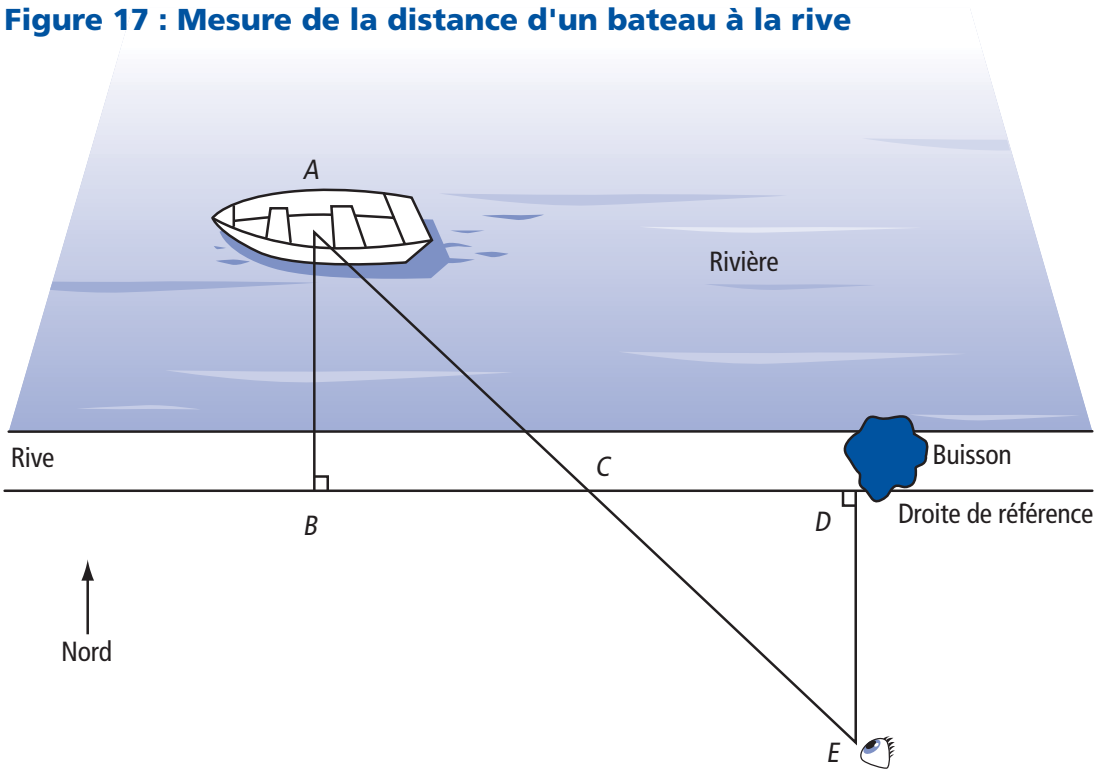
La congruence des triangles est un cas particulier de la similitude. Le rapport de similitude est maintenant de 1 : 1 (ou le rapport d'homothétie est de 1). Deux triangles sont congruents si deux de leurs angles ainsi que le côté commun à ces angles sont congruents. Indiquez aux élèves les autres cas de congruence des triangles.

Cette activité consiste à déterminer la position d'un bateau par rapport à la rive ou à déterminer la distance d'un objet inaccessible. Une telle situation peut se présenter lorsqu'un garde-côte veut estimer à quelle distance du rivage se trouve un navire en détresse.

On peut calculer la distance indirectement en traçant une ligne de référence le long de la berge et en traçant deux triangles congruents.

- À l'aide de la figure 17 des feuilles d'activités, construisez deux triangles congruents :
  - Tracez une droite de référence *BD* de longueur suffisante le long de la rive. Au point *B*, la droite de référence fait un angle droit avec la direction du bateau situé au point *A*.
  - Trouvez le milieu *C* de la droite de référence. Les segments *BC* et *CD* sont d'égale longueur.
  - De *D*, déplacez-vous à angle droit par rapport à la droite de référence (vers le sud dans ce cas-ci) jusqu'à ce que les points *A* et *C* et votre position *E* soient situés sur une même droite.
  - Mesurez la distance *DE*. Cette distance est égale à la distance séparant le bateau de la rive, car les deux triangles sont congruents (tous les côtés sont égaux deux à deux).
- À titre de renforcement, demandez aux élèves d'imaginer une variante de cette méthode lorsqu'il existe des « contraintes » relativement à la longueur de la droite de référence. Par exemple, la présence d'obstacles le long de la rive peut vous empêcher de tracer une droite de référence assez longue pour permettre la construction de triangles congruents. Les élèves devraient être amenés à modifier cette méthode en construisant des triangles semblables (voir la figure 17 ci-après).

Figure 17 : Mesure de la distance d'un bateau à la rive



Cette situation est une bonne occasion pour les élèves de revoir et d'appliquer leurs connaissances relatives à la similitude des triangles. Ils devraient se rendre compte que les deux triangles sont semblables en expliquant pourquoi les angles sont congruents deux à deux.

Demandez aux élèves de trouver les rapports entre deux côtés correspondants, puis de calculer la distance inconnue à partir de la proportion :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{BC}$$, ce qui implique que $DE = AB\left(\frac{CD}{BC}\right)$.

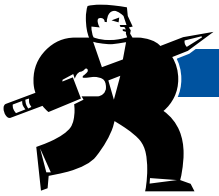
Par exemple, si $CD = 3$ fois BC, alors $DE = 3$ fois AB.

Assurez-vous que les élèves placent bien le point E sur la droite passant par A et C.

Critères d'évaluation

Dans quelle mesure les élèves peuvent-ils :

- démontrer que, dans une situation donnée, il existe plusieurs façons d'aborder et de résoudre le problème?
- choisir la méthode la plus efficace et précise parmi plusieurs méthodes?
- appliquer leurs connaissances des techniques de mesure indirecte?
- utiliser avec précision des instruments de mesure et des instruments de géométrie?
- manipuler algébriquement les rapports de similitude pour déterminer une grandeur inconnue?
- effectuer les calculs avec précision et arrondir les résultats de façon appropriée?
- déterminer si leurs résultats sont raisonnables?
- expliquer les conséquences d'imprécisions dans les mesures sur le terrain lors du tracé d'un plan à l'échelle et vice versa?



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie)

Nom de l'élève : _____ Date : _____

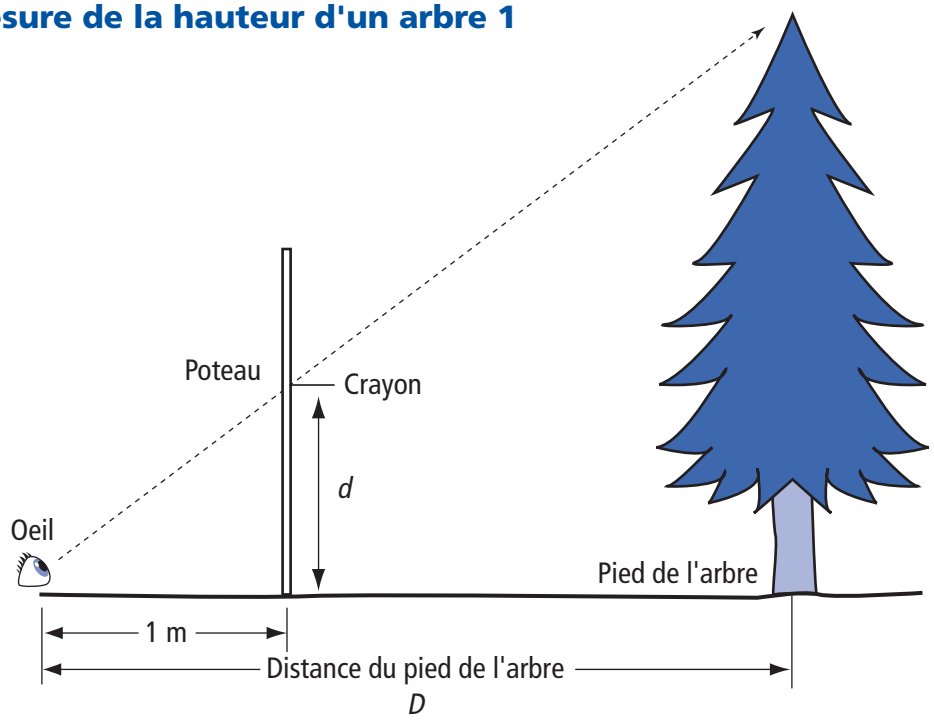
Activité 7 : Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie)

Parfois, il est plus facile d'utiliser des méthodes qui ne nécessitent pas l'emploi de rapports trigonométriques.

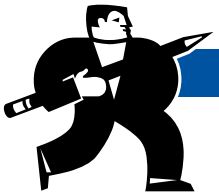
Au cours de cette activité, vous aller calculer la hauteur d'un arbre sans utiliser le rapport de la tangente comme vous l'aviez fait auparavant.

- À une certaine distance de l'arbre, couchez-vous sur le sol et demandez à votre camarade de tenir un poteau de 2 m en position verticale à 1 m de vos yeux (voir la figure 18 ci-dessous).

Figure 18 : Mesure de la hauteur d'un arbre 1



- Regardez le sommet de l'arbre et demandez à votre camarade de déplacer un crayon verticalement le long du poteau jusqu'à ce qu'il soit aligné avec le sommet de l'arbre. Demandez à votre partenaire de noter sur le poteau l'emplacement du crayon, puis mesurez la distance séparant le poteau du pied de l'arbre.
- Répétez l'expérience plusieurs fois à des distances différentes, en plaçant toujours le poteau à 1 m de vos yeux. Inscrivez vos résultats dans le tableau 6 de la page suivante.



Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie)

Tableau 6

Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie)

Hauteur du crayon sur le poteau (*d*)	Distance du poteau au pied de l'arbre (*D*)	Produit ($D \times d$)

- Quelles sont vos conclusions?

- Répétez l'expérience en plaçant le poteau à 2 m, puis à 3 m de vos yeux.

  Calculez, dans chaque cas, le produit $D \times d$ lorsque le poteau est placé à :

  1 m : $D \times d =$

  2 m : $D \times d =$

  3 m : $D \times d =$

- Quelle est la valeur du produit $D \times d$ lorsque la distance séparant le poteau de vos yeux est de :

  0,2 m? $D \times d =$

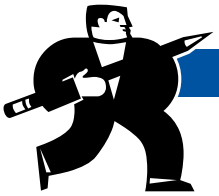
  0,5 m? $D \times d =$

  5 m? $D \times d =$

- Soit x la distance entre le poteau et vos yeux (voir la figure 19).

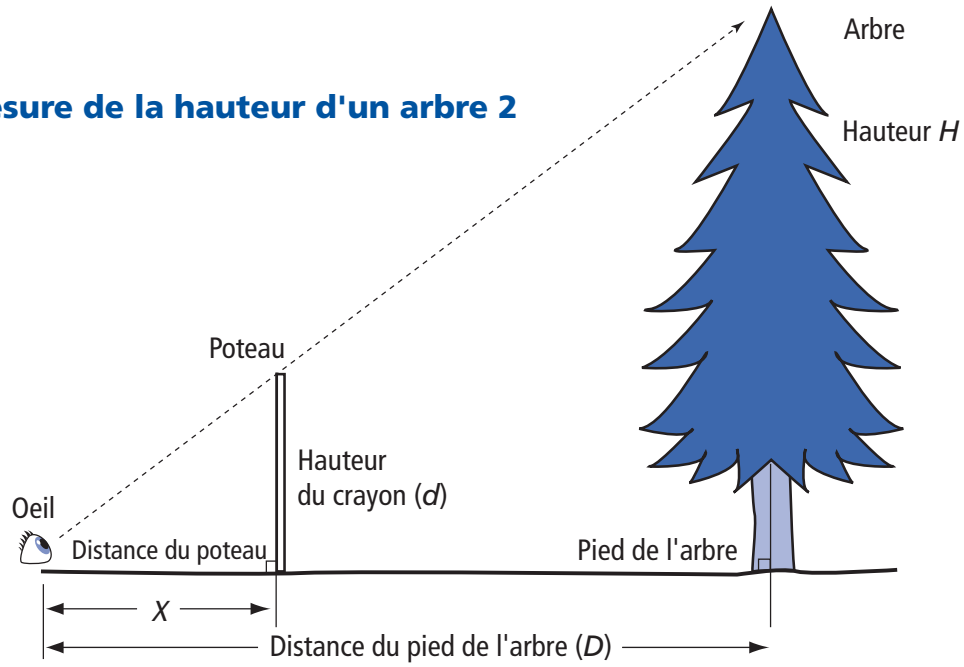
  Exprimez dans vos propres mots la relation entre x, d, D et la hauteur H de l'arbre.

  Représentez cette relation sous forme algébrique (c'est-à-dire dans une formule).



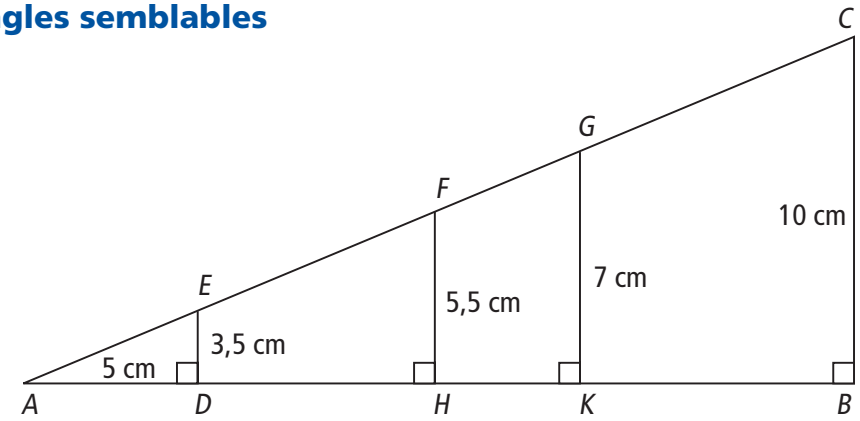
Feuille d'activités : Mesure de la hauteur d'un arbre (géométrie)

Figure 19 : Mesure de la hauteur d'un arbre 2



- En observant la figure 20 ci-dessous, que pouvez-vous conclure au sujet des angles *E*, *F*, *G* et *C* ?

Figure 20 : Triangles semblables



- Les angles des triangles *ADE*, *AHF*, *AKG* et *ABC* sont congruents deux à deux. Des triangles ayant leurs angles congruents deux à deux sont des triangles semblables.

  Les rapports des côtés correspondants de triangles semblables sont égaux. Pour vous en convaincre, mesurer les longueurs avec une règle et calculez les rapports. Par exemple, mesurez *AD* et *AH*, *ED* et *FH* ainsi que *AE* et *AF*. Calculez ensuite les rapports $\frac{AD}{AH}$, $\frac{ED}{FH}$, et $\frac{AE}{AF}$.

  $\frac{AD}{AH} =$ $\frac{ED}{FH} =$ $\frac{AE}{AF} =$

Feuille d'activités : Mesure de la pente (géométrie)

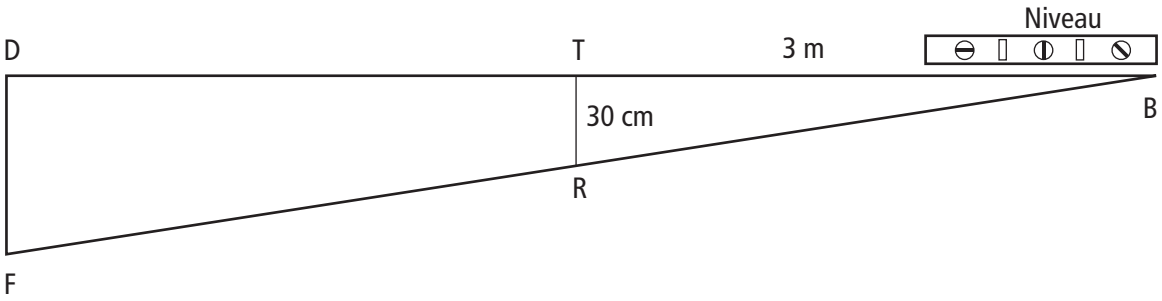
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 8 : La mesure d'une pente

On peut utiliser des triangles semblables pour calculer la pente d'une route avec un niveau (voir la figure 21).

La pente (exprimée en pourcentage) est égale au quotient (rapport) entre la dénivellation (en mètres) sur une distance horizontale de 100 m et cette distance.

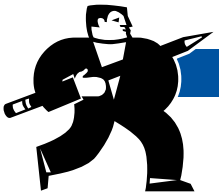
Figure 21 : Mesure de la pente (en pourcentage)



- Dans la figure ci-dessus, les triangles *BTR* et *BDF* sont semblables. Ils ont la même forme mais leurs dimensions sont différentes. La distance *BT* est de 3 m (ou 300 cm) et la dénivellation *TR* est de 30 cm. Quelle est la dénivellation *DF* sur une distance horizontale de 100 m?

Ce rapport est appelé la pente (en pourcentage) de la route.

- Déterminez l'angle de dépression de la route. Quel rapport trigonométrique utiliserez-vous?



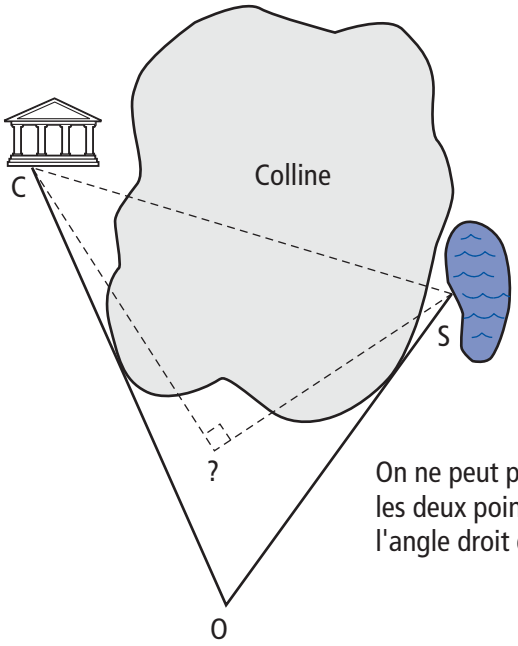
Feuille d'activités : Plans à l'échelle et similitude des triangles

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 9 : Plans à l'échelle et similitude des triangles

Comme lors de l'activité 5, on ne peut pas « voir » simultanément les deux points *C* et *S* d'un point *O* tel que le triangle *OCS* est rectangle (voir la figure 22).

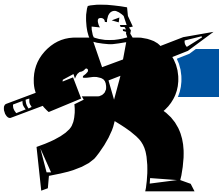
Figure 22 : Plans à l'échelle et similitude des triangles 1



On ne peut pas « voir » simultanément les deux points *C* et *S* du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle.

- On ne peut pas construire un triangle rectangle tel que l'observateur en *O* puisse voir simultanément les points *C* et *S* (*OC* ou *OS* traverserait la colline).

  Dans cette situation, on ne peut pas construire un triangle *SOC* ayant un angle droit en *O*. Peut-on appliquer les propriétés de triangles semblables? Comment appréhendez-vous cette nouvelle situation?



Feuille d'activités : Plans à l'échelle et similitude des triangles

Nom de l'élève : _____ Date : _____

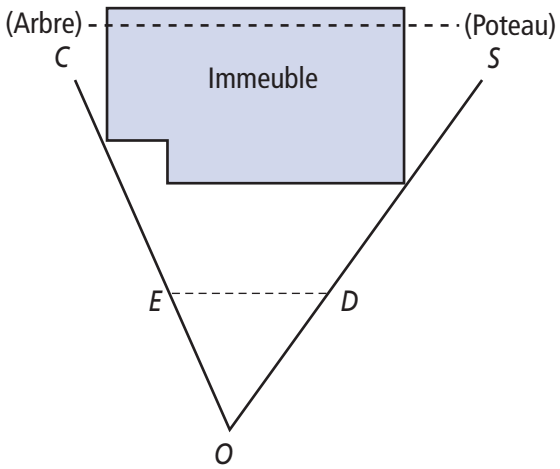
- À partir de la figure 23 ci-dessous :
  - Dans la cour d'école, éloignez-vous de l'immeuble jusqu'à ce que vous puissiez voir simultanément les points *C* et *S* (par exemple, un arbre et un poteau).
  - Mesurez les distances *OC* et *OS* à l'aide d'un décamètre.
  - En partant du point *O*, marchez exactement en direction du point *S* et arrêtez-vous en un point *D* (situé environ à mi-chemin de l'immeuble). Mesurez la distance *OD* et notez ce résultat.
  - Tracez un plan à l'échelle de la situation.
  - Sur le plan à l'échelle, servez-vous de la similitude des triangles pour déterminer l'emplacement du point *E* situé sur la droite *OC* de façon à ce que *ED* soit parallèle à la droite *CS*.
- Pourquoi vous demande-t-on de tracer une droite *ED* parallèle à la droite *CS*? Discutez-en avec vos coéquipiers.

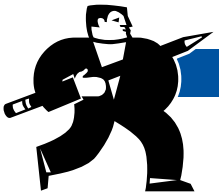
La similitude des triangles n'est pas une propriété exclusive aux triangles rectangles. Les mêmes propriétés s'appliquent aux triangles quelconques.

La propriété de similitude vous permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle à partir de la longueur d'un autre côté et du rapport entre les longueurs de deux côtés correspondants de triangles semblables.

Vous aurez l'occasion d'appliquer cette propriété au cours d'une autre activité.

Figure 23 : Plans à l'échelle et similitude des triangles 2





Feuille d'activités : Plans à l'échelle et congruence des triangles

Nom de l'élève : _____ Date : _____

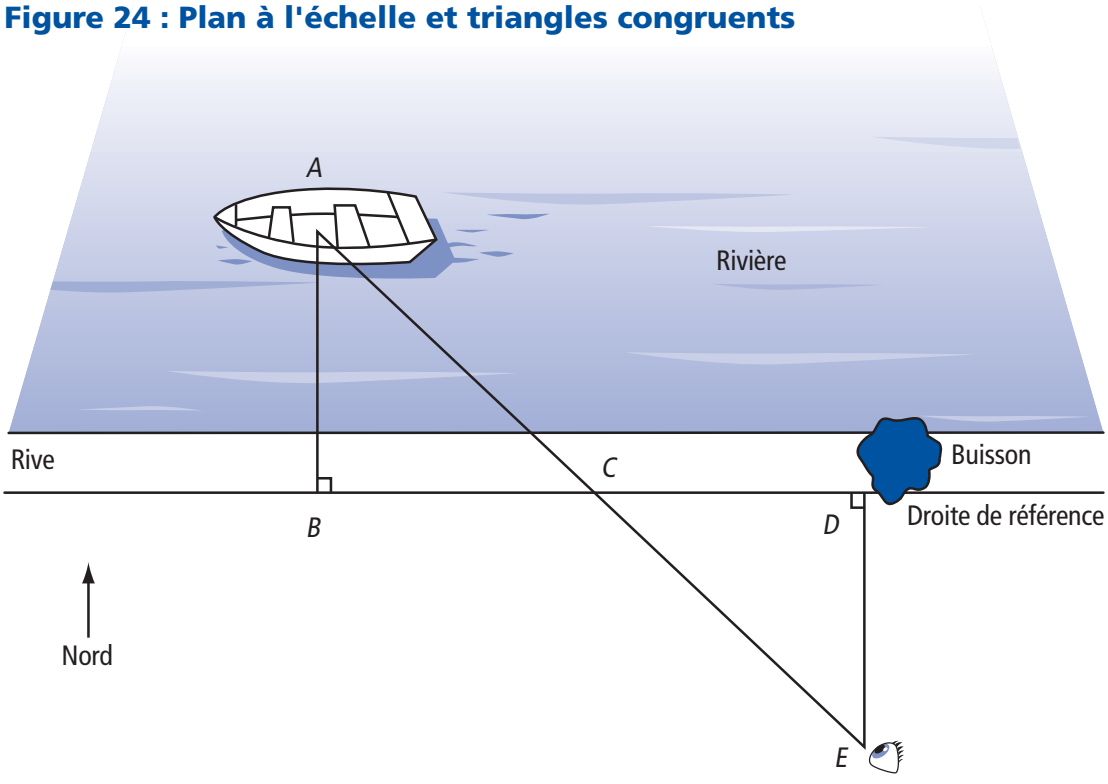
Activité 10 : Plans à l'échelle et congruence des triangles

Les triangles congruents sont des triangles dont tous les côtés et les angles correspondants sont congruents.

On peut calculer la distance séparant un bateau de la rive ou la distance d'un objet inaccessible en traçant une droite de référence sur la rive et en construisant deux triangles congruents.

- Exemple (voir la figure 24 ci-dessous) :
  - Sur la rive, tracez une droite de référence *BD* de longueur appropriée. Le point *B* de la droite doit être tel que la droite joignant la position *A* du bateau au point *B* soit perpendiculaire à la droite de référence (dans l'exemple, *A* est situé au nord de la rive).
  - Trouvez le milieu *C* de la droite de référence *BD* (donc, BC = CD).
  - De D, éloignez-vous de la rive à angle droit jusqu'au point *E* tel que *E*, *C* et *A* sont colinéaires.
  - Mesurez la distance *DE*. Cette distance est égale à la distance *AB*, soit la distance séparant le bateau de la rive, car les triangles *ABC* et *CDE* sont des triangles congruents. Prouvez que les angles sont congruents deux à deux et que deux côtés correspondants sont congruents.

Figure 24 : Plan à l'échelle et triangles congruents



Partie III : La préparation du plan

But :

Dans cette partie du projet, les élèves préparent un plan à l'échelle du terrain qu'ils ont choisi pour l'emplacement du centre récréatif. Cette phase donne aux élèves l'occasion d'appliquer les concepts de trigonométrie et de géométrie qu'ils ont explorés au cours des activités précédentes. Ces concepts peuvent être mis en pratique autant dans le cadre du projet (de la réalité – le terrain – à la représentation – le plan à l'échelle) que dans de nouvelles situations qui pourraient leur être proposées.

Matériel et équipement :

- Feuilles de papier quadrillé
- Un ensemble de géométrie
- Une boussole
- Feuilles reproductibles
- Crayon à pointe fine

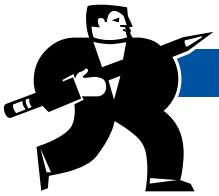
Démarche :

- Faites un retour sur les résultats d'apprentissage qui seront couverts dans cette partie du projet, notamment ceux qui concernent la résolution de problèmes, le raisonnement mathématique, le travail en groupe, la communication et l'attitude à l'égard des mathématiques. Au besoin, servez-vous du tableau de corrélations proposé à l'annexe A.
- Demandez aux élèves de parcourir le terrain choisi en notant l'emplacement de points de repère qu'ils jugent intéressants (arbres, bâtiments, lac, etc.) ainsi que les orientations (avec leur boussole) qu'ils jugent nécessaires au tracé d'un plan à l'échelle précis.
- Demandez aux élèves de trouver d'abord le nord avec leur boussole, puis de déterminer l'orientation d'une droite de référence de leur choix (la précision est de rigueur).
- La première tâche à accomplir est d'esquisser les limites du terrain. À cette fin, les élèves devront le délimiter par des poteaux numérotés plantés à chaque coin.
- Les élèves esquissent les emplacements relatifs d'objets tels que les bâtiments, les buissons, les clôtures et les chemins et ils anticipent les points qu'ils devront localiser avec exactitude. Ils indiquent si les points sont visibles les uns des autres. Par exemple, à la figure 25, le poteau Z est visible des poteaux U et R, mais pas du poteau V. Ils pourraient joindre deux points non visibles l'un de l'autre par une ligne pointillée.
- De retour en classe, les élèves peuvent à présent se répartir les tâches. Par exemple, un groupe peut prendre la responsabilité des limites du terrain de stationnement, un autre groupe peut s'occuper de localiser les immeubles, un troisième peut se spécialiser dans les dénivellations, etc.

Tous les élèves devraient cependant participer à la localisation des limites extérieures du terrain.

- Chaque groupe propose sa propre stratégie. Vous trouverez un exemple de stratégie à la page 292.
- Observez les élèves et aidez-les à choisir la meilleure stratégie. Notez en particulier comment ils abordent le problème. Vérifiez comment ils appliquent les concepts géométriques et trigonométriques pour trouver et justifier des façons de calculer des grandeurs non mesurables (voir la figure 25).
- Indiquez aux élèves qu'il existe plus d'une stratégie valable. Encouragez-les à trouver la stratégie la plus appropriée et la plus sûre dans les circonstances.
- Discutez de la validité des stratégies proposées et incitez les élèves à apporter les corrections nécessaires avant qu'ils se rendent sur le terrain pour prendre leurs mesures.
- Sur le terrain, assurez-vous que les élèves utilisent leurs instruments de mesure adéquatement et qu'ils suivent les étapes de leur stratégie.
- Encouragez les différents groupes d'élèves à échanger leurs données et à discuter de leur exactitude.
- Assurez-vous que les élèves comprennent que la mesure d'une distance sur une surface accidentée peut mener à des imprécisions.
- Aidez les élèves à prévoir la construction de triangles semblables lors du tracé de leur plan à l'échelle, ce qui nécessitera de localiser certains points supplémentaires sur le terrain.
- De retour en classe, les élèves élaborent leur plan à l'échelle sur des feuilles de papier quadrillé, à l'aide d'instruments de géométrie (compas, règles, équerre). Faites-leur remarquer l'importance d'utiliser un crayon bien aiguisé (un crayon épointé produira des imprécisions notables).
- Rappelez aux élèves d'indiquer correctement l'échelle au bas du plan, le ou les points fixes, la droite de référence et la légende. Encouragez-les dans la mesure du possible à utiliser une latte (règle non graduée) et un compas à pointes sèches pour reporter les distances sur le plan à l'échelle.
- Les élèves devraient commencer par les points les plus faciles, puis continuer en utilisant les résultats inscrits au tableau 7. Incitez les élèves à vérifier régulièrement l'avance des travaux des autres groupes, à discuter des différences et à apporter les corrections nécessaires.

