

Processus cognitifs pour les mathématiques – 10^e année

Pour répondre correctement aux questions des examens du Ministère, les élèves doivent maîtriser les connaissances faisant l'objet de l'examen, mais doivent également posséder plusieurs habiletés cognitives. Le premier processus, *connaître*, se rapporte aux faits, aux procédures et aux concepts que les élèves doivent connaître, alors que le deuxième, *appliquer*, fait plutôt référence à la capacité des élèves à utiliser leurs connaissances et savoirs conceptuels pour résoudre un problème ou répondre à une question. Le troisième processus, *raisonner*, dépasse le cadre de la résolution de problèmes courants puisqu'il englobe les situations inhabituelles, les contextes complexes et les problèmes dont la résolution se fait par étapes.

Connaître

L'aisance à utiliser les savoirs mathématiques ou à raisonner sur des problèmes mathématiques dépend des connaissances qu'ont les élèves des concepts mathématiques et de leur degré de familiarité avec ces concepts. Plus les élèves sont en mesure de se rappeler des connaissances pertinentes et plus ils maîtrisent de concepts différents, plus grand sera leur potentiel à résoudre une vaste gamme de problèmes et à approfondir leur compréhension des concepts mathématiques. Le raisonnement mathématique est impossible en l'absence de connaissances suffisantes permettant de se rappeler aisément du langage, des faits mathématiques et des conventions régissant le nombre, la représentation symbolique et l'organisation spatiale. Les faits mathématiques englobent les connaissances qui constituent le langage de base des mathématiques, de même que les notions et propriétés mathématiques essentielles qui servent de fondement à la pensée mathématique. Les procédures constituent le lien entre les connaissances de base et l'application des mathématiques aux fins de résolution de problèmes courants, particulièrement ceux qui se présentent dans la vie quotidienne. L'aisance à recourir aux procédures suppose, essentiellement, la capacité de se rappeler d'une série d'actions et de la manière de les exécuter. Les élèves doivent savoir utiliser de manière efficace et exacte une gamme étendue de procédures et d'outils pour effectuer des calculs. Ils doivent reconnaître que certaines procédures peuvent être appliquées pour résoudre toute une catégorie de problèmes, et non seulement des problèmes individuels.

La connaissance des concepts permet aux élèves d'établir des liens entre les différents éléments de connaissance qui seraient, autrement, mémorisés de manière isolée. Elle leur permet en outre de formuler des inférences qui dépassent le cadre de leurs connaissances existantes, de porter un jugement quant à la validité d'énoncés et de méthodes mathématiques, et de former des représentations mathématiques.

Ce processus cognitif fait appel aux comportements suivants :

-
- | | |
|----------------------------|---|
| 1. Se rappeler | Se rappeler de définitions, de la terminologie, des propriétés des nombres et des figures géométriques, et de leur notation. |
| 2. Reconnaître | Reconnaître les expressions, les nombres, les formes et les objets mathématiques. Reconnaître des entités mathématiques équivalentes. |
| 3. Calculer | Exécuter les opérations associées aux symboles $+$, $-$, $\times$, $\div$, ou à une combinaison de ces symboles, sur des nombres rationnels, des radicaux, des exposants et des polynômes. Déterminer des valeurs approximatives pour estimer le résultat d'un calcul. Exécuter des opérations algébriques courantes. Calculer des pourcentages, factoriser et additionner des heures sur une feuille de temps. |
| 4. Extraire | Extraire des données d'un graphique, d'un tableau ou d'autres sources; lire des échelles simples. |
| 5. Mesurer | Utiliser des instruments de mesure; utiliser correctement des unités de mesure; estimer des mesures; convertir des unités (unité impériale en unité SI et vice versa) unidimensionnelles; exprimer le nombre total d'heures travaillées en heures et en minutes et sous la forme d'un nombre décimal. |
| 6. Classer/ordonner | Classer/regrouper des objets, des formes, des nombres et des expressions en fonction de propriétés communes; prendre des décisions justes quant à l'inclusion d'un élément dans une catégorie; ordonner des nombres et des objets en fonction de certains attributs. |
-

Appliquer

La résolution de problèmes est un objectif clé de l'enseignement des mathématiques et en constitue souvent une méthode. Par conséquent, les compétences en résolution de problèmes et autres habiletés connexes (par ex. choisir, représenter, modéliser) sont largement utilisées dans le cadre du processus d'*application* des connaissances et des savoirs conceptuels. Dans le cadre des tâches associées à ce processus, les élèves doivent appliquer leurs connaissances mathématiques des faits, des habiletés et des procédures ou leur compréhension de concepts mathématiques pour faire des représentations et résoudre des problèmes.

La représentation d'idées constitue la pierre angulaire de la communication et de la pensée mathématique, et la capacité de faire des représentations équivalentes est une condition essentielle de réussite à cet égard.