  Certains points sont probablement superflus, mais ils peuvent servir à vérifier l'exactitude de l'emplacement des autres.
- Dans certains cas, vous noterez certainement des différences marquées entre les groupes. Incitez les élèves à se fier aux résultats des mesures les plus précises.
- Pour les grandeurs non mesurables, demandez aux élèves de préparer des plans secondaires sur lesquels ils indiqueront leurs constructions et leurs calculs.



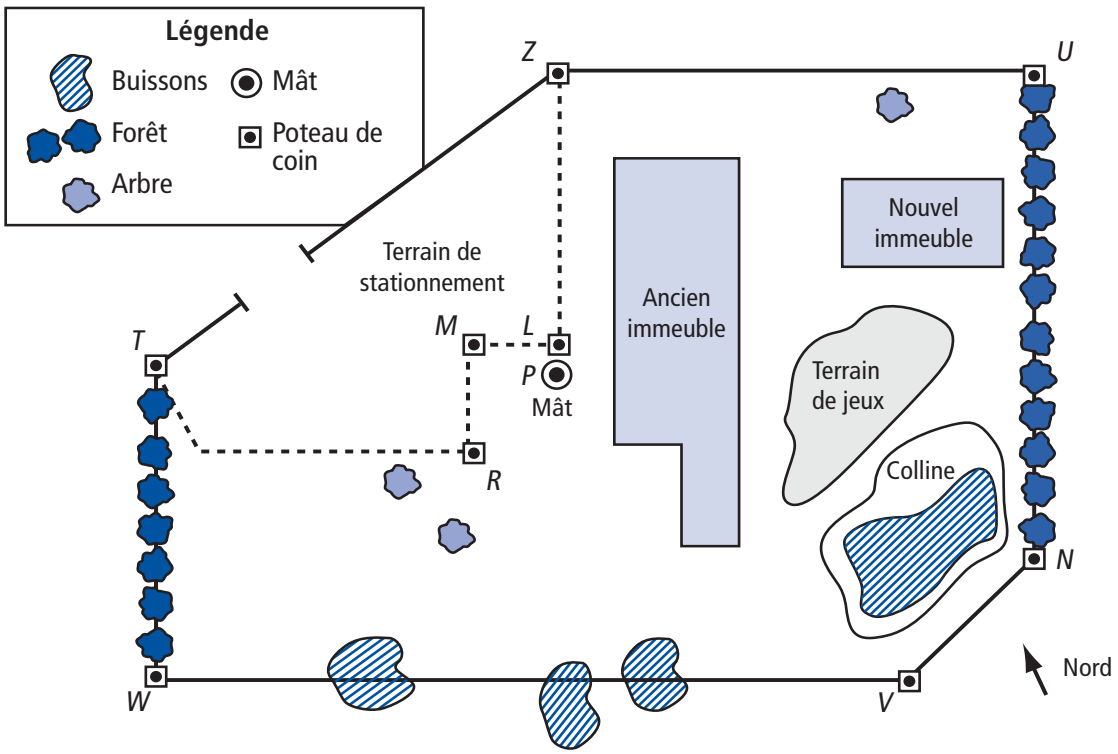
Feuille d'activités : Esquisse du plan

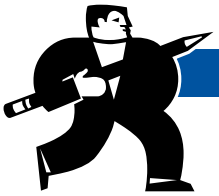
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 1 : Le plan (première esquisse)

- Rendez-vous sur le terrain choisi pour l'emplacement du centre et parcourez-le en prenant note des points présentant un intérêt particulier (par exemple, les coins d'un bâtiment, un arbre, un mât, une clôture).
- Sur une feuille de papier quadrillé, esquissez les limites extérieures du terrain en précisant leur nature et en les représentant par des symboles (par exemple, clôture, rivière, route, rangée d'arbres).
- Assurez-vous d'indiquer précisément l'orientation du nord après l'avoir observée sur la boussole.
- Indiquez aussi précisément que possible l'emplacement des points intéressants. Sans être nécessairement à l'échelle, l'esquisse doit être assez précise pour que les emplacements relatifs des différents points soient respectés. Utilisez des symboles spécifiques pour indiquez les points d'intérêt (voir les exemples à la figure 25 ci-dessous).

Figure 25 : Exemple d'esquisse d'un plan



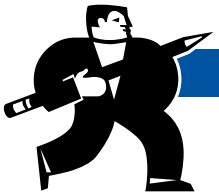


Feuille d'activités : Esquisse du plan

Démarche :

- Après avoir réparti les tâches entre les diverses équipes (une équipe peut s'occuper de mesurer un bâtiment et d'en déterminer l'emplacement, une autre équipe s'occupera de la topographie, etc.), répartissez les tâches particulières entre les membres de votre équipe (un membre peut mesurer les distances, un autre les angles, etc.).
- Tous les groupes doivent prendre les mesures nécessaires pour déterminer les limites extérieures du terrain.
- Prenez le temps nécessaire pour revoir les stratégies que vous avez élaborées en classe et effectuez les ajustements nécessaires au besoin.

  Exemple d'une stratégie :
  - Repérez tous les points sur le terrain dont l'emplacement doit être déterminé avec exactitude (poteaux de coin, immeubles, terrain de jeux, buisson, colline, etc.).
  - Indiquez pour chacun des points s'il peut être « vu » d'un autre point.
  - Choisissez un point fixe (par exemple, le mât de l'école).
  - Choisissez une droite de référence et mesurez son orientation avec la boussole avec le plus de précision possible. La droite peut passer par le point fixe ou vous pouvez la choisir autrement. Par exemple, sur le plan de la figure 25, la direction de la droite passant par le mât et le poteau de coin L du terrain de stationnement est de 40° vers l'est (40° NE).
  - Mesurez l'orientation des limites extérieures (bornes) du terrain et la longueur des droites joignant les bornes. Cette opération doit être effectuée avec beaucoup de précision (c'est pourquoi toutes les équipes doivent participer à cette opération; les écarts éventuels entre les résultats seront ensuite discutés et une décision sera prise par toute la classe). Certains points situés aux limites extérieures du terrain serviront de points de vérification par la suite.
  - Inscrivez les résultats dans le tableau 7.
- Dans l'exemple de la figure 25, on peut « voir » les points W, T, R, M, L et Z du point de référence. Les distances et les angles peuvent être mesurés sur le terrain avec un décamètre et une boussole. Les autres points ne peuvent pas être « vus » du point fixe. Il faudra donc réaliser des constructions et des calculs supplémentaires pour les représenter sur le plan avec exactitude.



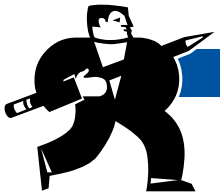
Feuille d'activités : Esquisse du plan

Tableau 7

Mesures

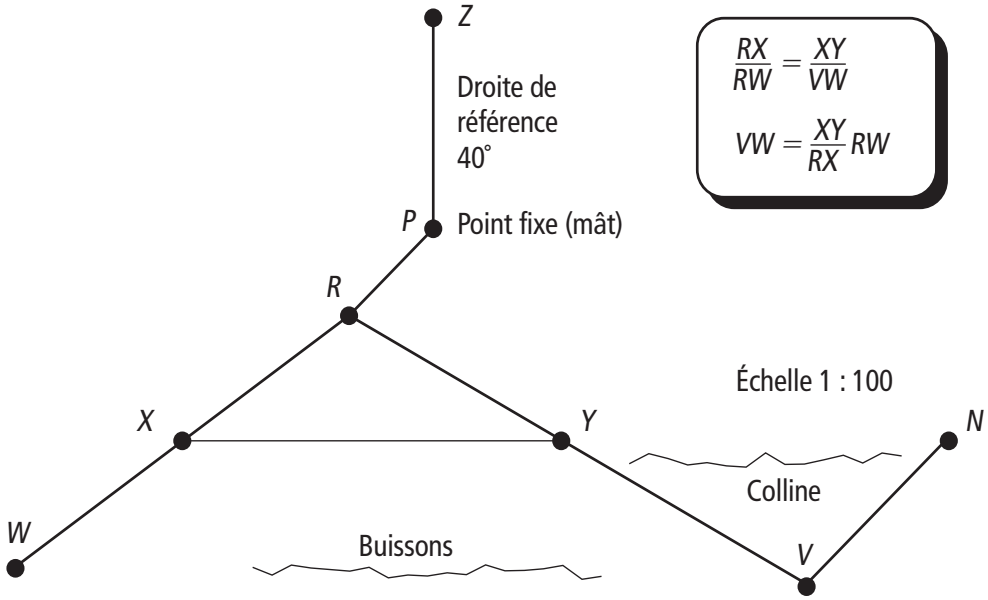
Point	Distance du point fixe (*P*) (mètres)	Orientation (angle par rapport au nord)	Méthode
Coin *L*	5	40 E	
Coin *M*	9	330 E	
Coin *R*	4	260 E	
Coin *Z*	35	40 E	
Coin *U*			
Coin *N*			

- Démarche détaillée pour calculer l'emplacement précis du coin *U* à partir du point fixe *P* et du coin *Z*.
  - Le point fixe *P*, le coin *Z* et le coin *U* forment un triangle rectangle.
  - La distance *PZ* est mesurée directement avec le décamètre : 35 m.
  - La distance *ZU* est mesurée directement avec le décamètre : 42 m.
  - La distance *PU* est calculée en appliquant le théorème de Pythagore – réponse : 54,67 m.
  - L'angle *ZPU* est calculé en utilisant le rapport de la tangente *ZU*/*ZP* et la fonction INV TAN de la calculatrice – réponse : 50,2°.
- Démarche détaillée pour calculer l'emplacement précis du coin *N*. La stratégie ci-dessous est un exemple, d'autres stratégies sont possibles (voir la figure 26 ci-après).
  - Le coin *N* n'est visible d'aucun point déjà localisé à l'exception du coin *V*. Malheureusement, *V* n'est pas visible du coin *W* à cause des buissons.
  - La distance *VW* ne peut pas être mesurée directement à cause des buissons qui les séparent.
  - On peut voir le coin *R* de *V* et mesurer la distance *VW* ($VW = \frac{XY}{RX} RW$).
  - On peut voir *W* de *R* et mesurer la distance *WR*.
  - Construisez le triangle *RWV* et, à l'aide de la similitude des triangles, déterminez l'emplacement du point *V*.
  - Construisez le triangle *VWN* et, à l'aide de la similitude des triangles, déterminez l'emplacement du coin *N*.



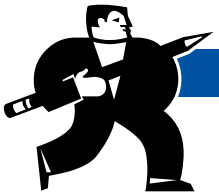
Feuille d'activités : Esquisse du plan

Figure 26 : Construction permettant de déterminer l'emplacement du coin *N*



Mesures sur le terrain : quelques conseils

- Pour chaque point dont vous devez déterminer l'emplacement, élaborez une stratégie d'équipe.
- Au cours de cette opération, changez de rôle pour permettre à tous les équipiers de se familiariser avec les différentes tâches (mesurer des distances avec le décamètre, mesurer des angles avec la boussole, mesurer des dénivellations, inscrire les résultats, vérifier les mesures). Assurez-vous que tous les membres de l'équipe suivent la stratégie que vous aurez élaborée ensemble.
- Inscrivez les résultats dans votre journal de bord et indiquez tous les détails que vous jugez utiles pour tracer le plan à l'échelle.
- Échangez vos résultats contre ceux d'autres équipes pour vérifier leur exactitude et leur précision. Vous pourriez sauver du temps en utilisant certains résultats déjà obtenus et qui vous semblent fiables.
- Mesurez les distances avec précision et notez la précision des mesures (par exemple, 32 m, à 10 cm près). Le décamètre doit être tendu dans une position horizontale. Une autre méthode consiste à « tirer » une corde entre les deux points, puis à en mesurer la longueur avec le décamètre. Cette dernière méthode n'est valable que si la corde est inextensible.
- Lorsque vous mesurez des distances, assurez-vous que la surface du sol est relativement plane. La mesure d'une distance sur une surface accidentée peut occasionner des erreurs importantes.



Feuille d'activités : Le plan à l'échelle

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Activité 2 : Le plan à l'échelle

Matériel et équipement :

- Feuilles reproductibles 4 et 5
- Feuilles de papier quadrillé
- Ensemble de géométrie

Démarche :

- En utilisant l'information contenue dans votre esquisse, indiquez d'abord le point fixe et la droite de référence de façon à remplir la feuille de façon optimale (tous les points doivent apparaître sur la même feuille). Indiquez l'orientation du nord et de la droite de référence (en degrés). Préparez une légende facile à comprendre.
- Indiquez votre échelle au bas de la page. La droite de référence peut être graduée selon l'échelle. Ainsi, vous pourrez reporter vos distances à l'aide d'un compas à pointes sèches.
- Placez d'abord les points les plus importants avec une grande précision en vous servant des données du tableau 7.
- Comparez régulièrement l'avancement de votre tracé avec celui d'autres équipes pour repérer les erreurs et les corriger dès que possible.
- Il se peut que vous ayez localisé plusieurs points superflus. Servez-vous de cette information pour vérifier l'exactitude de vos mesures. Vous constaterez peut-être certains écarts. Dans ce cas, fiez-vous aux mesures que vous estimez les plus précises.
- Lorsque vous aurez à effectuer des calculs pour déterminer des distances ou des angles non mesurables, faites-le sur des plans séparés numérotés où vous indiquerez vos calculs et vos constructions intermédiaires. Indiquez ces informations sur votre plan principal par des notes numérotées.

Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle

Vue d'ensemble du projet 297

Sommaire du projet 299

Partie I : Introduction 301

Activité 1 : Construction d'une tour 301

Partie II : Techniques de construction géométrique 309

Activité 1: Construction d'arcs de cercle 310
Activité 2 : Construction d'angles droits 316
Activité 3 : Construction de tangentes à un cercle 326
Activité 4 : Construction de cercles tangents 332
Activité 5 : Transformations et logotypes 338
Activité 6 : Forces et leviers 343
Activité 7 : Construction d'un dôme géodésique 348
Activité 8 : Les solides géométriques 353
Activité 9 : Représentation de solides géométriques 360

Partie III : Construction d'un modèle 363

Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle

Vue d'ensemble du projet

Temps d'enseignement :

6 à 7 périodes d'une heure

Stratégies d'enseignement :

- Centres d'apprentissage
- Laboratoire de mathématiques
- Enseignement magistral
- Travail d'équipe
- Étude individuelle

Applications concrètes possibles :

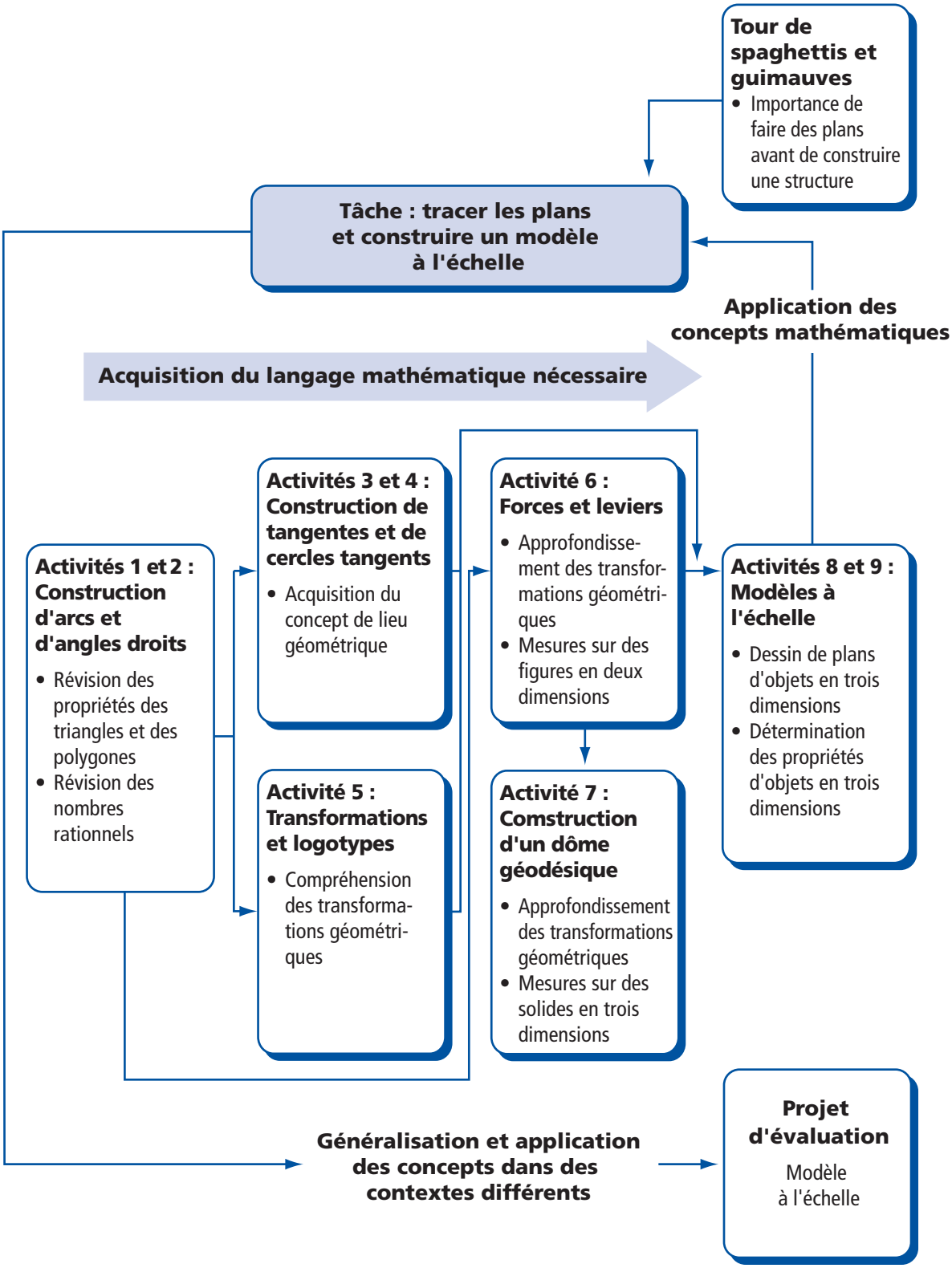
Les applications concrètes des connaissances et des techniques mathématiques introduites dans cette unité comprennent notamment :

- l'aptitude à travailler avec précision et exactitude dans des travaux de construction
- l'aptitude à travailler avec précision et exactitude dans le tracé des plans à l'échelle
- la construction d'un modèle de décors pour une pièce de théâtre
- la construction d'un modèle à l'échelle d'un chemin de fer miniature ou d'une maison de poupée

Vue d'ensemble de l'unité :

La figure 1, à la page suivante, vous donnera une vue d'ensemble des concepts mathématiques introduits dans ce projet.

Figure 1 : Projet E : Construction d'un modèle à l'échelle



Sommaire du projet

Ce projet a pour but de familiariser les élèves avec la conception et le tracé de plans à l'échelle précis d'un objet en trois dimensions en appliquant leur compréhension des relations spatiales.

Au niveau mathématique, ce projet va permettre aux élèves d'acquérir des outils mathématiques leur permettant de travailler avec les propriétés géométriques de solides et avec les transformations géométriques. Ces outils vont les aider à simplifier la tâche de construire des objets en trois dimensions à partir d'un ensemble complet de plans ou vice-versa.

Au cours de la partie I, les élèves construisent une tour faite de spaghettis et de guimauves. Ils tracent un plan à l'échelle et comparent leur plan à la réalité. Cette démarche sensibilise les élèves à certains éléments à prendre en considération lors d'un projet de construction.

La partie II est la phase d'acquisition des concepts mathématiques proprement dits. Au cours de cette phase, les élèves passent de la réalité à une représentation mathématique de la réalité. Ce faisant :

- ils renforcent leur compréhension des propriétés des figures géométriques planes;
- ils acquièrent une connaissance fonctionnelle du concept de lieu géométrique d'un point en préparant des designs et en construisant des courbes variées;
- ils intègrent les concepts reliés aux forces et relient ceux-ci aux propriétés géométriques des triangles en vue de construire différents modèles de fermes;
- ils appliquent des concepts de géométrie analytique et de transformations géométriques pour simplifier les travaux de construction.

La partie III est la phase de construction. Au cours de cette phase, les élèves passent de la représentation mathématique à la réalité. Ce faisant :

- ils préparent un ensemble complet de plans à l'échelle;
- ils se servent des plans pour réaliser la construction du modèle à l'échelle.

Les élèves appliquent les concepts à la préparation d'un ensemble de plans à l'échelle d'un objet qui leur est imposé (de la réalité à la représentation). Ils construisent ensuite l'objet à partir des plans (de la représentation à la réalité).

Comprendre et concevoir des plans à l'échelle d'un objet en trois dimensions et construire un objet à partir de plans sont des aptitudes que les élèves pourront utiliser tout au long de leur vie. À la fin de cette unité, les élèves sont tenus de préparer un ensemble complet de plans à l'échelle d'une structure portante de leur choix (par exemple, un chevalet, un tréteau, une ferme) ou une structure de levage de leur choix (par exemple, une grue ou un pont cantilever).

Demandez aux élèves d'effectuer une recherche sur les dispositifs mentionnés ci-dessus et d'apporter des reproductions ou des photographies. En utilisant les plans préparés par un groupe d'élèves, un autre groupe construira un modèle à l'échelle d'une structure en grandeur nature capable de soulever un poids donné à une hauteur donnée ou de supporter un poids donné. Les plans devraient assez complets et précis

pour qu'il n'y ait aucune confusion ou erreur d'interprétation entre les deux équipes (les concepteurs et les constructeurs).

Divisez la classe en un nombre pair d'équipes. Chaque équipe prépare les plans d'une structure pour ensuite les soumettre à une autre équipe qui devra construire un modèle à l'échelle ou aux dimensions réelles selon les plans. Les élèves peuvent ensuite discuter de la façon dont les plans ont été suivis lors de la construction.

Le poids que le dispositif est censé soulever ou soutenir, la hauteur à laquelle le dispositif est censé soulever le poids et les caractéristiques des structures auront été déterminés par les équipes de conception et clairement indiqués sur les plans.

Ce projet peut être considéré soit comme une unité autonome, soit comme une étape dans la production du modèle à l'échelle d'une ou de plusieurs composantes du centre récréatif (en combinant les activités des projets C et D). Dans le premier cas, à la fin de l'unité, les élèves devront présenter un rapport sur la construction de la structure portante ou de levage. Par la suite, les élèves peuvent se spécialiser dans la production de plans à l'échelle d'un bâtiment ou d'une structure de leur choix. Ils réaliseront un modèle à l'échelle en carton d'une composante du centre dans le cadre du projet de classe consistant à préparer une proposition pour la construction d'un centre récréatif pour les jeunes.

Partie I : Introduction

But :

Au cours de cette phase, les élèves vont réaliser l'importance d'avoir un plan précis avant d'aborder la construction d'une structure. Qu'il s'agisse de construire une cabane d'oiseaux, un meuble ou une niche, ou simplement de rénover une chambre à coucher, il faut élaborer un plan à l'échelle et, dans certains cas, une maquette à l'échelle.

Le plan doit être aussi précis que possible tout en permettant des ajustements au cours de la construction. Le plan sert également à dresser la liste des matériaux et des outils nécessaires à la réalisation du projet.

Un plan est une représentation abstraite de la réalité établie à partir de règles et de symboles; une maquette peut constituer une étape intermédiaire entre la représentation et la réalité. La maquette donne une idée de la forme du produit final.

L'absence d'un plan précis ou d'une maquette à l'échelle peut réserver des surprises lors de la réalisation du produit final. En général, une simple ébauche ou un croquis ne suffit pas. Dans le cas du réaménagement d'une chambre par exemple, il se peut fort bien que si on se contente d'une simple ébauche montrant la disposition générale des meubles dans la chambre, il s'avère impossible de placer le bureau ou le lit à l'emplacement désiré.

Activité 1 : Construction d'une tour de spaghettis et de guimauves

But :

Réaliser l'importance de tracer des plans précis avant d'entreprendre un projet de construction. Les élèves conçoivent un plan à l'échelle à partir duquel ils construiront une tour ou un pont à l'aide de spaghettis et de guimauves. Ils construisent la structure en suivant le plan.

Matériaux :

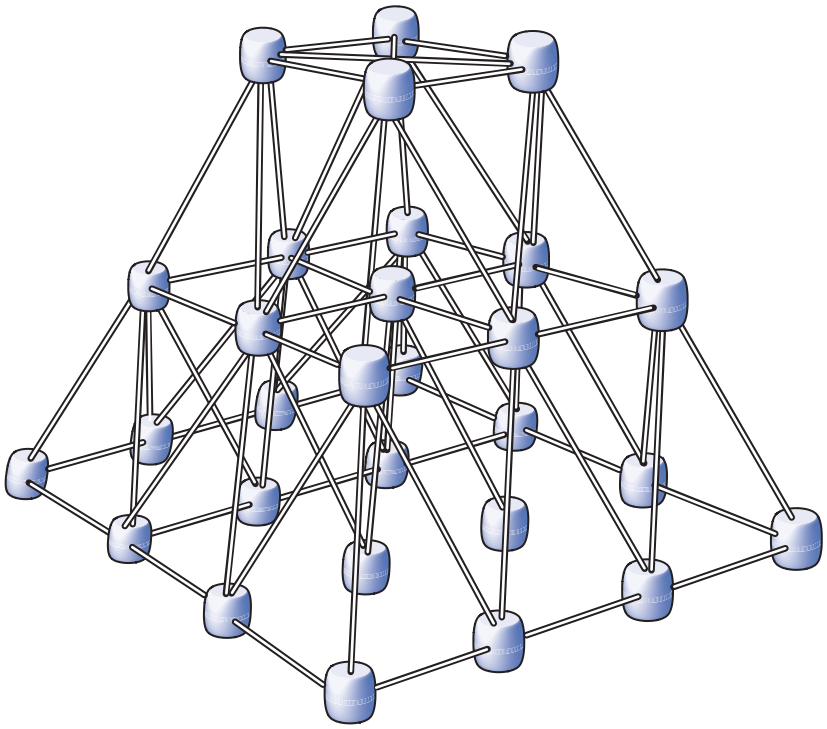
- un sac de guimauves
- un paquet de spaghettis
- un mètre-ruban ou une règle

Démarche :

- Les élèves travaillent par groupes de deux.
- Les élèves construisent une tour ou un pont avec les spaghettis et les guimauves fournis (en nombre limité ou non).

- La structure doit pouvoir supporter un poids établi d'avance et la hauteur minimale doit être respectée (par exemple, supporter le poids d'une balle de tennis et mesurer au minimum 15 cm de hauteur) (voir la figure 2 ci-après).
- Cette activité peut prendre la forme d'un concours de classe où les règles du jeu ont été établies d'avance par les élèves et l'enseignant. On peut par exemple accorder un point supplémentaire pour chaque centimètre au-delà de 15 cm et 5 points supplémentaires si la structure peut supporter le poids d'un ballon de basketball.
- Ce type d'activité sert principalement à souligner l'importance d'avoir un plan et la difficulté de concevoir un plan sans comprendre les concepts physiques et mathématiques sous-jacents. On pourra accorder des points pour la façon dont la construction respecte le plan original.
- Après avoir terminé l'activité, les élèves discutent du déroulement de la construction et remplissent la feuille d'activité « Tour de spaghettis et de guimauves ».

Figure 2 : Tour de spaghettis et guimauves

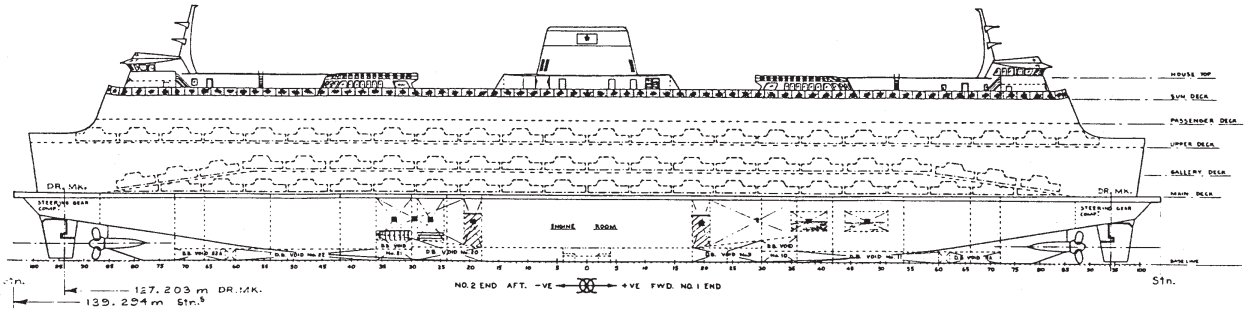


- À la fin de l'activité, les élèves font un parallèle entre leur projet de tour et les projets de construction qu'ils ont entrepris dans le passé (par exemple, rénovation de leur chambre, construction d'une étagère, d'une cabane d'oiseaux, d'une niche). Ils devraient notamment discuter des difficultés qu'ils ont rencontrées lors de ces projets.

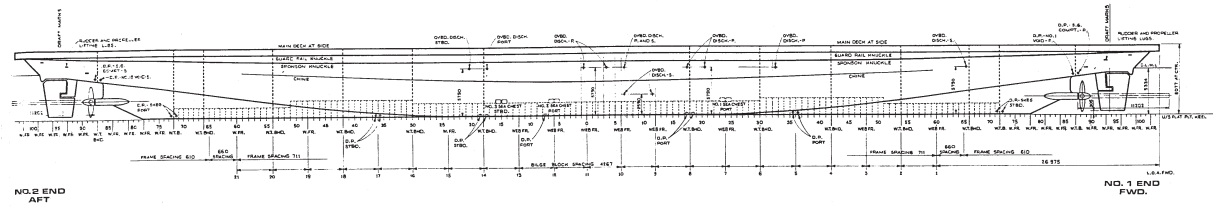
- Indiquez aux élèves ce que vous attendez d'eux à la fin de cette unité et les critères qui serviront à évaluer leur apprentissage. La classe pourrait établir les critères d'évaluation avec vous : les critères devraient viser à évaluer l'atteinte d'objectifs de mathématiques tant au niveau de la compréhension des concepts (par exemple, les propriétés des triangles) qu'au niveau de l'aptitude à utiliser des techniques de calcul (par exemple, les opérations sur les nombres rationnels).
- Au besoin, passez brièvement en revue les concepts de base reliés aux triangles et aux polygones. Les élèves devraient avoir une connaissance pratique des techniques permettant de mesurer le périmètre et l'aire de polygones réguliers, ainsi que l'aire des surfaces latérales et le volume de polyèdres. Ils devraient également être capables d'appliquer les techniques d'agrandissement et de réduction à l'échelle de figures géométriques.
- Énumérez les différents concepts et techniques mathématiques (et physiques si le projet est mené conjointement avec l'enseignant de sciences) que les élèves exploreront au cours de l'unité et rattachez-les au projet en vous servant de l'organigramme de la page 298. La classe pourrait alors établir un plan d'action qui permettra aux élèves de mener à bien leur projet : d'abord, le tracé des plans, puis la construction selon les plans d'un autre groupe.
- La classe établira les caractéristiques des structures sous la forme de critères de qualité. Individuellement, les élèves établiront les caractéristiques qui seront propres à leur projet dans le respect des critères de la classe (par exemple, ce qui doit être soulevé ou porté, les dimensions, la nature des matériaux).
- Finalement, l'introduction des concepts peut être facilitée par des activités comme celles-ci :
  - Présentez des exemples de plans à l'échelle comme celui de la figure 3, page 304. Vous pouvez demander à un architecte ou à un constructeur de bateaux de vous en prêter. La classe peut discuter des différents aspects de ces plans. Dans l'exemple du traversier, on peut remarquer trois types de plans : vue de profil, profil hors-bord, vue de haut.
  - Demandez à un architecte ou à un entrepreneur en construction de venir faire un bref exposé sur l'importance des plans. Au préalable, demandez aux élèves de préparer une série de questions.
  - Trouvez (sur Internet par exemple) des exemples de structures de levage utilisées dans la construction de monuments historiques (les pyramides d'Égypte, les temples grecs, les cathédrales du Moyen-Âge).

Figure 3 : Plans d'un traversier

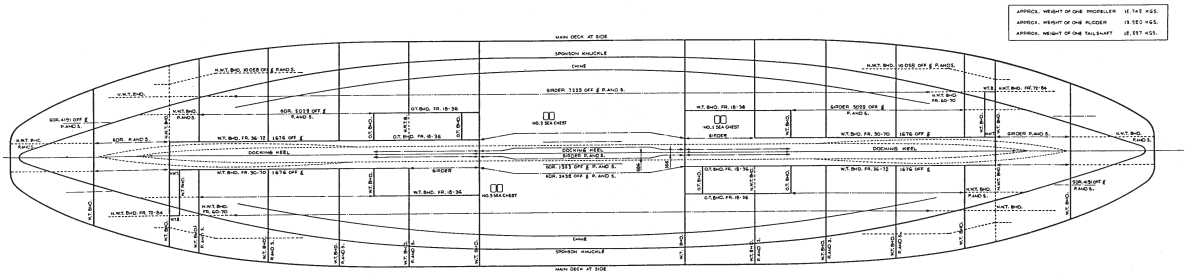
M.V. Queen of Oak Bay



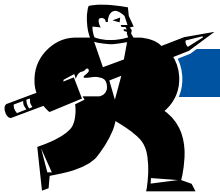
Vue de profil



Profil hors-bord



Vue de haut

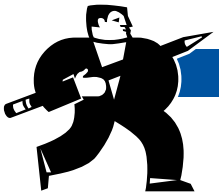


Feuille d'activités : Tour de spaghettis et de guimauves

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1. Dessinez la tour ou le pont que vous désirez construire.

2. Plan d'action
   a) Décrivez votre projet de construction.



Feuille d'activités : Tour de spaghettis et de guimauves

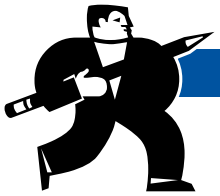
b) Établissez une liste des matériaux et des outils nécessaires à la réalisation de votre projet.

c) Échéancier du projet.
Complétez le tableau suivant.

Tableau 1

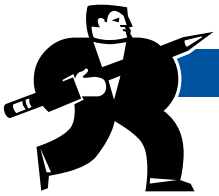
Échéancier du projet

Date	Phase du projet	Concepts math.	Fait	Commentaires



Feuille d'activités : Tour de spaghettis et de guimauves

3. Dessinez la tour ou le pont que vous avez réellement construit.



Feuille d'activités : Tour de spaghettis et de guimauves

4. En quoi la structure que vous avez construite est-elle semblable à celle que vous aviez projeté de construire?

5. En quoi la structure que vous avez construite est-elle différente de celle que vous aviez projeté de construire?

6. Quels sont vos commentaires généraux au sujet de cette activité?

Partie II : Techniques de construction géométrique

But :

Dans cette partie, les élèves acquièrent les concepts et les techniques mathématiques nécessaires à la réalisation de leur projet de construction. Au plan pédagogique, les élèves passent de la réalité à la représentation de la réalité en accomplissant une série de neuf activités qui vont leur permettre :

- de renforcer leur compréhension des propriétés des figures planes;
- d'acquérir une compréhension fonctionnelle (plutôt que rigoureuse ou formelle) du concept de « lieu géométrique d'un point » en préparant des designs et en construisant des courbes diverses utiles dans le tracé de plans;
- d'intégrer le concept de force et de le rattacher à la géométrie du triangle en construisant différents modèles de fermes;
- d'appliquer des notions de géométrie analytique et des techniques de transformations géométriques dans le but de simplifier le tracé des plans et la construction de solides.

Au cours des deux premières activités, « Construction d'arcs de cercle » et « Construction d'angles droits », les élèves explorent diverses techniques de construction géométrique mettant en jeu des polygones et le calcul du périmètre de l'aire de figures planes. Ces techniques de construction nécessitent la compréhension de certains concepts mathématiques. Au cours des activités, l'enseignant devrait informer les élèves des idées mathématiques sous-jacentes à ces techniques de construction au fur et à mesure que se présente une interrogation (par exemple, pourquoi cet angle est-il un angle droit?). Ces activités permettent également aux élèves d'appliquer des notions reliées aux nombres rationnels et à la reconnaissance de régularités.

Au cours des trois activités suivantes, « Construction de tangentes à un cercle », « Construction de cercles tangents » et « Transformations et logotypes », les élèves explorent le concept de lieu géométrique d'un point ainsi que différentes formes géométriques contenant des portions de cercle.

À la suite de ces activités, les élèves sont en mesure de construire géométriquement un design ou un logotype en appliquant leurs connaissances en géométrie analytique, leur aptitude à reconnaître des régularités et les techniques de transformation géométrique.

Au cours des deux activités suivantes, « Forces et leviers » et « Construction d'un dôme géodésique », les élèves construisent et analysent des structures solides. Ils déterminent comment évaluer le stress subi par une structure formée d'éléments rigides attachés entre eux pour former une ferme. De telles structures se rencontrent partout : ponts, édifices, bateaux.

Les deux dernières activités de cette partie concernent le projet de construction proprement dit. Les élèves revoient d'abord les différents solides géométriques (prismes, cylindres, cônes), puis ils les représentent en perspective et en dressent les plans.

Activité 1 : Construction d'arcs de cercle

But :

Les élèves construisent un cintre de dimensions imposées ou un modèle en carton d'une structure en forme d'arc (arche) dont la flèche est donnée afin de réviser les propriétés des triangles et des cercles.

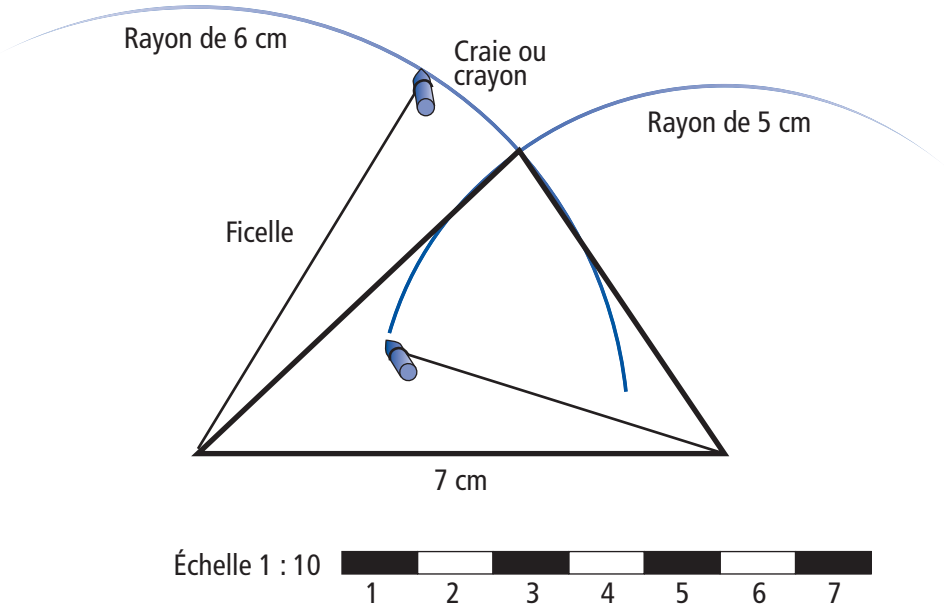
Matériaux :

- Ficelle
- Deux morceaux de bois (1,5 cm × 5 cm × 60 cm)
- Un serre-joint
- Un mètre ruban
- Un morceau de craie
- Un mètre de fil métallique

Démarche :

- Révisez avec les élèves la façon de construire un triangle dont la longueur des trois côtés est connue. La figure 4 indique la façon de procéder avec un bout de ficelle et une craie ou un crayon.

Figure 4 : Traçage d'un triangle de côtés connus

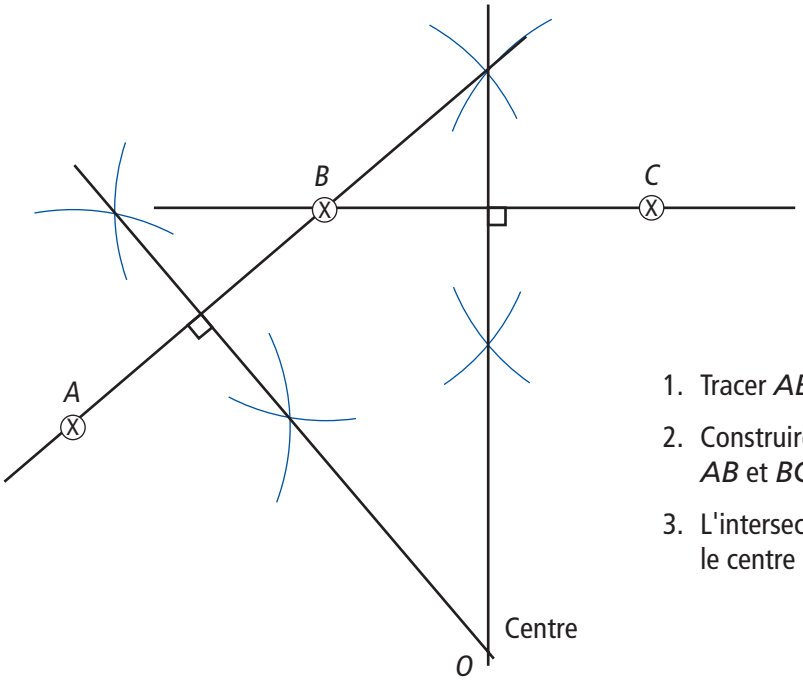


- Exemple d'un triangle dont les côtés mesurent 50 cm, 60 cm et 70 cm :
  - Tracez un segment de 70 cm sur le plancher à la craie et indiquez les points *A* et *B* aux extrémités.
  - Tracez un arc de cercle de centre *A* et de 60 cm de rayon à l'aide de la ficelle et de la craie.

- Tracez un arc de cercle de centre *B* et de 50 cm de rayon à l'aide de la ficelle et de la craie.
- L'intersection des deux arcs de cercle est le sommet *C* du triangle.

- Demandez aux élèves de décrire ce qui se passerait si les côtés du triangle mesuraient respectivement 70 cm, 30 cm, et 20 cm. Demandez-leur d'écrire dans leurs mots la règle stipulant que la somme des longueurs de deux côtés d'un triangle doit être supérieure à la longueur du troisième côté.
- Demandez aux élèves de trouver une illustration d'une arche de cathédrale ou d'un pont en forme d'arche (dans un jardin japonais, par exemple). Demandez-leur de trouver une façon de construire géométriquement une arche entre deux points *A* et *B* passant par un point *C*.
- Montrez aux élèves comment tracer un arc de cercle passant par trois points fixes (voir la figure 5 ci-dessous) :
  - À la craie, tracez trois points non colinéaires sur le sol.
  - Tracez les droites *AB* et *BC*.
  - Construisez les médiatrices des segments *AB* et *BC* et repérez leur point d'intersection *O*. Ce point est le centre du cercle passant par *A*, *B* et *C*.
  - Tracez le cercle de centre *O* avec la ficelle et la craie.
- Demandez aux élèves de discuter de la longueur du rayon ainsi que de la « courbure » du cercle ci-dessus.

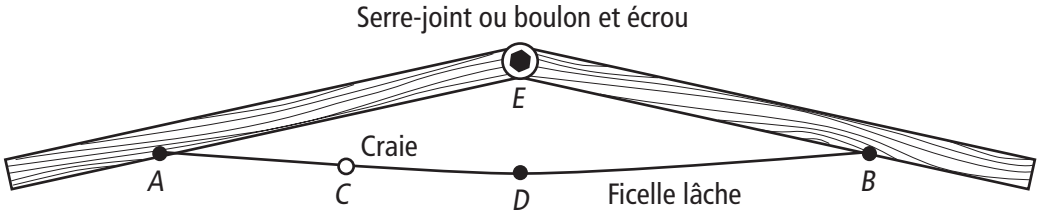
Figure 5 : Arches



1. Tracer *AB* et *BC*.
2. Construire les médiatrices des segments *AB* et *BC*.
3. L'intersection des deux médiatrices est le centre du cercle passant par *A*, *B* et *C*.

- Demandez aux élèves de proposer d'autres façons de tracer un cintre (ils devraient réaliser que l'emplacement du centre et la longueur du rayon sont les deux éléments à connaître). Lorsque le rayon est relativement petit, la méthode ci-dessus est assez précise. Lorsque le rayon est grand, il est préférable d'utiliser la méthode suivante :
  - Attachez fermement deux lattes de bois à l'aide d'un serre-joint ou d'un boulon et d'un écrou de façon à ce que l'angle *AEB* ne varie pas.
  - En faisant glisser les bords des lattes sur les points *A* et *B*, le point *D* commun aux deux bords décrit l'arc de cercle recherché.
  - Attachez un bout de ficelle aux points *A* et *B* en la laissant lâche (voir la figure 6) et demandez aux élèves de décrire la courbe obtenue en faisant glisser le point C de A vers B. Faites varier la longueur de la ficelle.
  - La distance *DE* s'appelle la *flèche* (ou *hauteur*) du cintre et la distance *AB* est la *largeur*.

Figure 6 : Montage pour le tracé d'un cintre

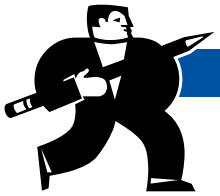


Le point *C* se déplace le long de la courbe
de façon à ce que $AC + BC$ reste constant.

- Demandez aux élèves de commenter les méthodes décrites ci-dessus et de justifier leurs conclusions en utilisant des arguments mathématiques.
- Les élèves remplissent la feuille d'activités « Plans à l'échelle » et répondent aux questions qui y sont posées.

Construction :

- Demandez aux élèves de tracer le plan d'un cintre (échelle 1 : 2), puis de plier un morceau de fil métallique rigide selon leur plan.
- Demandez aux élèves de tracer le plan (échelle 1 : 10) d'un arc de 2 mètres de largeur dont la flèche a 0,2 m de haut. Les élèves construiront ensuite un modèle à l'échelle en carton.

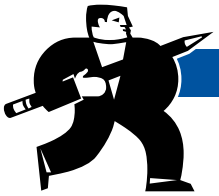


Feuille d'activités : Plans à l'échelle

Nom de l'élève : _____ Date : _____

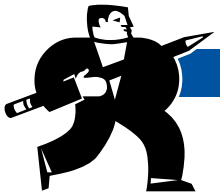
- Expliquez pourquoi la technique de construction illustrée à la figure 5 : Arches ne peut pas servir dans une situation comme celle qui est illustrée à la figure 6 : Montage pour le tracé d'un cintre.

- Tracez le plan à l'échelle (échelle 1 : 2) d'un cintre dans l'espace réservé ci-dessous. Les dimensions doivent être celles d'un cintre normal.



Feuille d'activités : Plans à l'échelle

- Tracez le plan à l'échelle (échelle 1 : 10) de l'arche d'un pont de 2 mètres de largeur dont la flèche mesure 0,20 m de haut.



Feuille d'activités : Plans à l'échelle

- Résolvez le problème de construction suivant. Indiquez clairement toutes les étapes et faites une esquisse.

  De quelle longueur de ruban aurez-vous besoin pour fabriquer une guirlande de Noël servant à décorer un manteau de cheminée de 2 m de long?

  - La longueur du manteau de la cheminée est 2 m.
  - Vous désirez construire une guirlande avec deux rubans de papier, l'un rouge et l'autre vert, tordus de façon uniforme.
  - La guirlande est attachée aux deux extrémités du manteau pour éviter que les rubans se détordent.
  - La flèche de la guirlande doit mesurer 0,2 m (autrement dit, la distance entre la guirlande et le centre du manteau doit être de 0,2 m).
  - De quelle longueur de ruban avez-vous besoin?

- Quels sont vos commentaires sur cette activité?

Activité 2 : Construction d'angles droits

But :

Le but de cette activité est de faire prendre conscience aux élèves de l'importance de la précision des mesures d'angles dans un projet de construction. Au cours de cette activité, les élèves appliquent les propriétés des triangles rectangles et des rapports trigonométriques et mettent en pratique des stratégies de mesure.

Matériaux :

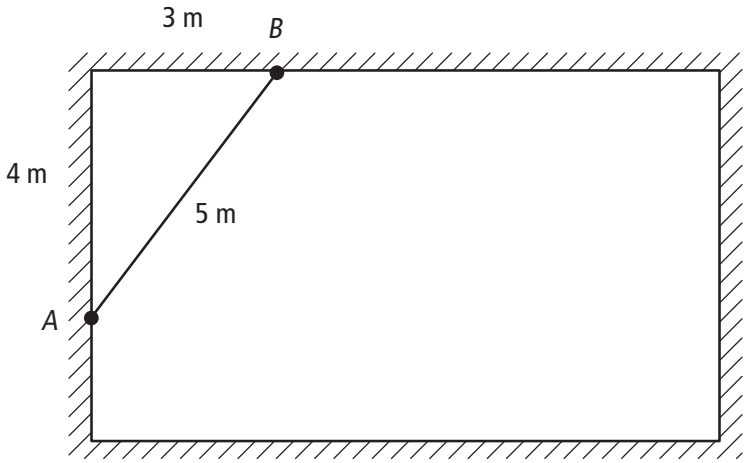
- Ficelle
- Mètre ruban
- Morceau de craie ou crayon

Démarche :

- Révisez avec les élèves le théorème de Pythagore ainsi que les concepts reliés aux polygones. Une révision des régularités et des nombres rationnels serait également souhaitable.
- Demandez aux élèves de mesurer les dimensions et les angles de leur chambre, de la classe ou du gymnase et d'indiquer la précision de leur mesure (à tant de centimètres ou de millimètres près, et à tant de degrés près pour les angles).
- Demandez ensuite aux élèves de choisir un coin de la pièce et d'imaginer une façon pratique de déterminer l'exactitude de l'angle droit que font les deux murs formant le coin.
- Demandez aux élèves d'imaginer des situations où il est important de mesurer un angle avec un degré de précision donné et d'imaginer quelles seraient les conséquences de l'absence de précision dans la mesure d'un angle. Demandez-leur par exemple de discuter de ce qui se passerait si on utilisait une équerre de menuisier de 60 cm pour vérifier si l'angle entre deux murs d'une pièce est bien un angle droit. Demandez aux élèves de proposer d'autres stratégies pour vérifier la précision d'un angle droit dans des situations semblables.

- Proposez ensuite la démarche suivante aux élèves (voir la figure 7 : Angles droits) :
  - Les élèves mesurent une distance horizontale de 4 m sur un des murs de la pièce et localisent ainsi le point *A*. Ils mesurent une distance de 3 m sur le mur adjacent et localisent le point *B*.
  - Ils mesurent la distance *AB*.
  - Si la distance *AB* est égale à 5 m, l'angle est droit. Si la distance est supérieure à 5 m, l'angle est obtus. Si la distance est inférieure à 5 m, l'angle est aigu.
  - Les élèves discutent de cette méthode de vérification. Assurez-vous que les élèves relient cette méthode au théorème de Pythagore ($25 = 16 + 9$).
  - Comme extension, les élèves pourraient déterminer quelle est la marge d'erreur sur l'angle suite à une erreur de mesure donnée des distances (par exemple, 3 m à 1 cm près).

Figure 7 : Angles droits



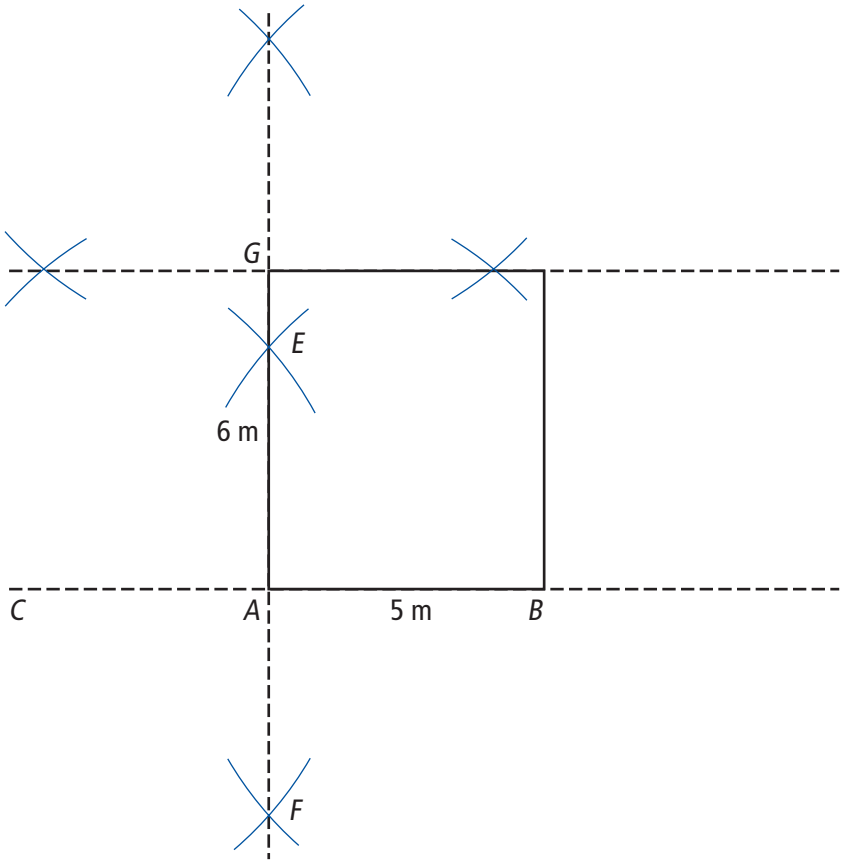
Étapes :
1. Mesurer 4 m sur le mur et indiquer le point *A*.
2. Mesurer 3 m sur le mur adjacent et indiquer le point *B*.
3. Tracer *AB*.
4. Mesurer *AB*.

Construction géométrique :

- Demandez aux élèves de construire un rectangle dont on connaît la longueur d'un côté et l'aire en utilisant uniquement une ficelle et un mètre ruban. Cette activité peut être réalisée sur le plancher de la salle de classe, dans le gymnase ou sur le terrain de stationnement.

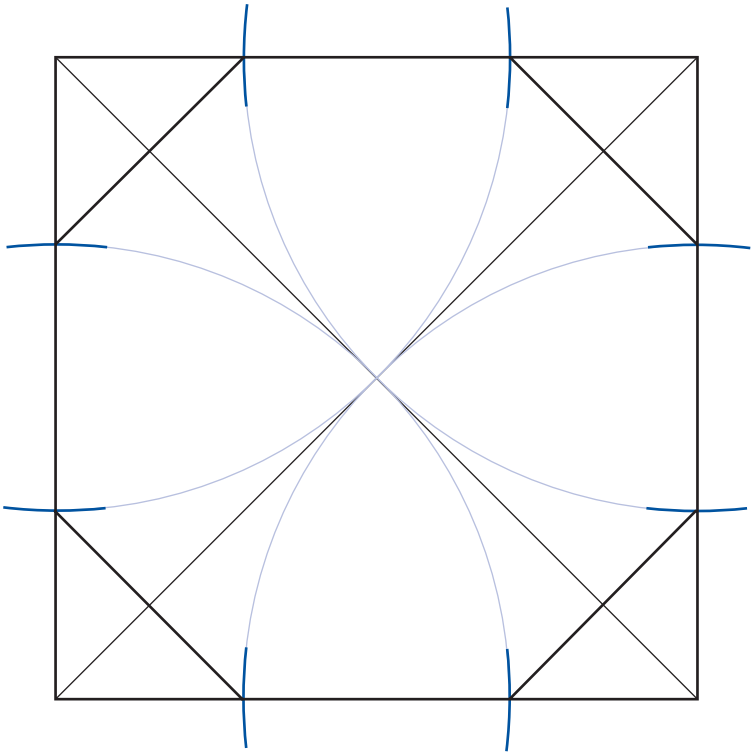
- Demandez d'abord aux élèves de proposer une méthode de construction et de la justifier. Après avoir discuté des méthodes proposées (en particulier en ce qui touche la précision des angles droits), donnez-leur les instructions suivantes (voir la figure 8 : Construction d'un rectangle) :
  - Calculez la longueur du côté inconnu en utilisant la formule de l'aire d'un rectangle (par exemple, si $a = 5$ m et que l'aire est de 30 m^2, alors la longueur du côté inconnu est 6 m).
  - Tracer le premier côté sur le sol et prolongez-le vers la gauche.
  - À l'aide de la ficelle, tracez un cercle de centre *A* de façon à ce qu'il coupe le côté aux points *B* et *C*.
  - Avec *B* et *C* comme centres, tracez des arcs de cercle de même rayon (ce rayon doit être plus grand que la longueur *AB*). Soient *E* et *F* les points d'intersection des deux arcs.
  - Tracez le segment *EF* et prolongez-le suffisamment. Cette droite est perpendiculaire à *AB*.
  - Portez la longueur du deuxième côté sur le segment perpendiculaire pour obtenir le point *G*.
  - Utilisez la même méthode pour tracer la perpendiculaire à *AG* avec *G* comme pied (cette droite sera parallèle à *AB*).
  - Portez la distance *AB* sur cette dernière droite et complétez le rectangle en joignant le point ainsi obtenu au point *B*.