Le cadre des problèmes est plus courant que celui des problèmes liés au processus de raisonnement. Les problèmes courants sont ceux qu'il est d'usage d'aborder en classe pour permettre aux élèves de pratiquer l'application de certaines méthodes et techniques. Certains de ces problèmes sont présentés sous forme de texte présentant le problème dans un contexte quasi réel. Les élèves doivent être suffisamment familiers avec les divers types de problèmes que l'on retrouve dans les manuels scolaires, même si ces problèmes varient au chapitre du niveau de difficulté, de manière à ce que l'essentiel de leur tâche consiste à choisir et à appliquer les procédures qu'ils ont apprises. Les problèmes peuvent représenter des situations de la vie quotidienne ou porter sur des questions purement mathématiques relatives à des expressions numériques ou algébriques, à des fonctions, à des équations ou à des figures géométriques. Par conséquent, la résolution de problèmes est associée non seulement au processus d'*application* (dans le cadre duquel l'accent est mis sur les tâches plus familières et courantes), mais aussi au processus de *raisonnement*.

Ce processus cognitif fait appel aux comportements suivants :

1. Choisir	Choisir une opération, une méthode ou une stratégie efficace/appropriée pour résoudre des problèmes.
2. Représenter	Présenter des renseignements et des données mathématiques dans un diagramme, un tableau ou un graphique; choisir des représentations équivalentes pour une entité ou une relation mathématique.
3. Modéliser	Créer un modèle adéquat, par exemple une équation ou un diagramme, pour la résolution d'un problème courant.
4. Exécuter	Suivre et exécuter une série d'instructions mathématiques. Dessiner des figures et des formes selon les caractéristiques données.
5. Convertir	Convertir des unités (unité impériale en unité SI et vice versa) en deux dimensions.
6. Résoudre des problèmes courants	Résoudre des problèmes courants (c.-à-d. des problèmes semblables à ceux que les élèves sont susceptibles d'avoir vus en classe).
7. Analyser des solutions à des problèmes courants	Analyser des solutions à des problèmes courants afin de choisir la meilleure d'entre elles; relever les erreurs dans la solution d'un problème courant.

Raisonner

Raisonner, en mathématiques, fait appel à la capacité de réfléchir de manière logique et systématique. Ce processus englobe le raisonnement intuitif et inductif, fondé sur des régularités, que l'on peut appliquer à la résolution de problèmes qui sortent de l'ordinaire. Les problèmes qui sortent de l'ordinaire sont des problèmes avec lesquels les élèves ne sont vraisemblablement pas familiers. Ils font appel à des capacités cognitives plus poussées que celles qui sont utilisées pour la résolution de problèmes courants et ce, même si les connaissances et les habiletés nécessaires à la résolution du problème sont maîtrisées.

Les problèmes qui sortent de l'ordinaire peuvent se présenter sous forme purement mathématique ou correspondre à une situation de la vie quotidienne. Ces deux types de problèmes exigent néanmoins le transfert de connaissances et d'habiletés à de nouvelles situations et, souvent, l'interaction entre différentes habiletés de raisonnement. Les problèmes qui exigent le raisonnement le font de façons différentes, soit en raison de l'originalité du contexte ou de la complexité de la situation, soit parce que leur résolution se fait forcément en plusieurs étapes et nécessite parfois des connaissances et des savoirs liés à d'autres branches des mathématiques.

Les nombreux comportements associés au processus de raisonnement peuvent être utilisés pour réfléchir à des problèmes complexes ou inhabituels et les résoudre, mais chacun de ces comportements constitue en soi un objectif important de l'enseignement des mathématiques et peut avoir une incidence plus globale sur la pensée des apprenants. Par exemple, pour raisonner, il faut savoir observer et formuler des conjectures. Le raisonnement fait également appel à la capacité de formuler des déductions logiques fondées sur des hypothèses et des règles précises, et de justifier ses résultats.

Ce processus cognitif fait appel aux comportements suivants :

1. Analyser	Déterminer et décrire ou faire usage des relations entre des variables ou des objets dans des situations mathématiques; décomposer des figures géométriques pour faciliter la résolution d'un problème; dessiner le développement d'un solide inhabituel donné; visualiser la transformation d'une figure à trois dimensions; formuler des inférences valables en fonction des renseignements fournis.
2. Généraliser	Approfondir le processus nécessaire pour arriver à la solution d'un problème mathématique par raisonnement en reformulant les résultats en termes plus généraux permettant d'englober un contexte plus vaste.
3. Faire une synthèse/intégrer	Combiner plus d'une procédure mathématique dans le but d'établir des résultats et combiner ces résultats pour produire un résultat plus poussé. Établir des liens entre différents éléments de connaissance et leurs représentations, et entre des idées mathématiques connexes.
4. Justifier	Démontrer la véracité ou la fausseté d'un énoncé en se fondant sur des résultats ou des propriétés mathématiques.
5. Résoudre des problèmes qui sortent de l'ordinaire	Résoudre des problèmes présentés dans un contexte purement mathématique ou tirés de la vie quotidienne et que les élèves sont peu susceptibles d'avoir vus; appliquer des procédures mathématiques à des contextes inhabituels ou complexes. Appliquer les propriétés géométriques à la résolution de problèmes qui sortent de l'ordinaire.

Adapté de « Mathematics Cognitive Domain ».
TIMSS 2007 Mathematics Framework [http://timss.bc.edu/timss2007/PDF/T07_AF_chapter1.pdf]