Figure 8 : Construction d'un rectangle



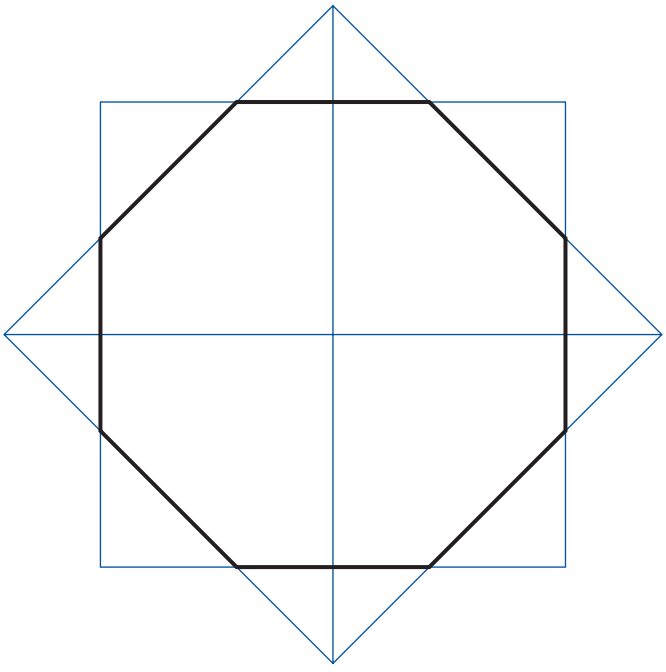
- Demandez aux élèves de tracer un carré de 3 m de côté sur le sol en utilisant la technique de construction précédente. Une fois le carré tracé, demandez aux élèves de construire un octogone régulier à partir du carré (voir les figures 9 et 10 : Construction d'un octogone).

Figure 9 : Construction d'un octogone 1



Étapes :
1. Tracer les diagonales du carré.
2. Tracer des cercles de rayon égal à la moitié de la diagonale.
3. Joindre les intersections deux à deux pour construire l'octogone.

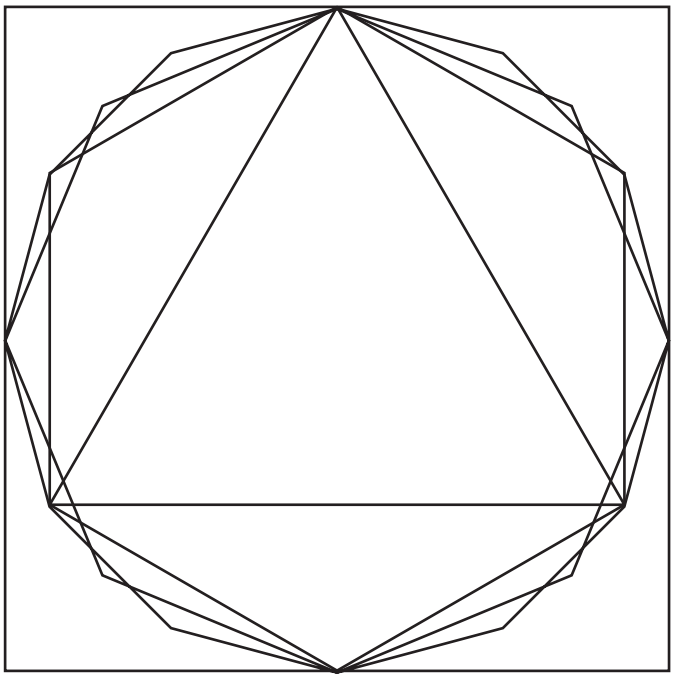
Figure 10 : Construction d'un octogone 2



Étapes :
1. Tracer les diagonales du carré.
2. Inscrire la circonférence dans le carré.
3. Tracer les tangentes au cercle aux points d'intersection du cercle et des diagonales. Les points d'intersection des tangentes avec le carré sont les sommets de l'octogone.

- Demandez aux élèves d'imaginer une façon de construire sur le sol un hexagone régulier de 2 m de côté et, à partir de ce polygone, de construire un dodécagone régulier (12 côtés égaux), un carré, un octogone et un triangle équilatéral (voir la figure 11 : Construction de polygones réguliers).
- Vous pouvez guider les élèves en leur proposant de tracer un cercle de 2 m de rayon. Cette longueur sera la longueur du côté de l'hexagone régulier (demandez aux élèves de justifier cette assertion).
- Demandez aux élèves de mesurer le périmètre et l'aire de l'hexagone et de les exprimer en fonction du rayon.
- Les élèves peuvent ensuite construire les autres polygones en joignant les sommets deux à deux (pour le triangle), en divisant en deux les côtés de l'hexagone (pour le dodécagone), en joignant les sommets de ce dernier trois par trois (pour le carré), et ainsi de suite. Pour chaque polygone, demandez aux élèves de calculer le périmètre et l'aire et de les exprimer en fonction du rayon du cercle.
- Les élèves remplissent la feuille d'activités « Polygones réguliers inscrits dans un cercle de 2 m de rayon » et répondent aux questions.
- Comme exercice, les élèves peuvent tracer un octogone sur une feuille de papier à partir d'un carré de 78 mm de côté ainsi qu'un octogone régulier dont le côté mesure 50 mm.

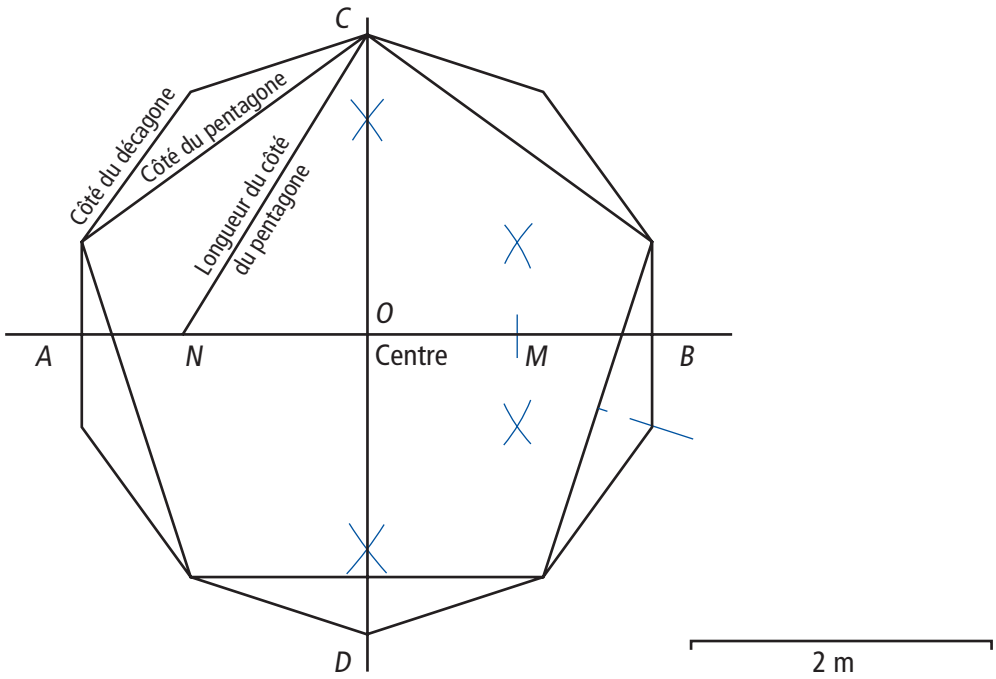
Figure 11 : Construction de polygones réguliers

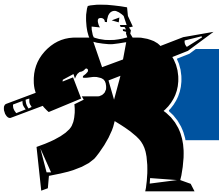


Prolongement :

- Demandez aux élèves de proposer une méthode pour tracer un pentagone régulier et un décagone régulier, tous deux inscrits dans un cercle de 2 m de rayon (voir la figure 12 : Construction d'un pentagone et d'un décagone réguliers). Discutez des méthodes proposées avant de leur suggérer la méthode suivante :
  - Tracez un cercle de 2 m de rayon et de centre *O*. Tracez un diamètre *AB* (droite passant par le centre *O*).
  - Utilisez la méthode de construction d'un rectangle pour tracer un diamètre perpendiculaire *CD*.
  - Avec la ficelle, déterminez le milieu *M* de *OB* en traçant deux arcs de cercle de part et d'autre de *OB* en prenant *O* et *B* comme centres.
  - Tracez un cercle de centre *M* et de rayon *CM*. Ce cercle coupe le diamètre *AB* au point *N*.
  - La longueur *CN* est la longueur du côté du pentagone régulier. Reportez *CN* cinq fois sur le cercle et joignez les points pour former le pentagone.
  - En divisant les côtés du pentagone en deux, les élèves pourront alors construire le décagone (il est important de n'utiliser la ficelle que pour déterminer le milieu des segments).
  - Demandez aux élèves de calculer le périmètre et l'aire des deux polygones et de compléter le tableau 3 de la feuille d'activités en supposant que le cercle circonscrit fait 2 m de rayon.

Figure 12 : Construction d'un pentagone et d'un décagone réguliers





Feuille d'activités : Tracé de polygones réguliers dans un contexte de construction

Nom de l'élève : _____ Date : _____

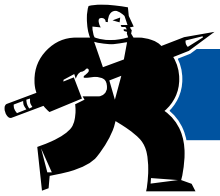
- De quelle façon le manque de précision dans la construction d'un angle droit va-t-il affecter la longueur des côtés d'un rectangle de grande dimension (par exemple, un terrain de football, les fondations d'un immeuble)?

- Estimez la différence de longueur entre les deux côtés parallèles d'un rectangle (la longueur désirée est de 35 m) découlant d'une erreur ou d'une imprécision dans la mesure de l'angle droit (par exemple, 1°, 2°, 1/2°). Complétez le tableau 2 : Consé-

Tableau 2

Conséquences d'une mesure d'angle imprécise

Erreur (degrés)	Côté *A* (m)	Côté *B* (m)	Différence *A* – *B* (m)



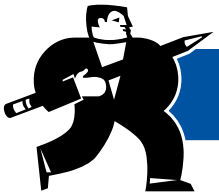
Feuille d'activités : Tracé de polygones réguliers dans un contexte de construction

quences d'une mesure d'angle imprécise.

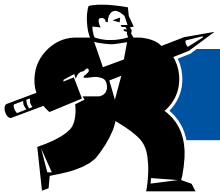
- Quelles conséquences peut avoir ce genre d'erreur?

- Vous devez tracer le contour d'un terrain de soccer. Comment procéderez-vous?

- Indiquez les étapes à suivre et illustrez-les à l'aide d'un dessin à l'échelle.



Feuille d'activités : Tracé de polygones réguliers dans un contexte de construction



Feuille d'activités : Polygones réguliers inscrits dans un cercle de 2 mètres de rayon

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Tableau 3

Mesures de polygones

Nombre de côtés	Nom du polygone	Côté	Périmètre	Aire	Rapport aire/ périmètre
3					
4					
5					
6					
8					
10					
12					
7					
9					
11					
24					

- Quels commentaires supplémentaires désirez-vous faire sur cette activité?

- Vous désirez tailler un poteau de section octogonale régulière. Vous disposez d'un billot cylindrique de 30 cm de diamètre et de 1 m de long. Comment allez-vous procéder?

Activité 3 : Construction de tangentes à un cercle

But :

Au cours de cette activité, les élèves explorent les propriétés des tangentes à un cercle dans un contexte de construction. Les connaissances acquises au cours de cette exploration leur serviront à reconnaître les éléments de symétrie des figures géométriques et à explorer le concept de lieu géométrique dans un contexte réel.

Matériaux :

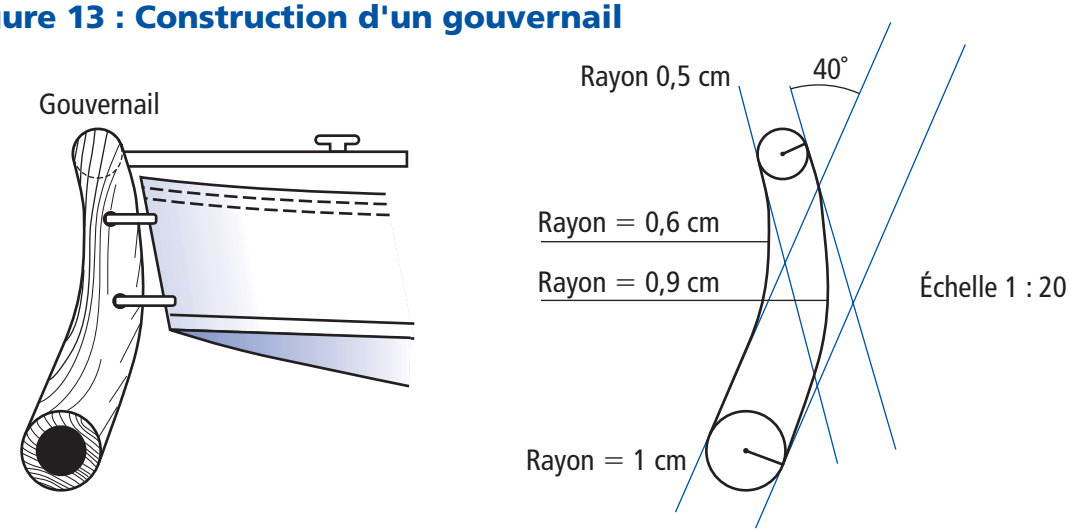
- Compas
- Règle
- Équerre (facultatif)
- Papier graphique
- Logiciel de géométrie

Démarche :

- Demandez aux élèves de trouver des situations réelles où il est important de tracer des figures complexes et esthétiques (par exemple, le design d'un logotype, l'aménagement paysager, la peinture, la sculpture, le vitrail, la décoration intérieure).
- Demandez aux élèves de trouver des logotypes de sociétés et de tenter de les reproduire. Demandez-leur d'esquisser un logotype de leur choix. Faites-leur préciser quelles connaissances et techniques ils jugent nécessaires à l'élaboration d'une esquisse à l'échelle de leur logotype et à la construction d'un modèle réduit en trois dimensions en carton. Invitez les élèves à proposer diverses façons de réaliser cette tâche (par exemple, à l'aide d'un logiciel d'infographie).
- Demandez aux élèves de trouver un exemple de logotype fait de courbes complexes et harmonieuses et de proposer une méthode pour en dresser le plan à l'échelle. Le plan doit contenir tous les détails (mesures de longueur, angles, etc.) nécessaires à une reproduction exacte du logotype.

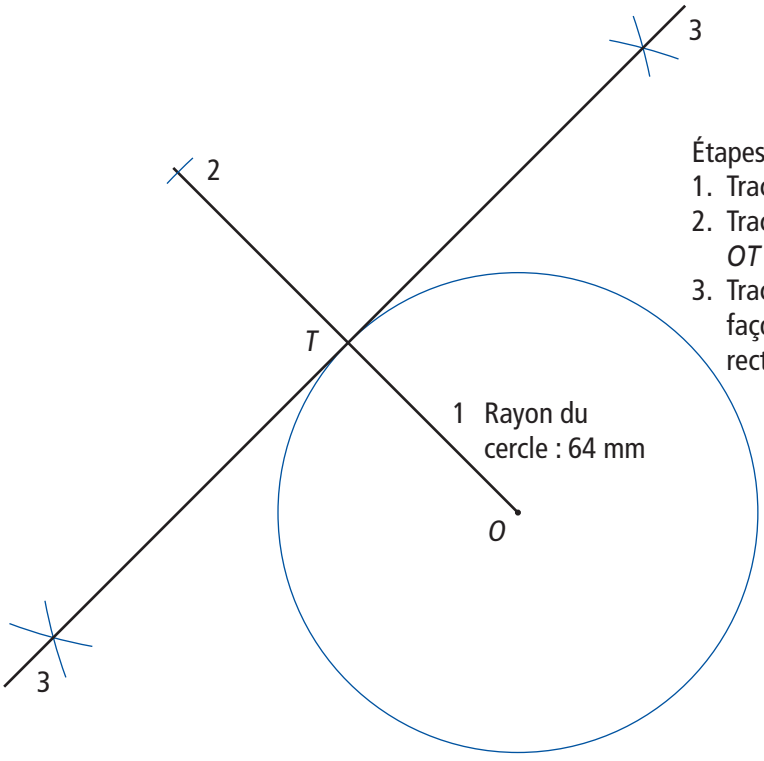
  Signalez aux élèves que dans la plupart des cas, il faudra tracer des tangentes à certaines courbes ou tracer une courbe tangente à une droite ou à une autre courbe, en particulier pour raccorder des courbes de façon harmonieuse.
- La figure 13 ci-contre indique les dimensions, les angles et les lignes de construction temporaires nécessaires à la construction du gouvernail d'une petite embarcation. Dans cet exemple, il est clair qu'il faudra tracer des tangentes.
- Demandez aux élèves de proposer une façon de tracer une droite tangente à un cercle en un point donné du cercle. Demandez-leur ensuite de proposer une méthode pour tracer un cercle tangent à une droite en un point donné de la droite. Faites préciser aux élèves les difficultés qu'ils prévoient rencontrer dans la réalisation de ces constructions géométriques.

Figure 13 : Construction d'un gouvernail



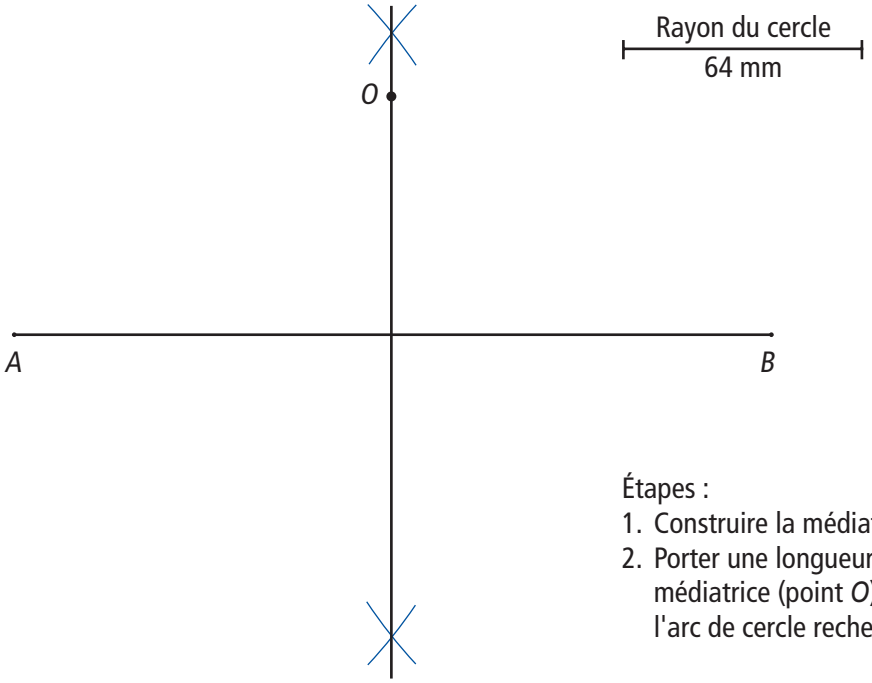
- Proposez aux élèves des techniques pour réaliser les constructions suivantes :
  - Tracer une tangente à un cercle en un point donné (figure 14 : Comment tracer une tangente à un cercle).
  - Tracer un arc de cercle tangent à une droite en un point donné de la droite (figure 15 : Comment tracer un arc de cercle tangent à une droite).
  - Tracer une tangente à un cercle passant par un point donné extérieur au cercle (figure 16 : Comment tracer un arc de cercle 1).

Figure 14 : Comment tracer une tangente à un cercle



Étapes :
1. Tracer *OT* et prolonger le segment.
2. Tracer un cercle de centre *T* et de rayon *OT* pour déterminer le point 2.
3. Tracer la perpendiculaire à *OT* de la façon habituelle (construction du rectangle).

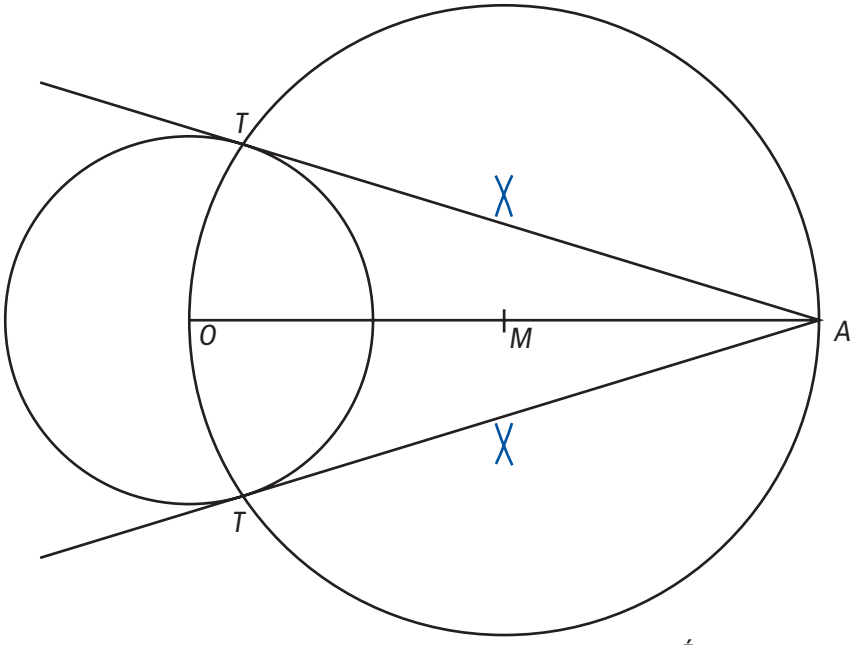
Figure 15 : Comment tracer un arc de cercle tangent à une droite



Étapes :

1. Construire la médiatrice du segment *AB*.
2. Porter une longueur de 64 mm sur la médiatrice (point *O*). *O* est le centre de l'arc de cercle recherché.

Figure 16 : Comment tracer un arc de cercle 1

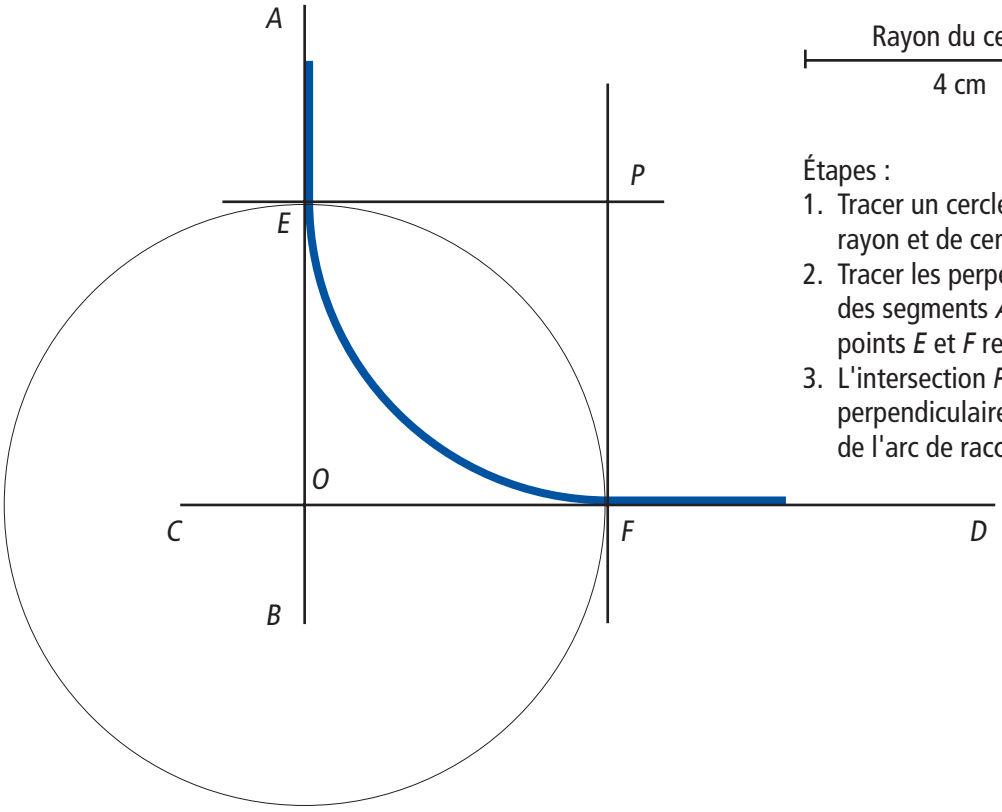


Étapes :

1. Tracer *AO*.
2. Déterminer le cenre du segment *AO* (par la méthode de la médiatrice).
3. Tracer le cercle de centre *M* et de rayon *MA*.
4. Tracer la tangente *AT* (deux solutions).

- Invitez les élèves à raccorder deux droites par un arc de cercle de façon à ce que les raccords soient le plus précis possible (voir la figure 17 : Comment tracer un arc de cercle 2 : Arc raccordant deux droites perpendiculaires, et la figure 18 : Comment tracer un arc de cercle 3 : Arc raccordant deux droites parallèles).

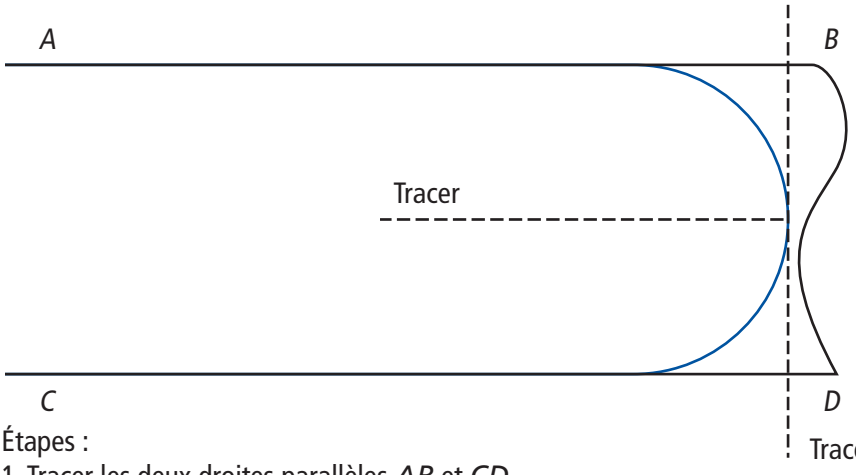
Figure 17 : Comment tracer un arc de cercle 2 : Arc raccordant deux droites perpendiculaires



Étapes :

1. Tracer un cercle de 4 cm de rayon et de centre *O*.
2. Tracer les perpendiculaires des segments *AB* et *CD* aux points *E* et *F* respectivement.
3. L'intersection *P* des deux perpendiculaires est le centre de l'arc de raccordement.

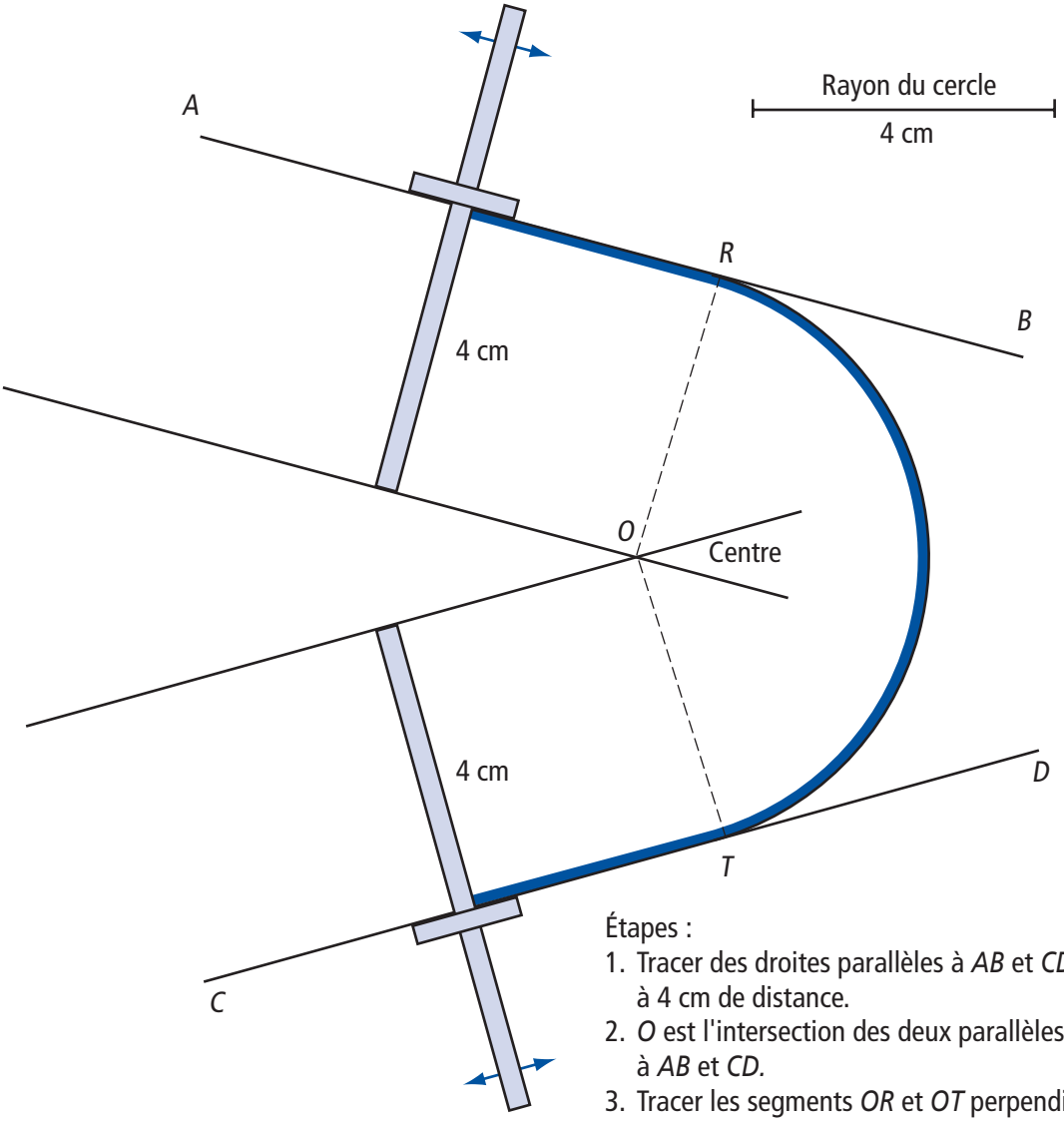
Figure 18 : Comment tracer un arc de cercle 3 : Arc raccordant deux droites parallèles



Étapes :

1. Tracer les deux droites parallèles *AB* et *CD*.
2. Le rayon du cercle équivaut à la moitié de la distance entre les droites *AB* et *CD*.

Figure 19 : Comment tracer un arc de cercle 4 : Arc raccordant deux droites quelconques

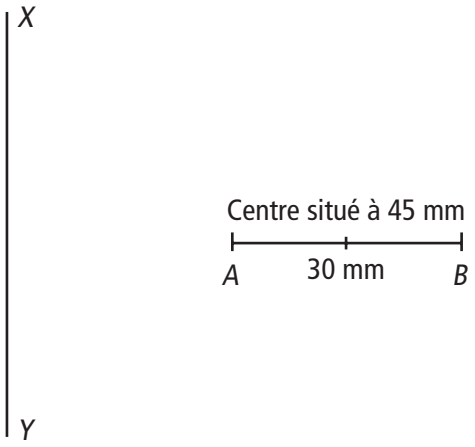


Étapes :

1. Tracer des droites parallèles à *AB* et *CD* à 4 cm de distance.
2. *O* est l'intersection des deux parallèles à *AB* et *CD*.
3. Tracer les segments *OR* et *OT* perpendiculaires à *AB* et *CD* respectivement.
4. Tracer l'arc de cercle de centre *O*.

- Proposez les situations suivantes comme exercices de prolongement :
  - Situation nº 1 : Raccordez un arc, de centre donné *O*, d'un cercle de rayon de 30 mm situé à 45 mm de la ligne *XY*, à une droite donnée *AB* (voir la figure 20).

Figure 20 : Situation nº 1



  - Tracez les arrondis dans les deux cas suivants (figures 21 et 22).

Figure 21 : Situation nº 2

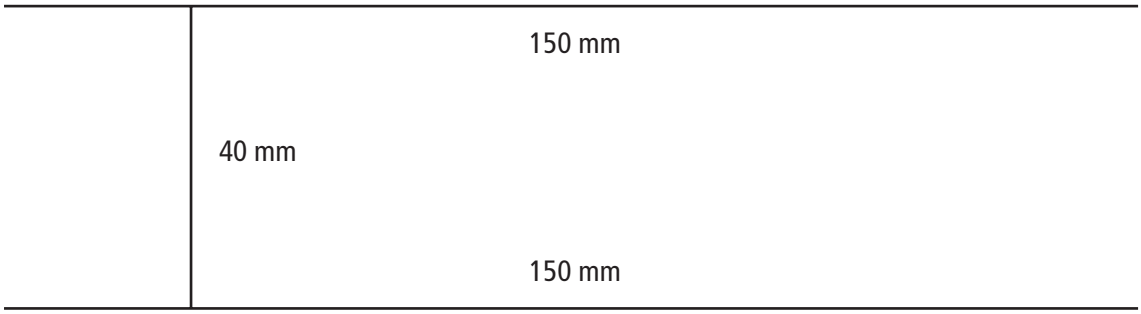
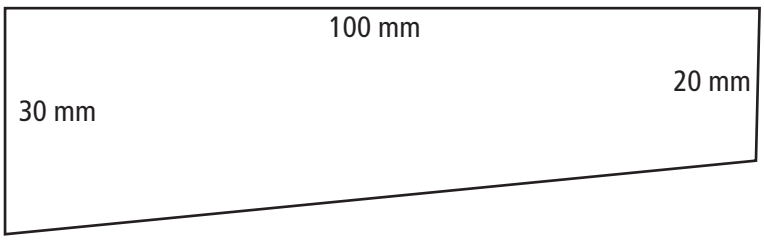


Figure 22 : Situation nº 3



Activité 4 : Construction de cercles tangents

But :

Cette activité est la suite de l'activité précédente. Les élèves mettent en pratique les connaissances et les techniques acquises au sujet des propriétés du cercle et du concept de lieu géométrique d'un point dans le but de créer des designs plus complexes en utilisant la géométrie analytique et les transformations.

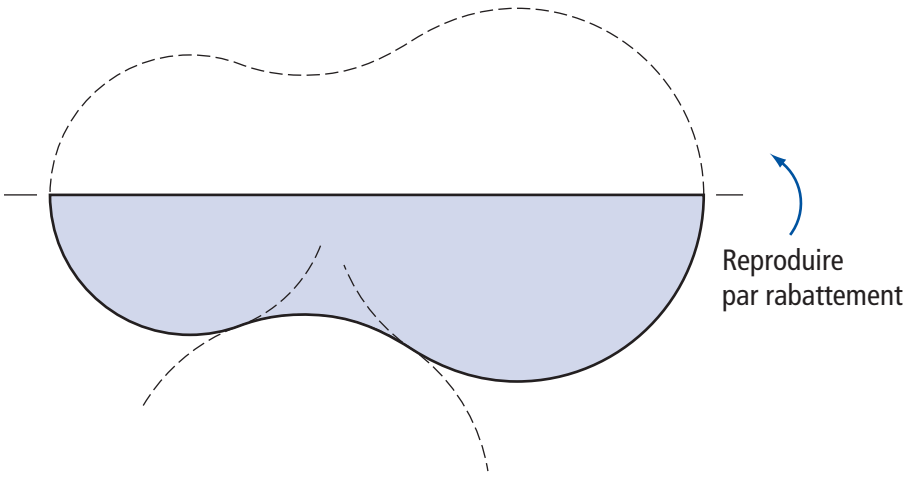
Matériaux :

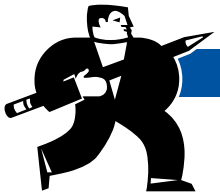
- Compas
- Règle
- Équerre (facultatif)
- Papier graphique
- Logiciel de géométrie

Démarche :

- Demandez aux élèves de trouver des exemples de courbes permettant de raccorder deux cercles tel qu'illustré à la figure 23 : Raccordement de deux cercles par un arc. Demandez-leur de proposer une démarche permettant de tracer les plans à l'échelle d'un design impliquant une telle situation.
- Discutez de la figure 23 avec les élèves et demandez-leur de proposer une technique de construction géométrique appropriée.
- Demandez aux élèves de trouver une illustration d'une hélice de bateau et d'examiner les raccords entre les courbes.
- Distribuez aux élèves la feuille d'activités « Raccordement de courbes ».

Figure 23 : Raccordement de deux cercles par un arc



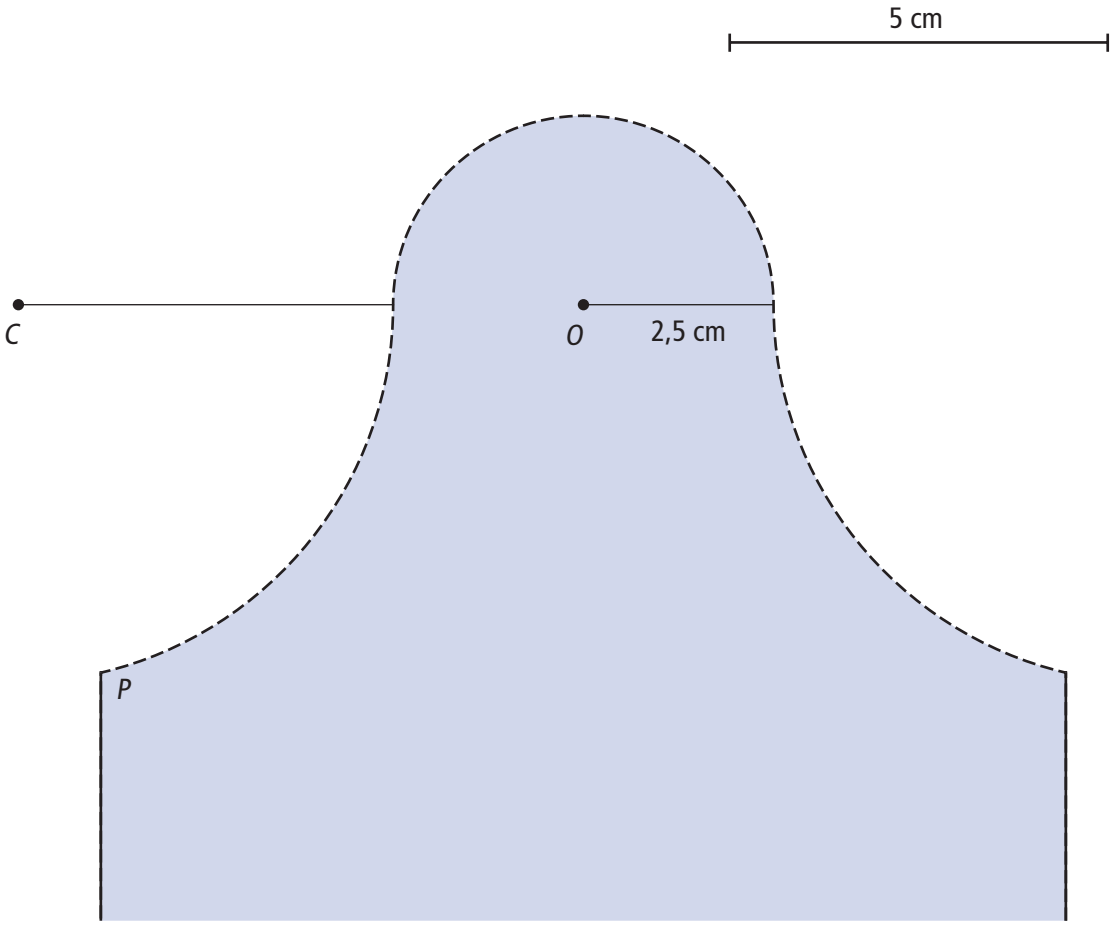


Feuille d'activités : Raccordement de courbes

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1a. Tracez un arc tangent à un arc donné passant par un point donné lorsque le rayon est connu.

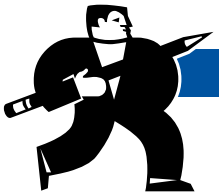
Figure 24 : Raccordement de courbes 1



Soit : Un cercle de centre *O* et de 2,5 cm de rayon.
Un point *P* sur un cercle de 5 cm de rayon.

Étapes :

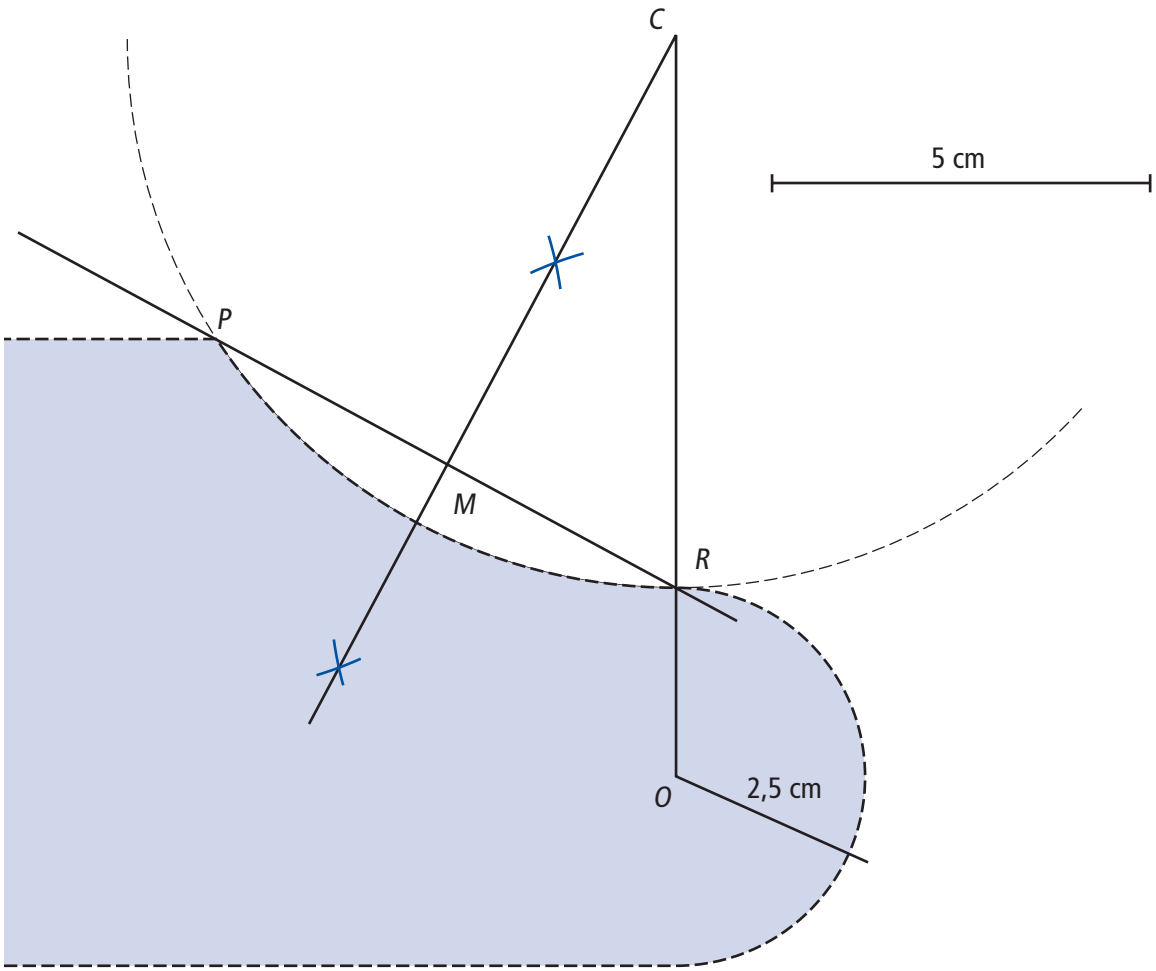
1. Tracer un arc de cercle de centre *P* et de 5 cm de rayon.
2. Tracer un arc de cercle de centre *O* et de 5 + 2,5 cm de rayon.
3. Tracer un arc de cercle de centre *C* (intersection des deux arcs obtenus aux étapes 1 et 2) et de 5 cm de rayon.



Feuille d'activités : Raccordement de courbes

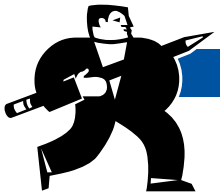
1b. Tracez un arc tangent à un arc donné passant par un point donné lorsque le point de contact est connu.

Figure 25 : Raccordement de courbes 2



Étapes :

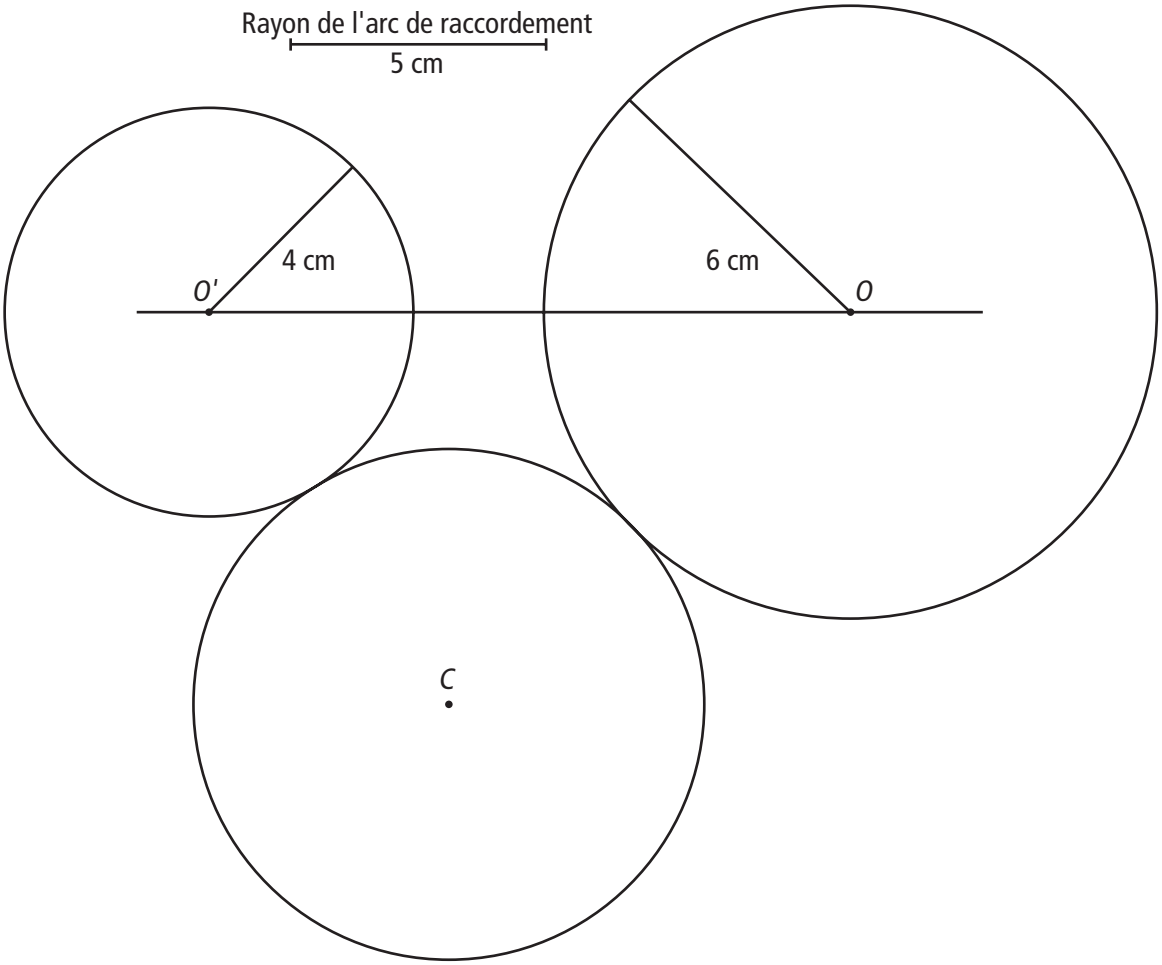
1. Tracer un cercle de centre *O* et de 2,5 cm de rayon.
2. *R* est le point de contact de deux arcs de cercle.
3. Tracer les segments *OR* et *PR*.
4. Tracer la médiatrice de *PR*.
5. Le centre *C* est à l'intersection de la médiatrice et de la droite *OR*.



Feuille d'activités : Raccordement de courbes

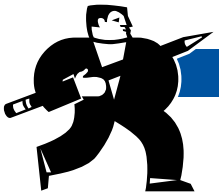
2. Raccordez deux arcs de cercle par un arc de rayon donné.

Figure 26 : Raccordement de deux arcs de cercle par un arc de rayon donné



Étapes :

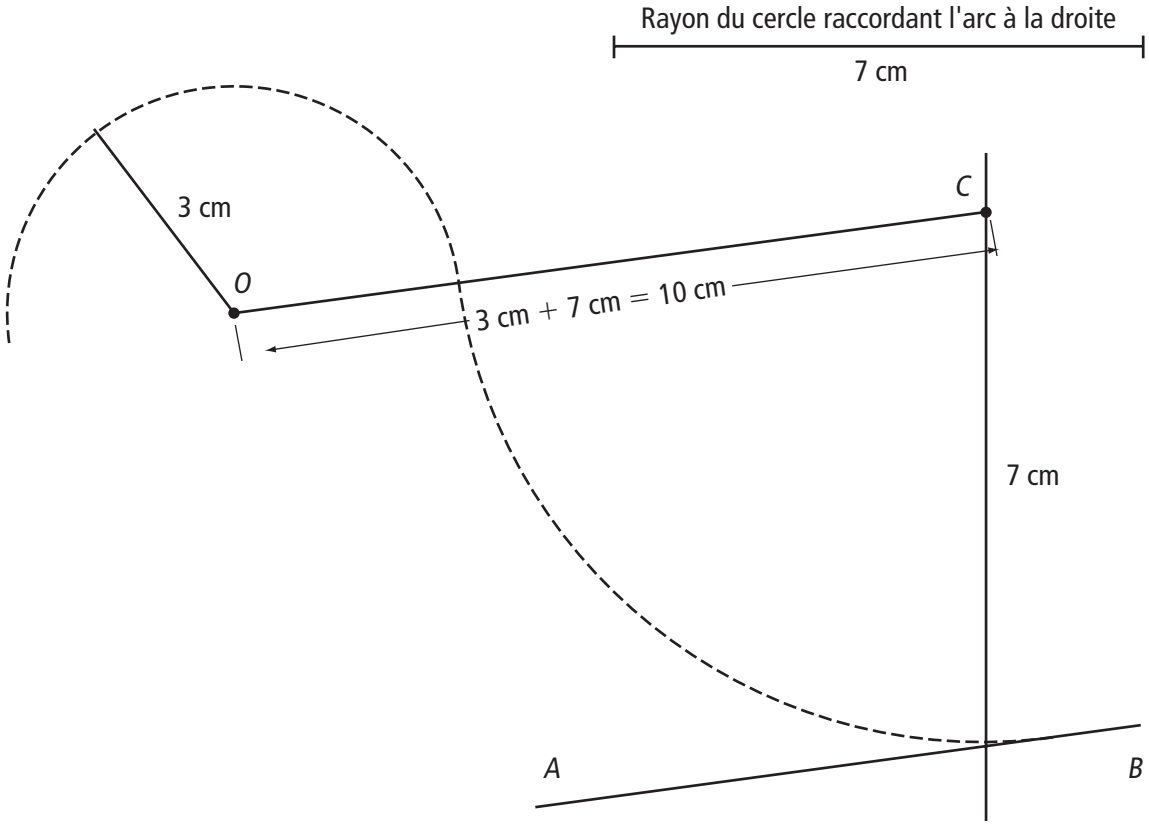
1. Tracer un arc de cercle de centre *O* et de 6 + 5 = 11 cm de rayon.
2. Tracer un second arc de cercle de centre *O*' et de 4 + 5 = 9 cm de rayon.
3. *C* est le point d'intersection entre les arcs et le centre recherché de l'arc de raccordement.
4. Avant de tracer l'arc de raccordement, joindre *CO* et *CO*' afin d'obtenir les points de contact.



Feuille d'activités : Raccordement de courbes

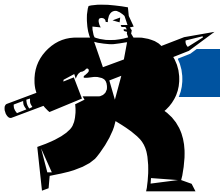
3a. Raccordez un arc et une droite par un arc de rayon donné.

Figure 27 : Raccordement d'un arc à une droite par un arc de rayon donné



Soit la droite *AB* et l'arc de cercle de centre *O*.

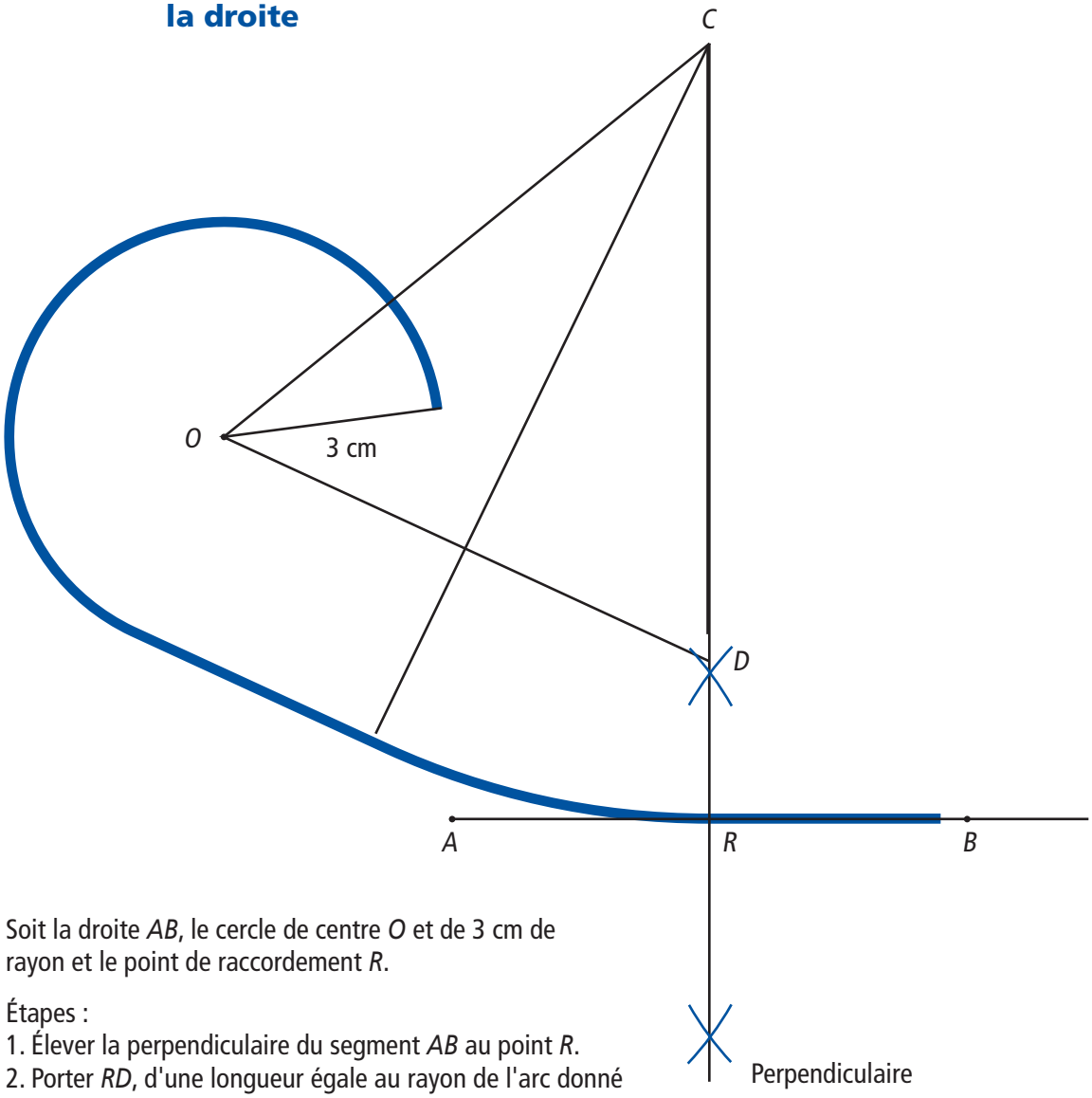
Étapes :
1. À partir du centre *O*, tracer un cercle de 3 + 7 = 10 cm de rayon.
2. Tracer la droite parallèle à *AB* à 7 cm de celle-ci pour obtenir le point *C*.
3. Tracer l'arc de cercle de centre *C* et de 7 cm de rayon raccordant l'arc de 3 cm à la droite *AB*.



Feuille d'activités : Raccordement de courbes

3b. Raccordez un arc et une droite en un point donné de la droite.

Figure 28 : Raccordement d'un arc à une droite en un point donné de la droite



Soit la droite *AB*, le cercle de centre *O* et de 3 cm de rayon et le point de raccordement *R*.

Étapes :

1. Élever la perpendiculaire du segment *AB* au point *R*.
2. Porter *RD*, d'une longueur égale au rayon de l'arc donné (3 cm).
3. Élever la perpendiculaire au milieu de *OD* (médiatrice).
4. L'intersection avec *RD* est le centre *C* recherché.
5. *C* est le centre de l'arc raccordant le cercle de centre *O* et le point *R* de la droite *AB*.

Activité 5 : Transformations et logotypes

But :

Au cours de cette activité, les élèves construisent un design ou un logotype de leur choix en appliquant les connaissances et les techniques acquises au cours des activités précédentes. Ils réalisent l'importance des transformations géométriques pour simplifier les constructions lorsque les figures présentent des éléments de symétrie.

Matériaux :

- Compas
- Règle
- Équerre (facultatif)
- Papier graphique
- Logiciel de géométrie

Démarche :

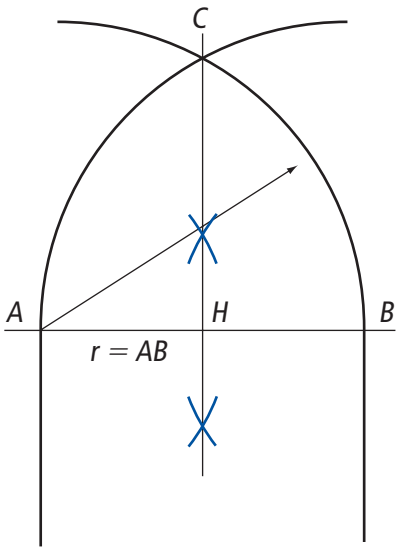
- Demandez aux élèves de s'exercer à appliquer les transformations géométriques (translations, rotations, rabattements, élargissements et réductions à l'échelle) sur les figures qu'ils ont tracées au cours des activités précédentes et reproduites sur carton.
- Encouragez les élèves à placer leur modèle en carton sur du papier quadrillé et à construire diverses images en utilisant les concepts de la géométrie analytique.
- Les élèves peuvent également reproduire fidèlement leurs constructions à l'aide d'un logiciel graphique. Encouragez-les à effectuer diverses transformations pour former des figures de plus en plus complexes.
- Une fois la suite de transformations effectuée sur une figure, demandez à chaque élève de donner à un partenaire l'image originale et son image finale. Celui-ci devra alors reconnaître les transformations utilisées et l'ordre dans lequel elles ont été effectuées.
- Les élèves pourraient reproduire leur figure sur le stationnement de l'école avec un facteur d'élargissement donné.

Exercices :

- Tracez un arc de cercle de 20 mm de rayon tangent à un arc de 30 mm de rayon. Indiquez toutes les étapes.
- Tracez une droite verticale et un cercle dont le centre est situé à 25 mm de la droite. Raccordez la droite au cercle par un arc de cercle de 12 mm de rayon. Indiquez toutes les étapes.
- En équipes de deux, choisissez une proue et une poupe parmi celles illustrées dans la feuille d'activités « Modèles de proues et de poupes ». Raccordez la proue à la poupe par une courbe aussi harmonieuse que possible. Dessinez le modèle sur du carton et découpez-le.

Prolongement : Courbes qui ne sont pas des cercles
Comment tracer des courbes employées couramment en conception graphique (voir les figures 29 à 33).

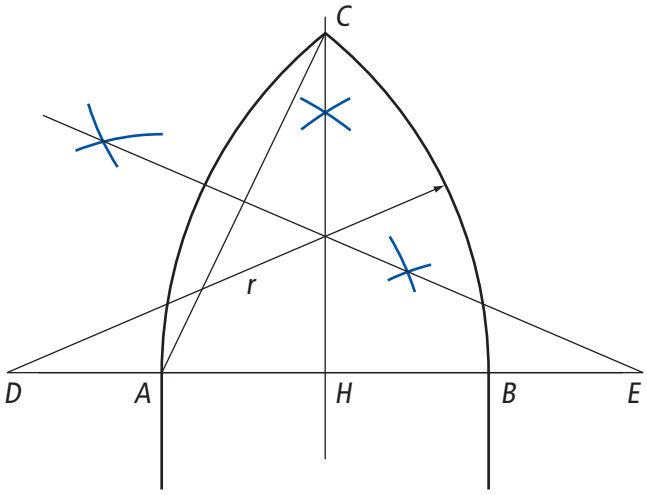
Figure 29 : Ogive 1



AB

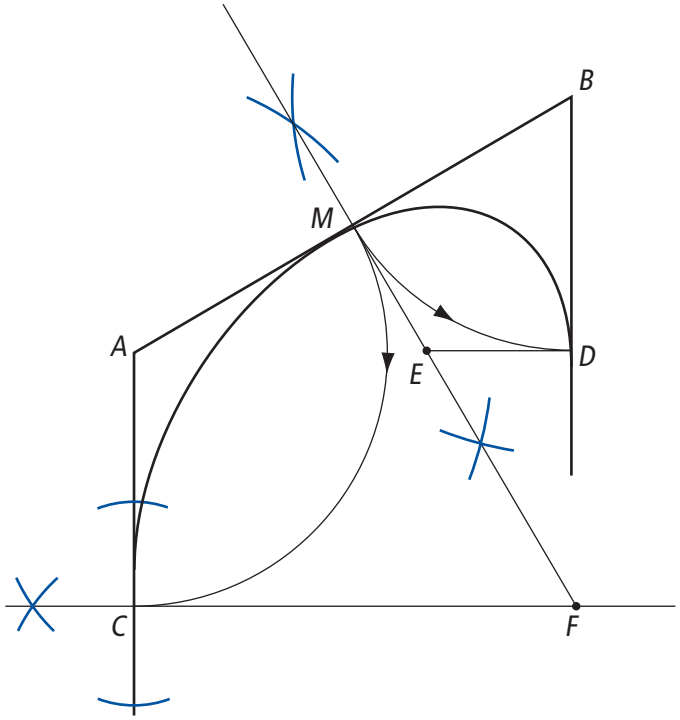
AB est l'ouverture.
HC est la hauteur.
C est le sommet.
Avec *A* et *B* pour centres, tracer des cercles de rayon *AB*.

Figure 30 : Ogive 2



AB est l'ouverture.
HC est la hauteur.
C est le sommet.
Avec *D* et *E* (*HD* = *HE*) pour centres, tracer des cercles de rayon *r* = *DB*.

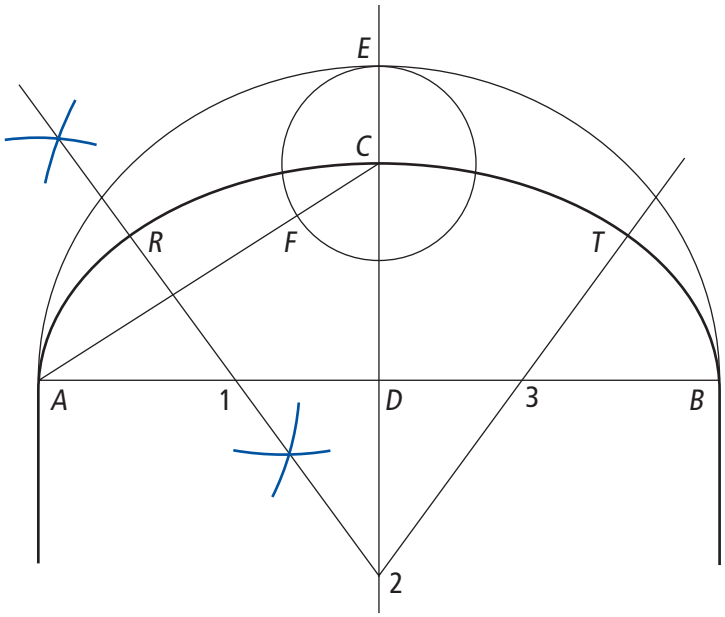
Figure 31 : Arc rampant



L'arc rampant est composé de deux arcs raccordés entre eux et tangents à trois droites données (deux verticales et une oblique).

Étapes :
1. *M* est le point de raccordement; porter *AM* en *AC* et *BM* en *BD.*
2. Élever des perpendiculaires aux points *C, M* et *D.*
3. *E* et *F* sont les centres des arcs recherchés.

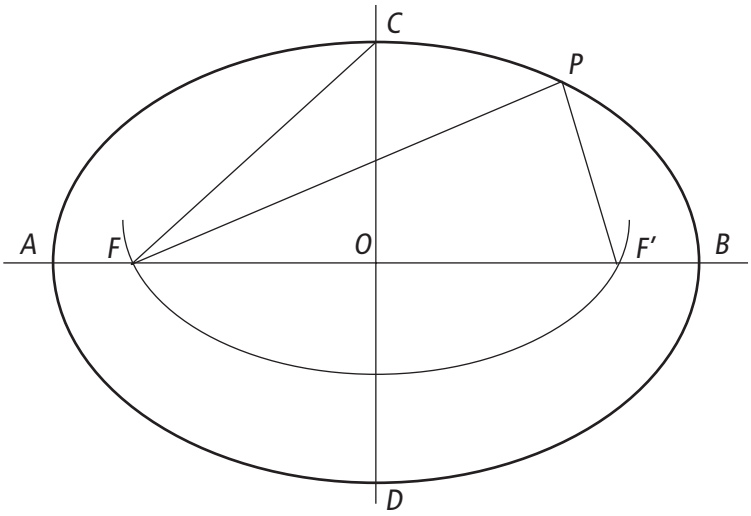
Figure 32 : Anse de panier



Étapes :

1. *AB* est l'ouverture et *CD* est la hauteur (ou flèche) de l'anse de panier.
2. Tracer un demi-cercle de rayon *AD* et de centre *D*.
3. *CE* est la différence entre la moitié de l'ouverture et de la hauteur.
4. Tracer le cercle de rayon *CE* et de centre *C*.
5. Tracer *AC*.
6. Au milieu de *AF*, élever la perpendiculaire pour donner les points 1 et 2 sur les axes.
7. Porter le point 3 tel que $D - 3 = 1 - D$.
8. Les points 1, 2 et 3 sont les centres des arcs de cercle.
9. Tracer *AR*, *RC*, *CT* et *TB*.

Figure 33 : Ellipse



Soit :
$AB = 14$ cm
$CD = 8$ cm
AO est la moitié du grand axe

Étapes :
1. Tracer un cercle de centre C et de rayon égal à AO (7 cm) pour trouver les points F et F' (foyers de l'ellipse).
2. Attacher les extrémités d'une ficelle de longueur AB (14 cm) aux foyers F et F'.
3. Garder la ficelle tendue et tracer l'ellipse.

Activité 6 : Forces et leviers

But :

Cette activité a pour but d'amener les élèves à relier les propriétés géométriques des triangles aux forces physiques qui agissent sur une structure. Les forces de compression et de tension sont les deux types de force qui agissent sur les structures et dont l'action combinée rend la structure stable (en équilibre) ou instable (en déséquilibre).

Matériel et équipement :

(par équipe de deux élèves)

- Un ensemble de poids de 100 g, 500 g et 1 kg
- Un ensemble de barres rigides de différentes longueurs (par exemple, des lattes de bois de 2,5 cm × 2,5 cm)
- Un mètre gradué
- Un ensemble de dynamomètres
- De la ficelle
- Un assortiment de serre-joints

Démarche :

On aura avantage à effectuer cette activité en collaboration avec l'enseignant de sciences, ce qui serait l'occasion d'intégrer harmonieusement les deux matières.

- Présentez aux élèves la figure 34 : Diagramme des forces 1. Expliquez les termes « tension » et « compression » :
  - La tension qui se manifeste dans une structure est une force de traction qui étire les matériaux. On peut observer les effets de la tension sur des structures comme les ponts de corde, les fils électriques tendus entre deux poteaux, les tendeurs d'une tente, les ponts suspendus, les câbles d'un téléphérique.
  - La compression est une force de poussée qui comprime les matériaux et les composantes. On peut observer les effets de la compression dans des structures comme les pyramides d'Égypte, les poteaux de téléphone (compression verticale), les arches de ponts, les troncs d'arbre… et les guimauves écrasées.
- À partir des structures nommées ci-dessus, demandez aux élèves de donner des exemples de forces et voyez avec eux si ce sont des forces de tension ou de compression. Mentionnez aux élèves que les forces agissent partout autour de nous; l'absence de force ou une force nette nulle amène un état d'équilibre.
- Revoyez brièvement les caractéristiques des forces (direction, grandeur et point d'application). Les élèves pourraient utiliser un dynamomètre dans différents contextes et reconnaître la grandeur, la direction et l'emplacement du point d'application (par exemple, soulever un objet avec le dynamomètre, tirer un objet avec le dynamomètre dans une direction donnée.
- Si vous disposez d'un jeu de poulies, vous pourriez inviter les élèves à concevoir divers montages et à utiliser le dynamomètre pour soulever un objet de différentes façons. Ils dessineront ensuite le diagramme des forces.

Figure 34 : Diagramme des forces 1

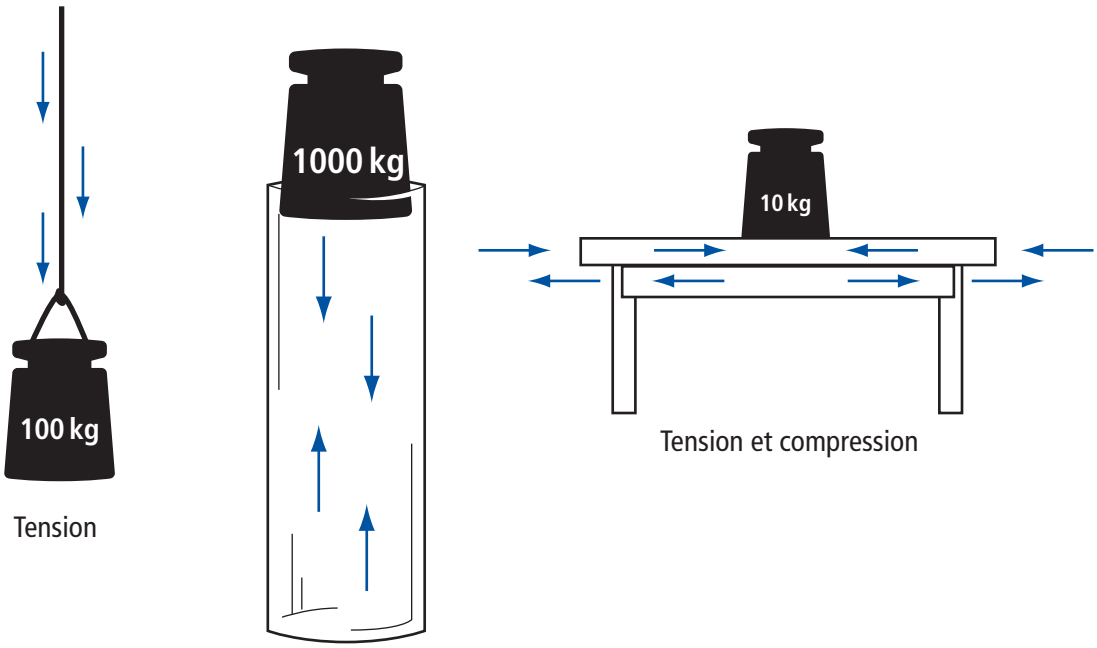
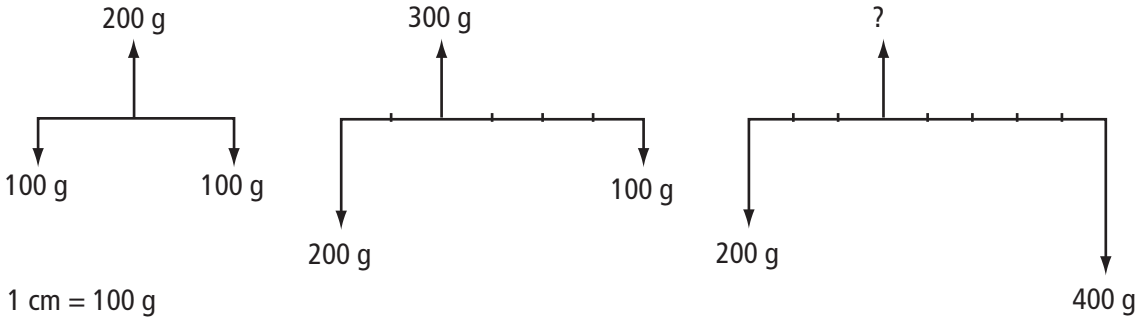


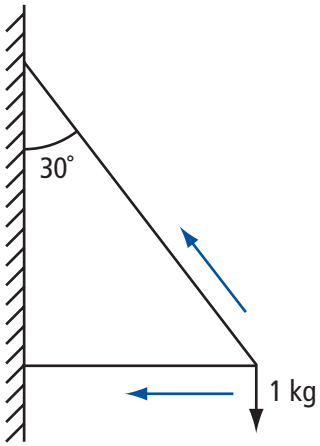
Figure 35 : Diagramme des forces 2



- Revoyez avec les élèves la loi des leviers à l'aide d'un mètre de bois et de poids de diverses masses. L'enseignant peut s'inspirer des exemples donnés à la figure 35 : Diagramme des forces 2.
- Discutez avec les élèves du principe de l'action et de la réaction : chaque force (action) est contrecarrée par une force d'égale grandeur mais dirigée en sens inverse. Discutez de la conséquence du principe de l'équilibre des forces : tout objet reste en équilibre si la somme des forces appliquées est nulle (si la force nette est égale à zéro).

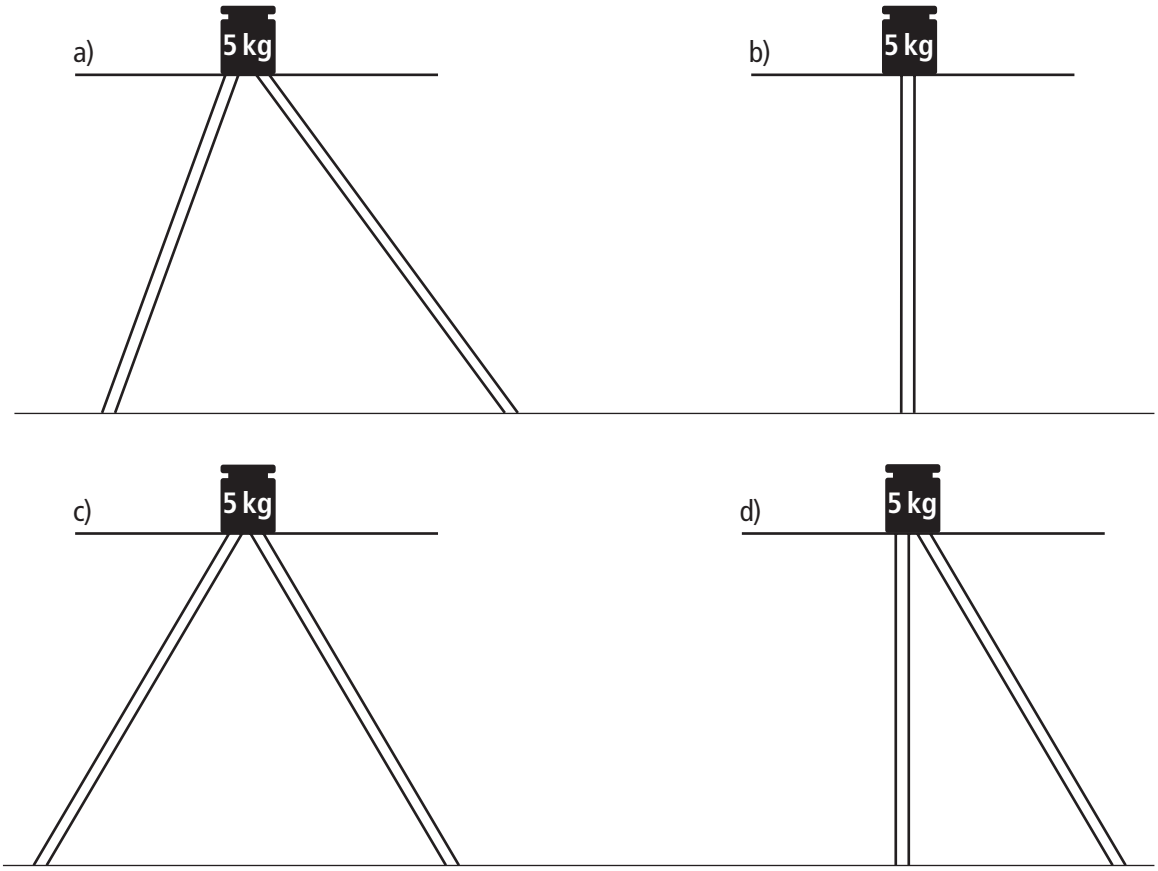
- Demandez aux élèves de reconnaître la direction et la grandeur de la réaction à une force appliquée en un point donné.
- Demandez aux élèves de dessiner un diagramme des forces (à l'échelle) représentant l'action de plusieurs forces sur un objet et de la réaction exercée par l'objet pour rester en équilibre (voir la figure 35 : Diagramme des forces 2). Il est essentiel que les élèves utilisent un diagramme à l'échelle. Par exemple, dans la figure 35, 1 cm correspond à 100 g.
- Demandez aux élèves d'appliquer le théorème de Pythagore ainsi que le rapport trigonométrique de la tangente pour déterminer les composantes d'une force appliquée sur un crochet attaché au mur comme dans la figure 36 : Composantes d'une force. Les élèves pourront utiliser un dynamomètre pour vérifier expérimentalement leurs réponses, puis dessiner un diagramme à l'échelle pour représenter la situation.

Figure 36 : Composantes d'une force



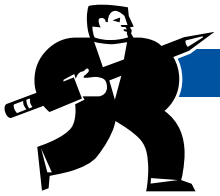
- Déterminez les composantes d'une force dans les situations illustrées par la figure 37.
- Utilisez des lattes de bois pour supporter une masse de 5 kg, tel qu'illustré à la figure 37 :
  - Demandez aux élèves de dessiner un diagramme des forces à l'échelle pour chacune des situations.
  - Demandez aux élèves de trouver la structure la plus stable en tenant compte de la résistance des lattes à la compression axiale.
  - Les élèves pourraient vérifier leurs réponses en utilisant des spaghettis (ceci permet un retour sur l'activité de mise en train de la partie I : « Construction d'une tour »).

Figure 37 : Structures supportant une masse de 5 kg



- Les élèves doivent résoudre les problèmes proposés dans la feuille d'activités « Représentation des forces ». Dans chaque problème, les élèves doivent représenter la situation par un diagramme des forces à l'échelle.

  Les calculs relatifs aux grandeurs des composantes doivent être effectués en appliquant le théorème de Pythagore et les rapports trigonométriques.

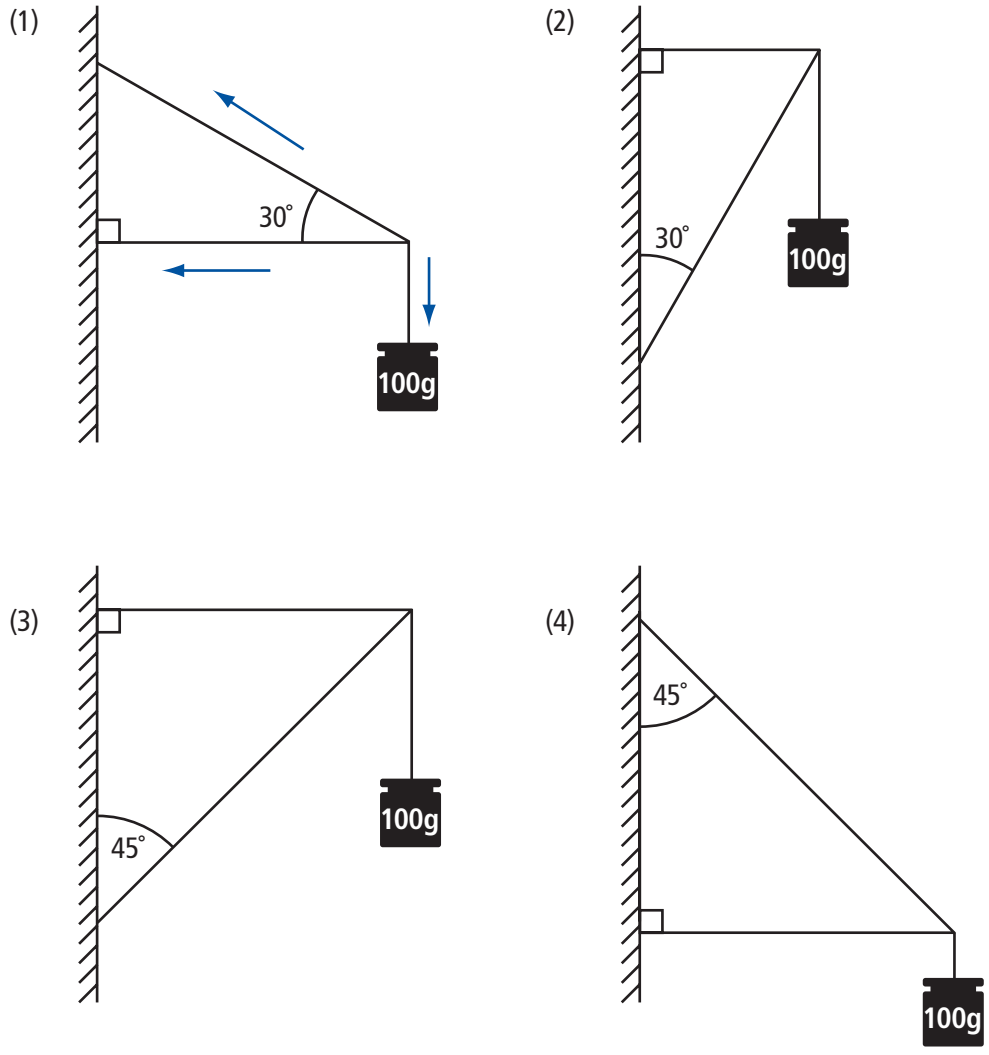


Feuille d'activités : Représentation des forces

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Complétez les diagrammes des forces ci-dessous en indiquant les grandeurs et directions des composantes de la force appliquée le long des tiges.

Figure 38 : Diagramme des forces



Activité 7 : Construction d'un dôme géodésique

But :

Au cours de cette activité, les élèves trouveront des exemples de structures géodésiques et en examinent les propriétés géométriques. On pourra trouver de ces exemples sur Internet. Les élèves chercheront également des structures géodésiques dans le monde qui les entoure.

L'activité consiste à construire un dôme géodésique dont les membrures sont des rouleaux de papier journal de longueur donnée. Lors de la construction, les élèves explorent les tensions et compressions subies par les membrures aux différents points d'attache. Ils analysent l'avantage d'une structure géodésique comparativement à une structure traditionnelle.

Matériel et équipement :

(par équipe de deux ou trois élèves)

- Quatre à cinq journaux (grand format)
- Un manche à balai
- Une agrafeuse
- De la peinture (deux couleurs : bleu et rouge)
- De la ficelle
- Un morceau de craie

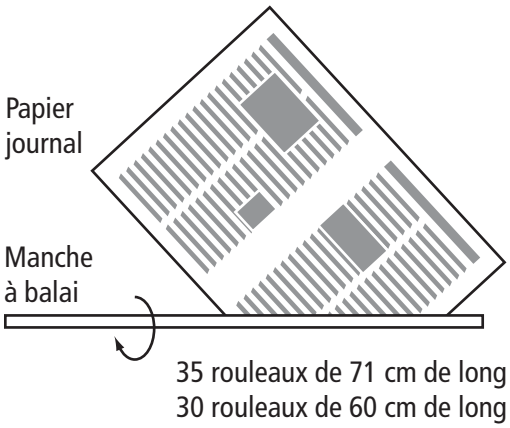
Démarche :

- Pour l'illustration des étapes de la construction, voir les figures 39 et 40 : Étapes de la construction d'un dôme géodésique.
- Étape 1 : Préparation des membrures
  Les élèves roulent les feuilles de journal autour du manche à balai pour former au moins 75 rouleaux de 75 cm de long. Ils coupent ensuite 35 de ces rouleaux à 71 cm de long et les 30 autres à 60 cm de long, en laissant 1 cm de plus à chaque extrémité pour permettre d'agrafer les rouleaux entre eux.
- Étape 2 : Traçage de la base du dôme sur le plancher
  Les élèves dessinent sur le plancher un cercle de rayon suffisant pour pouvoir y inscrire un décagone de 65 cm de côté (voir l'activité sur la construction d'un décagone régulier, page 321). Demandez aux élèves d'expliquer le pourquoi de cette opération.
- Étape 3 : Construction de la base
  Les élèves disposent les membrures de la base sur les côtés du décagone, tel qu'indiqué à la figure 39. Ils attachent les membrures avec des agrafes.

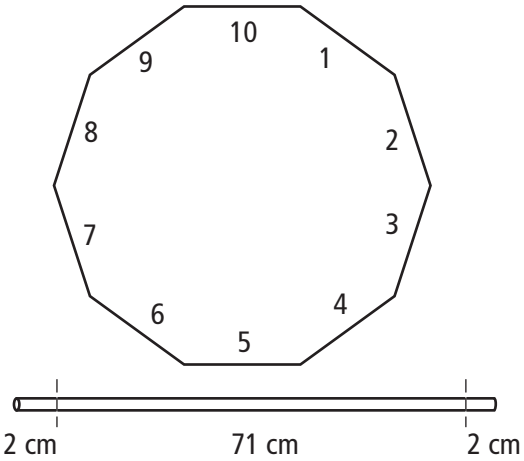
- Étapes 4 à 9 : Construction de la structure
  Les élèves suivent les instructions de montage des membrures indiquées sur la figure. Au cours de cette opération, les élèves colorient les membrures en rouge ou en bleu selon qu'elles subissent une tension ou une compression (ils peuvent déterminer si une membrure subit une tension ou une compression en observant comment les agrafes réagissent au fur et à mesure que la structure s'élève). Si le rouleau a tendance à écraser, la membrure est sous compression, si l'agrafe a tendance à se détacher, la membrure est sous tension.
- Une fois la structure achevée, la force totale agissant sur la structure est son poids (force nette dirigée vers le bas et appliquée au sommet du dôme). Étant donné que la structure est stable, cette force doit être la résultante de toutes les forces (tension et compression) exercées sur toutes les membrures.
- Comme exercice, demandez aux élèves de choisir quelques points de raccordement et de dessiner un diagramme des forces qui agissent sur ces points. À ce stade, seules les directions devraient être prises en considération. Cinq membrures étant attachées en chaque point, en observant les couleurs, les élèves devraient être en mesure de déterminer la direction de la résultante en ce point.
- Certains élèves pourraient manifester le désir de compléter le diagramme des forces en y incluant les grandeurs estimées des forces.
- Demandez aux élèves d'attacher une masse de 500 g ou de 1 kg au sommet de la structure et de vérifier l'exactitude des couleurs des membrures en examinant le comportement des agrafes (certaines agrafes pourraient se détacher).
- Demandez aux élèves de comparer la distribution des charges dans les membrures d'une structure géodésique et dans celles d'une structure traditionnelle (murs à angle droit).
- Demandez aux élèves de répondre à des questions telles que :
  - Quelles seraient les conséquences sur la stabilité et sur la distribution des forces dans une structure de même hauteur mais construite avec des membrures plus petites (c'est-à-dire avec plus de triangles)?
  - Si on utilisait des membrures de plus en plus petites, quelle forme aurait la structure à la limite? (Une forme d'œuf ou ovoïde.)
  - Pourquoi n'utilise-t-on pas systématiquement les structures géodésiques dans nos sociétés occidentales bien qu'elles présentent des caractéristiques de stabilité et de solidité indéniables?

Figure 39 : Étapes de la construction d'un dôme géodésique

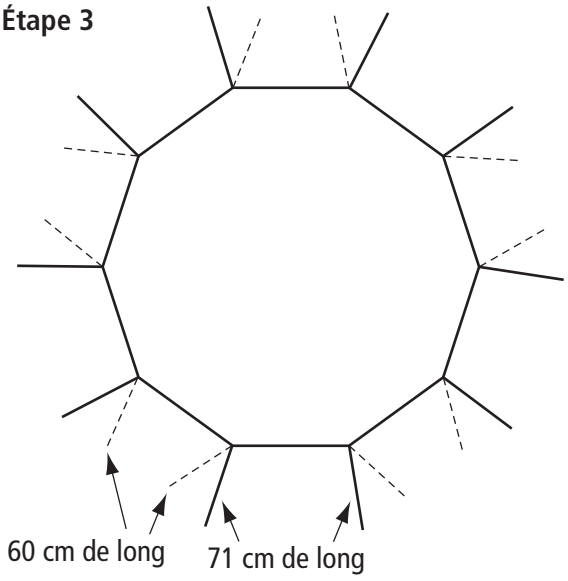
Étape 1



Étape 2 Disposer sur le sol le long des côtés du décagone.



Étape 3



Étape 4

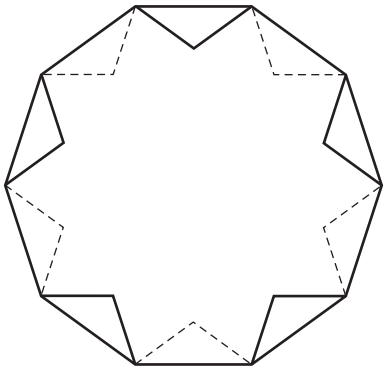
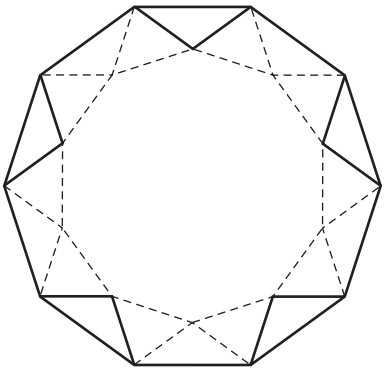
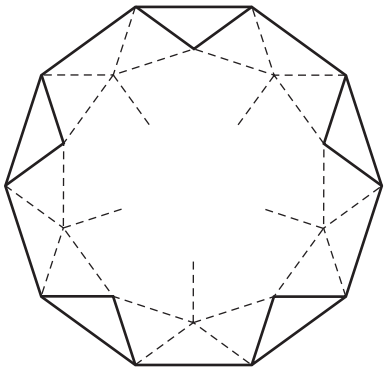


Figure 40 : Étapes de la construction d'un dôme géodésique

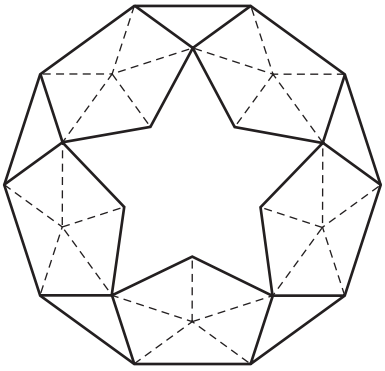
Étape 5



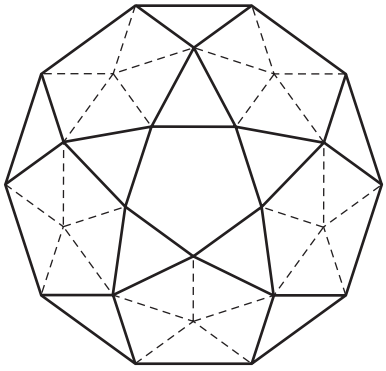
Étape 6



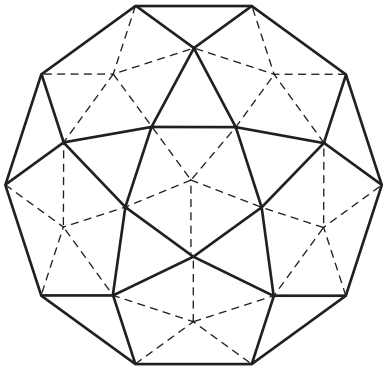
Étape 7

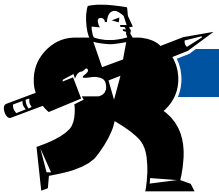


Étape 8



Étape 9





Feuille d'activités : Rapport sur la construction d'un dôme géodésique

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Dôme géodésique – commentaires et calculs :

Activité 8 : Les solides géométriques

But :

L'objectif de cette activité est de vérifier si les élèves comprennent les propriétés des solides géométriques.

Matériel et équipement :

(par équipe de deux élèves)

- Carton fort
- Règle
- Ciseaux
- Papier collant

Démarche :

- Au besoin, l'enseignant peut demander aux élèves de compléter la feuille d'activités « Révision des propriétés des figures en deux dimensions », page 358.
- Comme activité de révision, les élèves pourraient évaluer divers volumes et aires, comme le volume d'un billot ou de pièces de bois de construction, ou l'aire de la section transversale (section droite) d'un billot de diamètre donné.
- Les élèves peuvent effectuer une recherche auprès d'ingénieurs forestiers sur les méthodes utilisées dans la pratique pour le cubage du bois.
- L'enseignant pourrait utiliser les exemples suivants pour revoir et évaluer les connaissances des élèves au sujet des propriétés des solides géométriques.

1. Détermination du volume d'une pièce de bois équarri

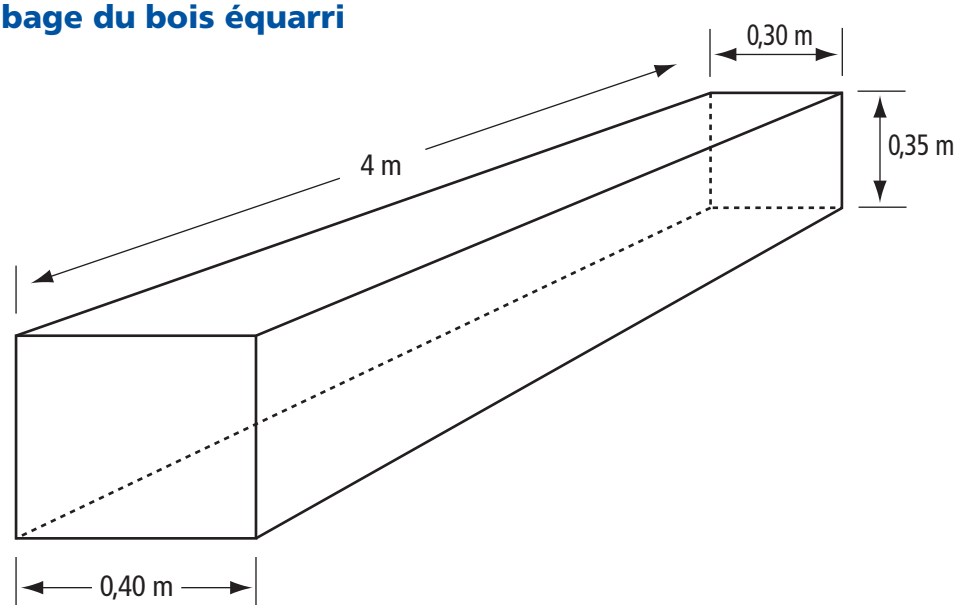
(voir la figure 41 : Cubage du bois équarri)
Pour cuber les bois équarris, on prend l'aire de la section transversale moyenne (obtenue en divisant par deux la somme des aires des sections transversales aux extrémités) et on la multiplie par la longueur :

Aire de la section transversale moyenne =

$$\frac{(0{,}40\ \text{m} \times 0{,}35\ \text{m}) + (0{,}40\ \text{m} \times 0{,}30\ \text{m})}{2} = 0{,}1225\ \text{m}^2$$

Volume de la pièce de bois : $0{,}1225 \times 4 = 0{,}49\ \text{m}^3$ ($A \times L$, où A est l'aire de la section transversale moyenne et L, la longueur de la pièce de bois).

Figure 41 : Cubage du bois équarri



2. Détermination du volume (cubage) d'un billot (bois en grume) de faible longueur

(voir la figure 42 : Cylindre)

Lorsqu'il s'agit d'une grume de faible longueur, on multiplie par la longueur h l'aire de la section circulaire moyenne :

Le volume sera : $\pi r^2 h = 3{,}14 \times \left(\frac{0{,}35\text{ m} + 0{,}25\text{ m}}{2}\right)^2 \times 5\text{ m}$

$$V = 3{,}14 \times (0{,}30\text{ m})^2 \times (5\text{ m})$$

$$V = 1{,}41\text{ m}^3$$

Il est parfois plus facile de mesurer la circonférence moyenne C du tronc plutôt que son rayon moyen r. On emploie alors la formule :

$$\text{Volume} = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\text{circonférence}}{2}\right)^2 \times h$$

$$= 0{,}318 \times \left(\frac{\text{circonférence}}{2}\right)^2 \times h$$

3. Détermination du volume (cubage) d'un billot long (bois en grume).

(voir la figure 43 : Division d'un tronc en plusieurs grumes partielles)

Si le tronc est long et de forme conique très accentuée, on le divise en 2, 3, 4, 5 grumes partielles auxquelles on applique la formule précédente.

Figure 42 : Cylindre

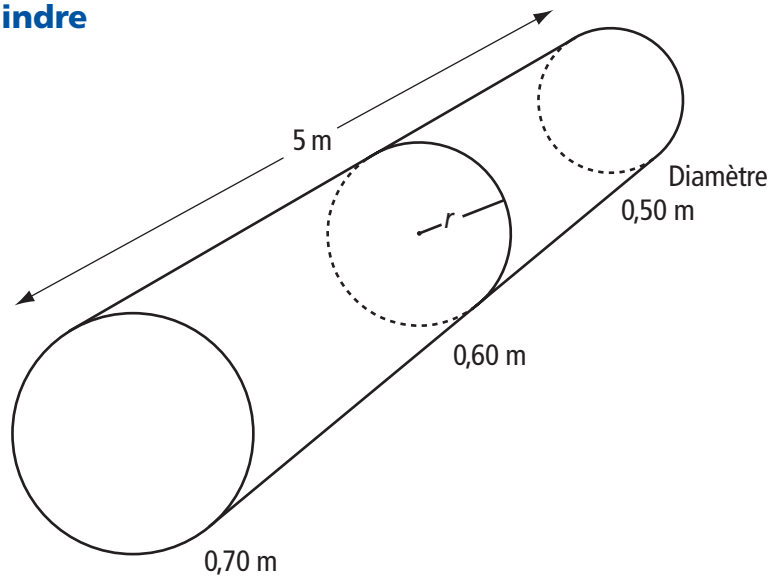
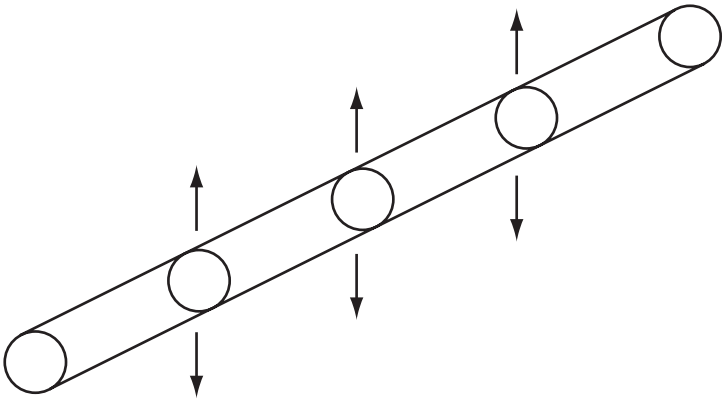


Figure 43 : Division d'un tronc en plusieurs grumes partielles



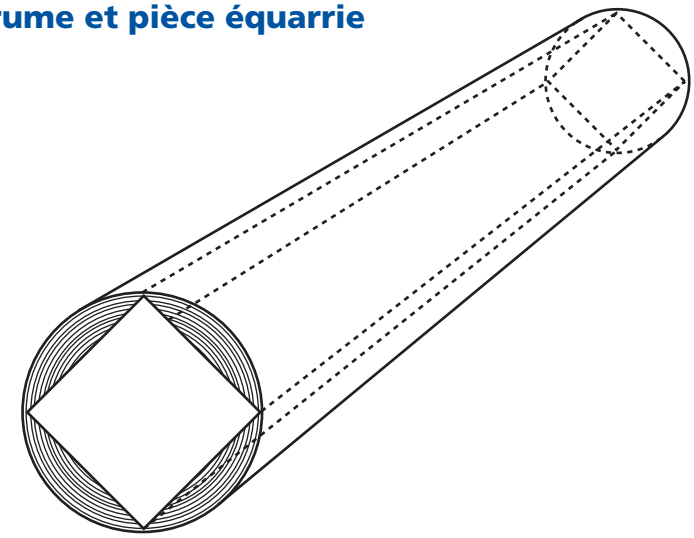
4. Cubage d'une pièce équarrie au « cinquième déduit »

On suppose que le tronc sera, une fois équarri, un prisme droit dont la base carrée aura un périmètre égal au 4/5 de la circonférence moyenne, soit $C \times 4/5$. Le côté de cette base sera donc $C/5$ et le volume du prisme :

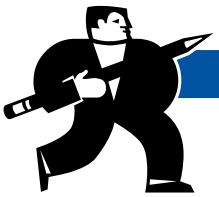
$V = \left(\frac{C}{5}\right)^2 \times h$ (où C est la circonférence moyenne de la grume).

- D'après la figure 44 : Grume et pièce équarrie, demandez aux élèves d'estimer de combien le volume de la grume se trouve réduit lors d'un tel équarrissage.

Figure 44 : Grume et pièce équarrie



- Distribuez aux élèves la feuille d'activités « Modes de débitage du bois » où les modes les plus courants sont représentés. Demandez aux élèves de discuter des avantages et des inconvénients de chacun de ces types de débitage. Il serait bon de mentionner que le bois abattu est d'abord séché, puis débité en pièces telles que planches, poutres, poutrelles et madriers. Une dessication trop rapide peut faire fendre le bois et voiler les planches ou poutrelles débitées. Les élèves devraient tenir compte de cet aspect au cours de leur discussion.



Feuille d'activités : Révision des propriétés des figures en deux dimensions

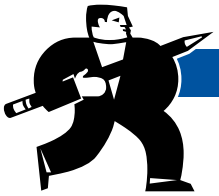
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Complétez le tableau suivant.

Tableau 4

Propriétés des figures en deux dimensions

Nom de la figure	Aire	Dessin
Carré Côté *a*		
Rectangle Côtés *a* et *b*		
Parallélogramme Base *b* Hauteur *h*		
Triangle Base *b* Hauteur *h*		
Trapèze Base *b* Hauteur *h*		
Cercle Rayon *r*		
Ellipse Axes *a* et *b*		



Feuille d'activités : Révision des propriétés des solides en trois dimensions

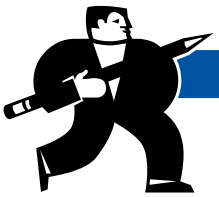
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Complétez le tableau suivant.

Tableau 5

Propriétés des solides en trois dimensions

Nom du solide	Volume	Dessin (en perspective)
Cube Côté a		
Prisme rectangulaire Longueur L Largeur l Hauteur h		
Prisme Aire de la base b Hauteur h		
Cylindre droit Hauteur h Base circulaire de rayon r		
Pyramides Hauteur h Base carrée Base rectangulaire Autre base polygonale		
Cône Hauteur h Base circulaire de rayon r		
Sphère Rayon r		

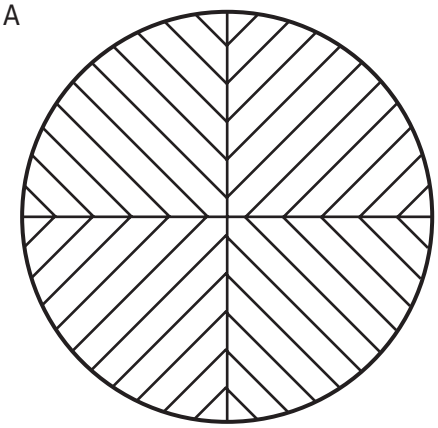


Feuille d'activités : Modes de débitage du bois

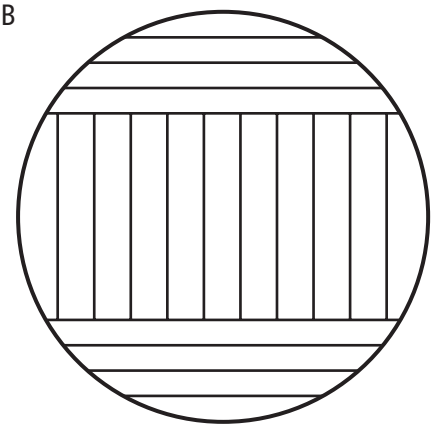
Nom de l'élève : _____ Date : _____

Figure 45 : Modes de débitage du bois

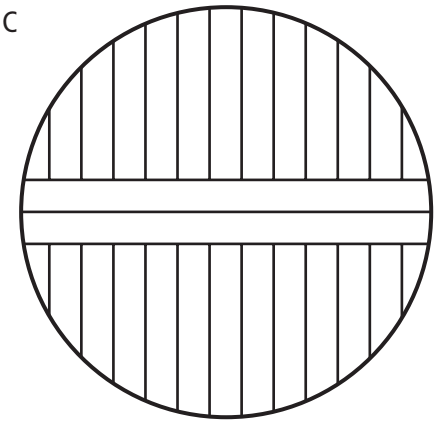
A



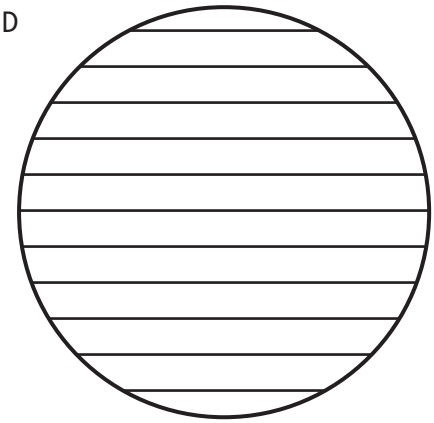
B



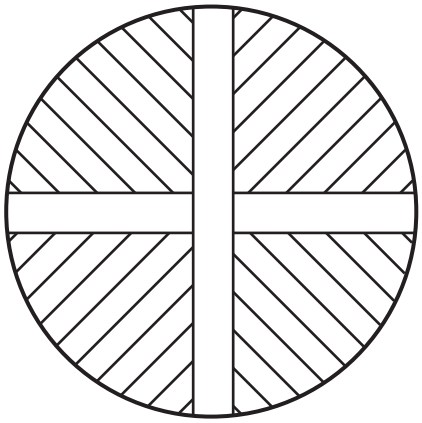
C

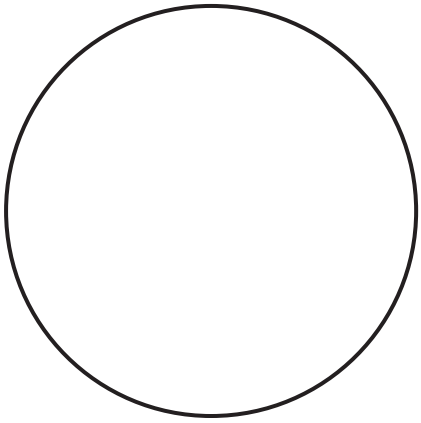


D



E





Dessinez votre propre mode et justifiez-le.

Activité 9 : Représentation de solides géométriques

But :

Avant d'exécuter un projet de construction, il est indispensable de le dessiner sur une surface plane et de faire les tracés graphiques qui fourniront les dimensions exactes. Ces tracés sont du domaine de la géométrie descriptive (ou projective).

Au cours de cette activité, les élèves exploreront les projections de solides géométriques sur les trois plans d'un trièdre rectangle en vue d'obtenir les *vues de front*, *de bout* et *de profil* du solide.

Matériaux :

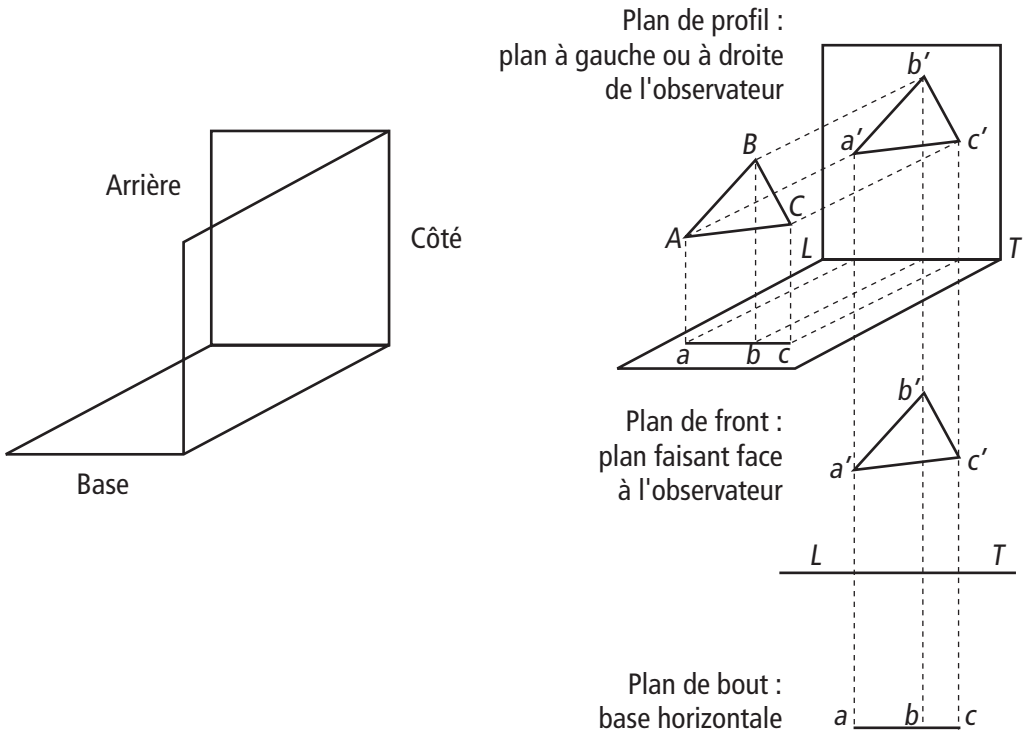
(par équipe de deux élèves)

- Carton fort
- Règle
- Ciseaux
- Ruban gommé, colle

Démarche :

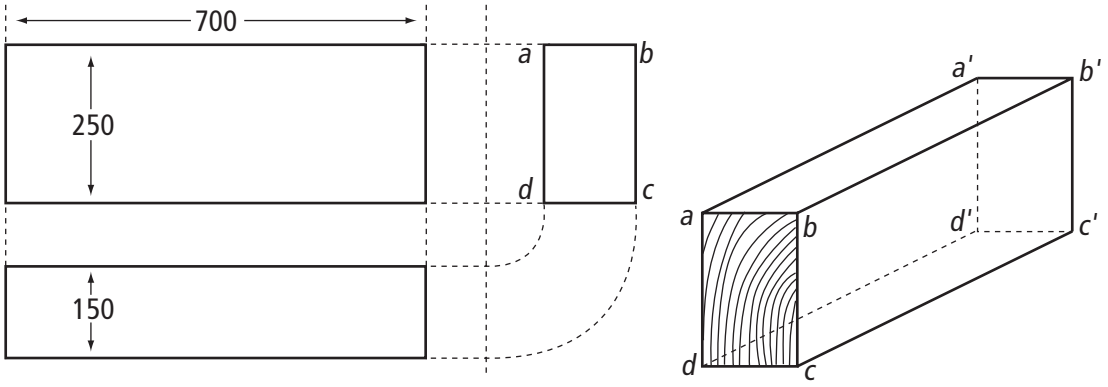
- Les élèves préparent des centres d'apprentissage comprenant :
  - un trièdre rectangle de référence construit en carton fort (voir la figure 46 : Modèle de trièdre rectangle);
  - plusieurs solides géométriques à projeter sur les plans.

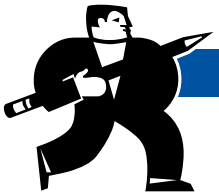
Figure 46 : Modèle de trièdre rectangle



- Montrez aux élèves comment observer les projections d'un solide, par exemple, un morceau de bois rectangulaire (5 cm × 10 cm).
- Demandez aux élèves de découper plusieurs figures géométriques (par exemple, des triangles, des rectangles) de complexité variée. Demandez à un élève de tenir une figure à l'intérieur du trièdre; son partenaire devra dessiner ce qu'il voit sur les trois plans de projection en regardant parallèlement aux trois plans de projection tel qu'illustré à la figure 46 (partie droite de la figure) : ce sont les vues de front, de bout et de profil de la figure.
- Faites observer aux élèves que les dimensions des projections ne sont pas nécessairement égales aux dimensions réelles correspondantes, à moins que la figure ne soit placée parallèlement aux plans de projection du trièdre.
- Demandez aux élèves de varier l'orientation de la figure et de découvrir sous quelle orientation les projections seront les plus simples.
- Lorsque les élèves sont à l'aise avec les projections de figures simples en deux dimensions, demandez-leur de commencer la visite des différents centres d'apprentissage. Ils devraient d'abord esquisser l'objet en perspective et en projection avant d'entreprendre le dessin à l'échelle des trois vues.
- La figure 47 illustre ce que l'on devrait attendre de la part des élèves pour un morceau de bois rectangulaire. Notez la présence des dimensions ainsi que l'identification des points du solide faisant en sorte qu'aucune confusion ne soit possible.
- Les élèves peuvent utiliser la feuille d'activités « Description et dessin d'objets en trois dimensions » pour les objets exposés dans les centres d'apprentissage.

Figure 47 : Projection d'un morceau de bois rectangulaire





Feuille d'activités : Description et dessin d'objets en trois dimensions

Nom de l'élève : _____ Date : _____

Nom de l'objet : _____

Reproduisez ci-dessous l'objet en perspective ainsi que les vues de front, de bout et de profil. Les dessins doivent être à l'échelle et les dimensions clairement indiquées. Utilisez une feuille différente pour chaque objet.

Partie III : Construction d'un modèle

But :

Cette partie a pour but d'évaluer les aptitudes spatiales et les connaissances géométriques des élèves dans le cadre d'un projet de construction d'un modèle à l'échelle d'une structure complexe (la coque d'une embarcation) à partir des plans fournis. Les élèves auront également le loisir de créer leur propre modèle et d'en dresser les plans à partir d'une proue et d'une poupe de leur choix (voir la feuille d'activités « Modèles de proues et de poupes »).

Cette phase d'évaluation permettra à l'enseignant et aux élèves d'évaluer les apprentissages mathématiques acquis dans cette unité.

Matériel et équipement :

(par équipe de deux ou trois élèves)

- Carton fort ou contre-plaqué mince
- Règle et équerre de menuisier
- Ensemble de géométrie (compas, pointe sèche)
- Ciseaux ou scie à découper
- Ruban gommé
- Ficelle
- Papier de riz ou papier d'emballage mince
- Colle
- Baguettes de bois ou pailles

Démarche :

- Distribuez aux élèves l'ensemble des feuilles d'activités « Modèles de proues et de poupes », ainsi qu'une copie des figures 48 : Plans d'une coque à fond plat, et 49 : Plans d'une coque à fond en forme de V. Discutez de ces plans avec les élèves afin qu'ils se familiarisent avec la terminologie de la construction navale ainsi qu'avec la façon particulière de préparer des plans de bateau.
- Si nécessaire, montrez à l'aide d'un morceau de carton à quoi les plans correspondent dans la réalité. Le concept de gabarit n'est pas évident à comprendre pour la plupart des élèves sans une démonstration visuelle.
- Expliquez aux élèves ce que vous attendez d'eux au cours de cette phase d'évaluation et discutez avec eux des critères qui serviront à évaluer l'ensemble de cette unité. Soyez ouvert aux critères supplémentaires que les élèves voudront ajouter. Il est cependant indispensable que la plupart des critères d'évaluation concernent l'atteinte des résultats d'apprentissage mentionnés à l'annexe A.
- Les élèves recopient en grandeur réelle les gabarits sur du carton fort (ou du contre-plaqué) et ils les découpent. Vérifiez la précision du travail et la conformité aux plans et notez le niveau de compréhension des concepts impliqués.

- Les élèves tirent la ligne de base et construisent un support suffisamment grand (environ 30 cm) pour pouvoir assembler les gabarits en place en les retenant provisoirement avec du papier gommé.
- Une fois bien en place, les gabarits sont attachés de façon définitive avec des baguettes de bois ou des pailles.
- S'ils le désirent, les élèves peuvent enfin recouvrir la structure de papier de riz ou de papier fin découpé en rubans qu'ils colleront ensemble en plusieurs couches superposées et entrecroisées.
- Les élèves enlèvent ensuite les gabarits et solidifient la coque à l'aide de baguettes ou de pailles pour former la structure du pont. Ils peuvent « border » le pont de papier de riz s'ils le désirent.

Figure 48 : Plan d'une coque à fond plat

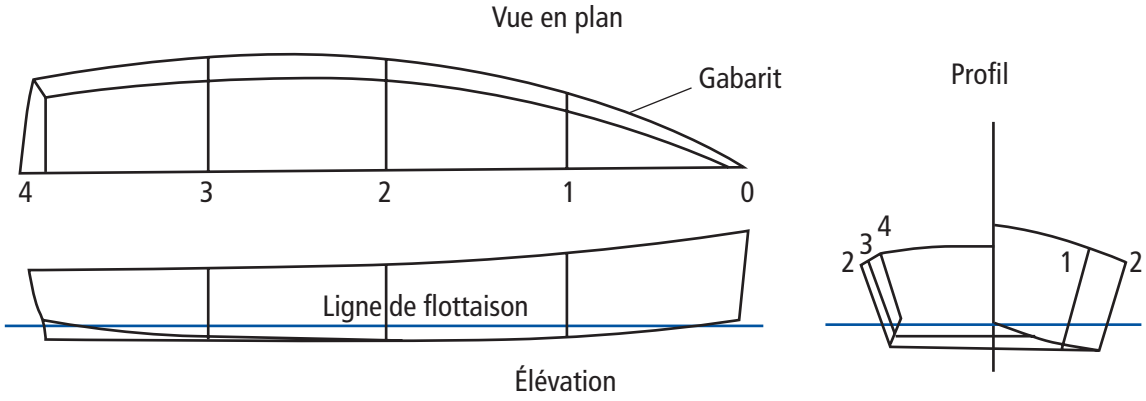
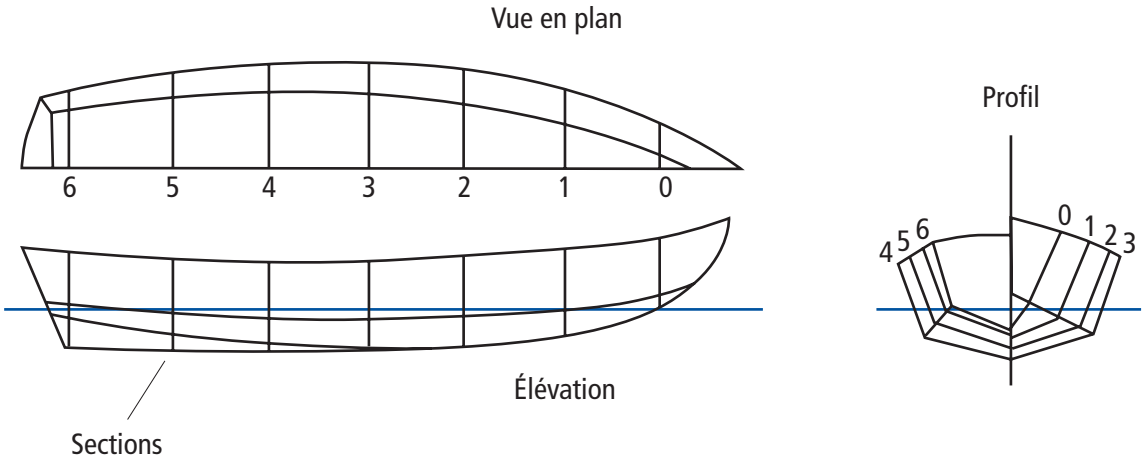
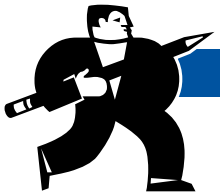


Figure 49 : Plan d'une coque en forme de V



Note : Pour cette activité d'évaluation, on peut aussi construire des modèles réduits reliés au projet de centre récréatif (par exemple, des modèles réduits d'immeubles) au lieu de modèles de coques.



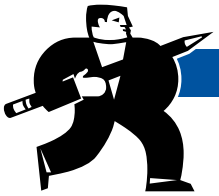
Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

Nom de l'élève : _____ Date : _____

1. Choisissez un modèle de proue et un modèle de poupe parmi ceux qui sont proposés aux figures 50 : Modèles de proues, et 51 : Modèles de poupes.
2. Tracez la poupe et la proue sur du carton selon l'échelle de votre choix et découpez-les.
3. Observez et commentez les figures 52 : Élévation et vue en plan d'une coque, et 53 : Profil d'une coque. Votre compréhension de ces plans vous aidera à réaliser vos propres plans.
4. Reliez la proue et la poupe par des courbes aussi harmonieuses que possible pour former votre propre coque.
5. Justifiez votre choix

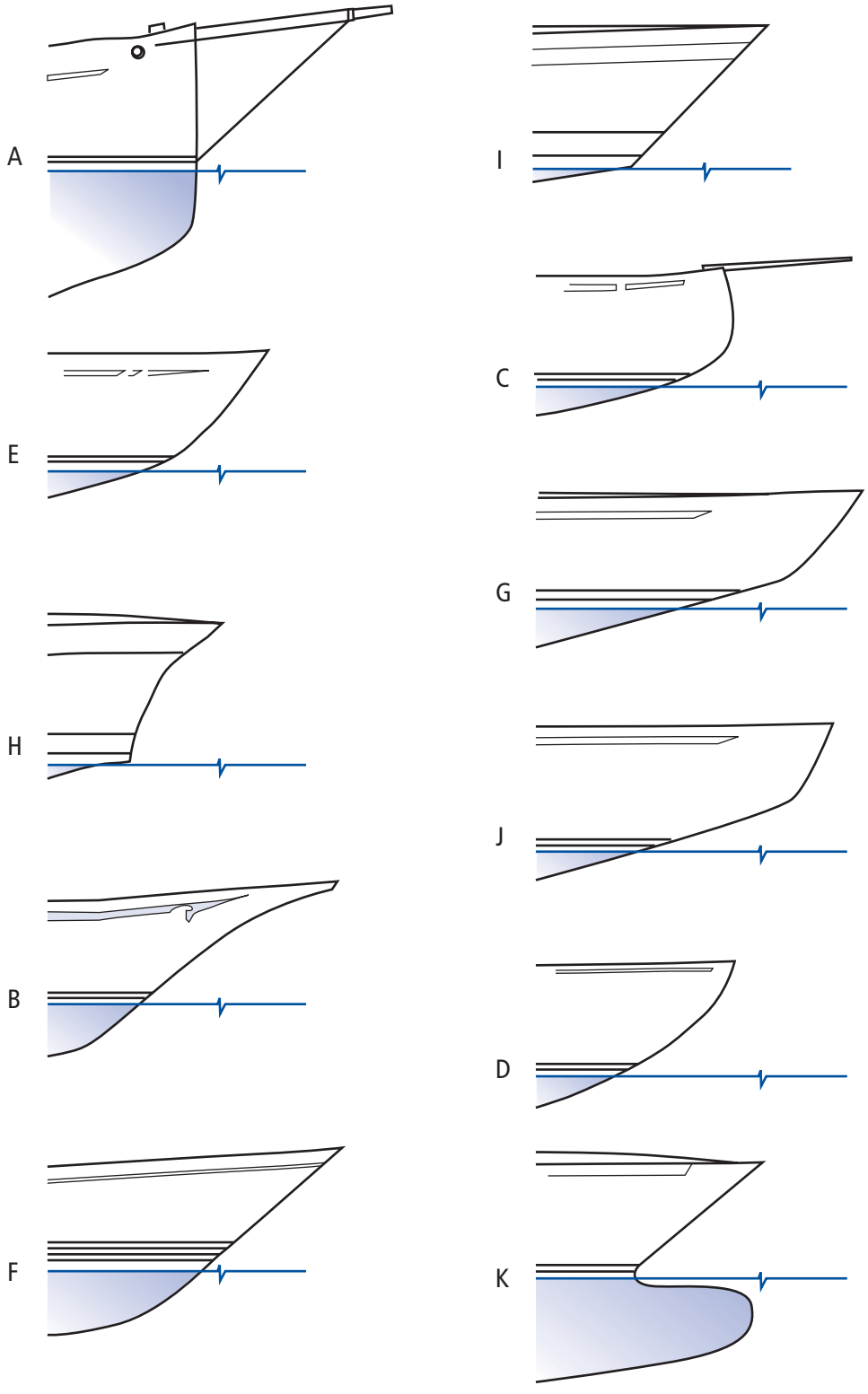
Conception de la coque :

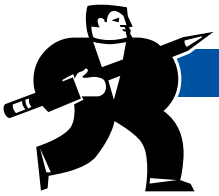
Commentaires :



Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

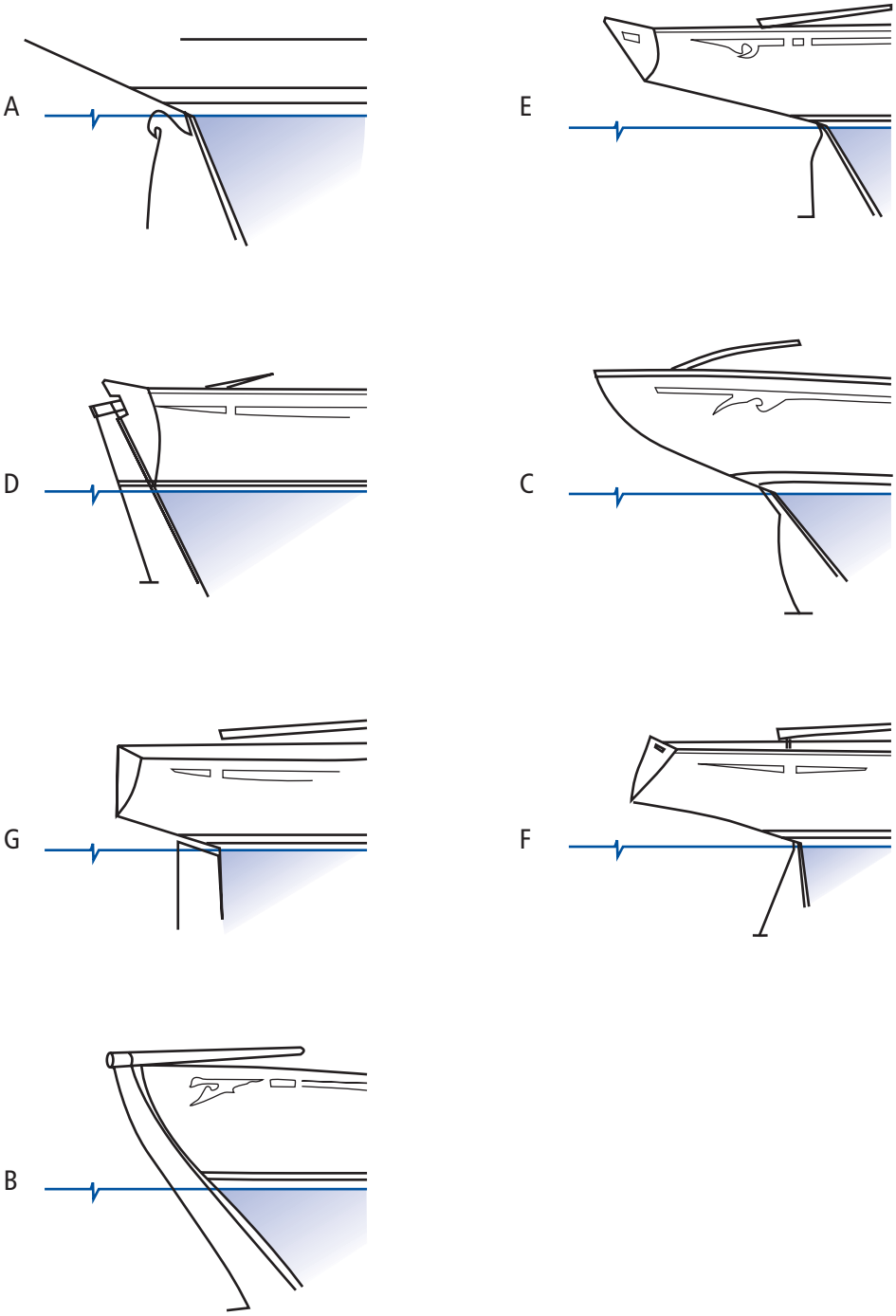
Figure 50 : Modèles de proues

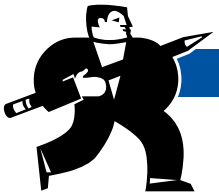




Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

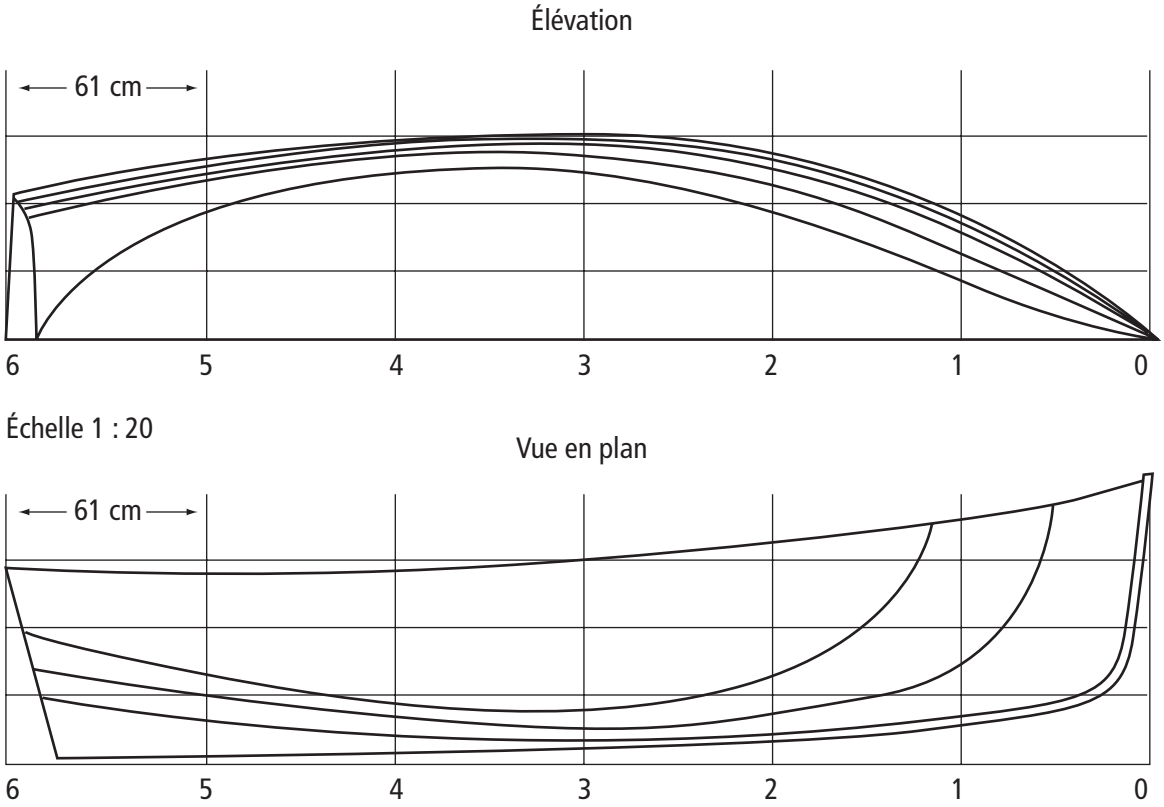
Figure 51 : Modèles de poupes

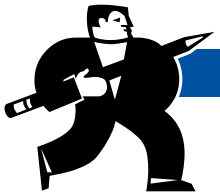




Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

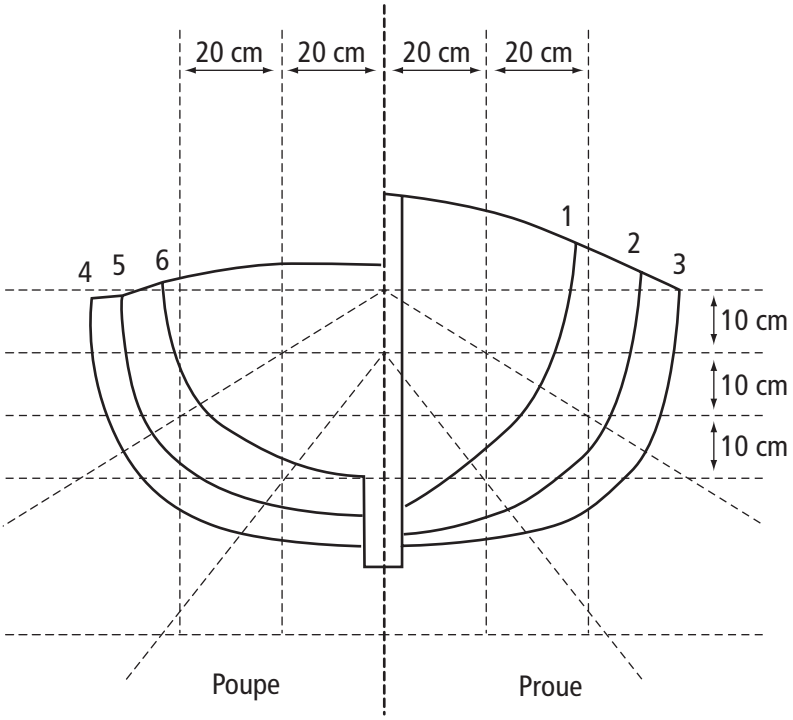
Figure 52 : Élévation et vue en plan d'une coque





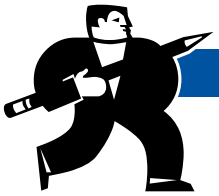
Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

Figure 53 : Profil d'une coque



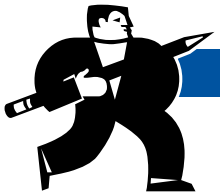
Notes :

- Les concepteurs de bateaux dessinent les plans de façon différente. Les coques étant symétriques par rapport à un plan vertical longitudinal, ils n'ont besoin de préciser que la moitié des couples. On voit donc à gauche, les vues de couples en commençant par la poupe et, à droite, les vues de couples en commençant par la proue. Il suffit alors de plier le plan selon l'axe vertical pour reproduire les plans complets.
- Les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 représentent les gabarits dans l'ordre indiqué à la figure 52 de la page précédente.
- Les lignes pointillées verticales représentent des coupes espacées de 20 cm et les lignes pointillées horizontales, des coupes espacées de 10 cm.



Feuille d'activités : Modèles de proues et de poupes

Tracez votre propre modèle de coque.



Feuille d'activités : Autoévaluation de l'unité

Nom de l'élève : _____ Date : _____

- Ce que j'ai appris de nouveau au sujet des propriétés des triangles :

- Ce que j'ai appris au sujet des techniques de construction :

- Ce que je veux apprendre de plus au sujet de la planification et de la réalisation d'un projet de construction :

- Quelques conseils que je donnerais à un ami qui planifie un projet de construction :

Annexe A : Corrélations entre les résultats d'apprentissage prescrits et les activités des projets

Annexe A : Corrélations entre les résultats d'apprentissage prescrits et les activités des projets

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES — Projets A, B, C, D, E

L'objectif général de cette composante est de préparer l'élève à utiliser différentes méthodes pour résoudre des problèmes concrets, pratiques, techniques et théoriques. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- résoudre des problèmes relatifs à l'un des domaines d'apprentissage suivants : la géométrie, l'algèbre, la trigonométrie, les statistiques et les probabilités;
- résoudre des problèmes se rapportant à plusieurs domaines d'apprentissage;
- résoudre des problèmes relatifs à d'autres disciplines et faisant appel aux mathématiques;
- analyser des problèmes et en reconnaître les éléments importants;
- acquérir des aptitudes particulières en choisissant et en utilisant une stratégie ou une combinaison de stratégies appropriée à la résolution d'un problème, dont voici des exemples :
  - faire des suppositions et les vérifier,
  - rechercher une régularité et élaborer une liste systématique,
  - faire un dessin ou un modèle et s'en servir,
  - éliminer certaines possibilités,
  - travailler à rebours,
  - simplifier le problème initial,
  - choisir et utiliser des moyens technologiques appropriés visant à l'aider à résoudre un problème,
  - utiliser des mots clés;
- résoudre des problèmes seul ou en équipe;
- déterminer si ses solutions sont exactes et raisonnables;
- expliquer clairement la solution d'un problème et justifier la démarche de résolution;
- évaluer l'efficacité de la démarche de résolution utilisée.

LE NOMBRE (les concepts numériques) — Projets A, B

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à comprendre le concept de puissances avec des exposants entiers et des bases variables et rationnelles. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- donner des exemples de situations où la solution d'un problème fait appel au calcul de la racine carrée positive (principale) d'un nombre ou au calcul de ses deux racines carrées, l'une positive et l'autre négative;
- reconnaître et illustrer une puissance, une base, un coefficient et un exposant en utilisant des nombres rationnels ou des lettres comme base ou comme coefficients.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des concepts numériques, l'élève peut :

- donner des exemples de nombres naturels, entiers et rationnels et montrer qu'ils sont tous des éléments de l'ensemble des nombres rationnels;
- exprimer oralement ou par écrit pourquoi un nombre est rationnel ou ne l'est pas;
- expliquer et appliquer les propriétés des exposants dans le cas de puissances avec exposants entiers :

$$x^m \bullet x^n = x^{m+n}$$
$$x^m \div x^n = x^{m-n}$$
$$(x^m)^n = x^{mn}$$
$$(xy)^m = x^m y^m$$
$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, y \neq 0$$
$$x^0 = 1,\ x \neq 0$$
$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}, x \neq 0$$

- calculer la valeur d'une expression comportant des exposants entiers en utilisant les propriétés des exposants.

LE NOMBRE (les opérations numériques) — Projets A, B

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à utiliser une calculatrice ou un ordinateur pour résoudre des problèmes relatifs aux nombres rationnels. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- reconnaître et expliquer l'ordre dans lequel il doit utiliser les fonctions de la calculatrice en vue d'effectuer des opérations sur les nombres rationnels;
- résoudre des problèmes faisant intervenir des nombres rationnels dans un contexte de résolution de problèmes;
- évaluer des expressions contenant des exposants et dont la base est un nombre.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des opérations sur les nombres, l'élève peut :

- appliquer les propriétés des exposants pour simplifier des expressions contenant des exposants dont la base est une variable;
- utiliser une calculatrice pour effectuer des calculs faisant intervenir les propriétés des exposants et la notation scientifique.

LES RÉGULARITÉS ET LES RELATIONS (les régularités) — Projets A, B, E

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à généraliser, à concevoir et à justifier des démarches faisant intervenir des régularités, des modèles mathématiques et des moyens technologiques. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- modéliser des situations par des expressions représentant des relations du premier degré;
- représenter des relations linéaires par des expressions ou des équations équivalentes dont les coefficients sont des entiers.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des régularités, l'élève peut :

- utiliser la logique à des fins de justification mathématique lors de la résolution de problèmes;
- représenter des relations linéaires par des expressions ou des équations équivalentes dont les coefficients sont des nombres rationnels.

LES RÉGULARITÉS ET LES RELATIONS (les variables et les équations) Projets A, B, D

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à évaluer et à résoudre des équations linéaires à une variable, à vérifier la solution obtenue ainsi qu'à généraliser les opérations arithmétiques de l'ensemble des nombres rationnels aux polynômes. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- décrire la démarche de résolution d'équations élémentaires du premier degré à une inconnue à l'aide de matériel concret ou de schémas;
- résoudre des équations du premier degré à une variable comme celles décrites ci-après et en vérifier la solution :

  $ax = b + cx$

  $a(x+b) = c$

  $ax + b = cx + d$

  où a, b, c et d sont des nombres entiers; utiliser de telles équations pour modéliser des problèmes et les résoudre;
- reconnaître les termes constants, les coefficients et les variables dans des expressions polynomiales;
- évaluer des expressions polynomiales en remplaçant la ou les variables par des nombres donnés.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des variables et des équations, l'élève peut :

- résoudre des équations du premier degré à une variable d'une des formes suivantes :

  $a(bx + c) = d(ex + f)$

  $\frac{a}{x} = b$

  où a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels, puis vérifier la solution;
- résoudre algébriquement des inéquations du premier degré à une variable, représenter les solutions sur un axe et vérifier la validité des solutions;
- effectuer les opérations d'addition et de soustraction sur des expressions polynomiales;
- représenter la multiplication, la division et la mise en facteurs de monômes, binômes et trinômes de la forme $x^2 + bx + c$ à l'aide de tuiles algébriques et de schémas;
- trouver le produit de deux monômes, d'un monôme et d'un polynôme ainsi que de deux binômes;
- déterminer des formes équivalentes d'expressions algébriques du type $x^2 + bx + c$ en reconnaissant des facteurs communs et en décomposant l'expression en facteurs;
- trouver le quotient d'un polynôme par un monôme.

LA FORME ET L'ESPACE (la mesure) — Projets D, E

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à utiliser les rapports trigonométriques pour résoudre des problèmes impliquant des triangles rectangles. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- expliquer la signification d'un sinus, d'un cosinus et d'une tangente dans des triangles rectangles;
- appliquer les rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente) à la résolution de triangles rectangles;
- calculer la mesure d'un côté ou d'un angle inconnu d'un triangle rectangle à l'aide des moyens technologiques appropriés;
- créer un modèle et résoudre des problèmes comportant un seul triangle rectangle.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des concepts reliés à la mesure, l'élève peut :

- comparer les volumes de pyramides et de prismes ainsi que ceux de cônes et de cylindres;
- calculer et appliquer le rapport de l'aire au périmètre pour résoudre des problèmes de conception en deux dimensions;
- calculer et appliquer le rapport du volume à l'aire de la surface latérale pour résoudre des problèmes de conception en trois dimensions.

LA FORME ET L'ESPACE (objets à trois dimensions et figures à deux dimensions) Projets D, E

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève, d'une part, à utiliser la résolution de problèmes dans l'espace pour construire, décrire et analyser des figures géométriques et, d'autre part, à déterminer sous quelles conditions des triangles sont congruents ou semblables et à utiliser ces conditions pour résoudre des problèmes. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- dessiner le plan et l'élévation d'un solide à partir d'une esquisse ou d'un modèle;
- esquisser ou construire un solide géométrique à partir de son plan et des vues de face et de côté;
- reconnaître et expliquer pourquoi deux triangles sont semblables et utiliser les propriétés des triangles semblables pour résoudre des problèmes;
- reconnaître et expliquer pourquoi deux triangles sont congruents et utiliser les propriétés des triangles congruents pour résoudre des problèmes.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des concepts reliés aux figures et aux solides géométriques, l'élève peut :

- reconnaître et dessiner un lieu géométrique en résolvant des problèmes;
- comparer la similitude et la congruence des triangles;
- représenter l'image d'une figure géométrique suite à :
  - une translation,
  - une homothétie,
  - une combinaison d'une translation et d'une homothétie;
- reconnaître la transformation élémentaire qui a généré une image à partir de la figure d'origine;
- prouver qu'un triangle et son image homothétique sont des triangles semblables;
- prouver la congruence d'un triangle et de son image obtenue par :
  - une translation,
  - une rotation,
  - un rabattement.

LES STATISTIQUES ET LES PROBABILITÉS (l'analyse de données) — Projets A, B, C

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à recueillir des données et à analyser des résultats expérimentaux à deux variables à l'aide des moyens technologiques appropriés. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- concevoir et mener une expérience permettant d'analyser la relation entre deux variables et présenter un rapport;
- construire des diagrammes de dispersion;
- interpréter un diagramme de dispersion en vue de déterminer l'existence d'une relation linéaire sous-jacente;
- déterminer l'équation de la droite de corrélation d'un diagramme de dispersion lorsque qu'une corrélation linéaire a été reconnue par :
  - une simple inspection,
  - l'emploi d'outils technologiques (les équations ne sont pas requises dans ce cas);
- tirer les conclusions appropriées d'une droite de corrélation et les justifier.

Prolongements proposés

Afin d'élargir sa compréhension des concepts relatifs à l'analyse de données, l'élève peut :

- évaluer les forces, les faiblesses et les biais d'échantillons et de techniques de collecte de données;
- évaluer les façons dont l'information et les conclusions d'ordre statistique sont présentées dans les médias ou dans d'autres sources d'information.

LES STATISTIQUES ET LES PROBABILITÉS (le hasard et l'incertitude) — Projet A

L'objectif général de cette sous-composante est de préparer l'élève à expliquer l'emploi des statistiques et du calcul des probabilités dans la solution de problèmes. Plus particulièrement, *on s'attend à ce que l'élève puisse* :

- reconnaître que des décisions basées sur des probabilités peuvent être une combinaison de calculs théoriques, de résultats expérimentaux et de jugements subjectifs;
- faire état de sa compréhension du rôle des probabilités et des statistiques dans notre société;
- résoudre des problèmes faisant intervenir le calcul de probabilités d'événements indépendants.

Annexe B : Feuilles reproductibles

- Feuille reproductible 1 : Journal de bord
- Feuille reproductible 2 : Esquisse
- Feuille reproductible 3 : Stratégie
- Feuille reproductible 4 : Tableau de données
- Feuille reproductible 5 : Plan à l'échelle
- Feuille reproductible 6 : Construction

Feuille reproductible 1

Journal de bord

Date :
Nom :
Équipe :
Tâche(s) à accomplir :

Description :

Liste de contrôle :

Feuille reproductible 2

Esquisse

Feuille reproductible 3

Stratégie

Étapes	Description / Opérations	Raisons
Z		
U		
N		
V		
W		
T		
R		
M		

Feuille reproductible 4

Tableau de données (Modèle)

Point fixe :
Ligne de base :
Distance :
Direction :

Point	Distance au point fixe (*m*)	Direction (degrés)	Angle par rapport à la ligne de base (degrés)	Méthode de mesure	Remarques

Feuille reproductible 5

Plan à l'échelle

Feuille reproductible 6

Constructions